

Jacek HORISZNY

POLITECHNIKA GDAŃSKA, WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI I AUTOMATYKI

Analiza prądu włączania transformatora

Dr inż. Jacek HORISZNY



Jest absolwentem Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej. Na tym wydziale obronił w 1996r. pracę doktorską i jest zatrudniony na stanowisku adiunkta w Katedrze Elektrotechniki Teoretycznej i Informatyki. Zajmuje się modelowaniem i symulacją komputerową układów elektrycznych w stanach przejściowych oraz modelowaniem i analizą obiektów z polem elektromagnetycznym.

e-mail: j.horiszny@ely.pg.gda.pl

Streszczenie

Włączenie zasilania nieobciążonego transformatora może spowodować pobór prądu osiągającego znaczną wartość szczytową, przekraczającą wielokrotnie wartość znamionową. W artykule przedstawiono opis analityczny tego zjawiska. Analizę przeprowadzono w oparciu o zlinearyzowaną charakterystykę magnesowania rdzenia transformatora. Pozwoliło to na uzyskanie niezbyt skomplikowanych zależności opisujących przebiegi prądu włączania i strumienia magnetycznego. Na tej podstawie określono wpływ takich czynników, jak moment włączenia napięcia, charakter obwodu pierwotnego i stopień namagnesowania rdzenia na przebieg i wartość maksymalną prądu.

Słowa kluczowe: transformator, prąd włączania, charakterystyka magnesowania.

Analysis of transformer inrush current

Abstract

Energization of a transformer with no load is always accompanied by an inrush current. Peak of the current may be several times higher than its rated value. An analytical approach to the phenomenon is presented in the article. The analysis was carried out basing on piecewise linear flux-current characteristic. This resulted in obtaining simple formulas to describe variations of inrush current and magnetic flux. Basing on these the influence of several factors (including: time of switching on of the voltage, circuit inductance, residual flux of the core) upon variation and maximal value of current was determined.

Keywords: transformer, inrush current, flux-current characteristic.

1. Wstęp

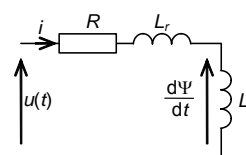
W czasie załączania transformatora, w obwodzie pierwotnym może wystąpić prąd o wartości szczytowej wielokrotnie przekraczającej wartość prądu znamionowego [1]. Zjawisko to w sposób najbardziej widoczny występuje się przy małym obciążeniu transformatora i przy biegu jałowym. Jego konsekwencją jest powstawanie znacznych narażeń dla aparatury łączeniowej i sterującej w układach wykonawczych, a także generowanie zakłóceń elektromagnetycznych. Z tego względu powinno być brane pod uwagę przy doborze układu zasilającego transformator.

Czynniki kształtujące przebieg prądu włączania transformatora nieobciążonego ogólnie można podzielić następująco:

- czynniki wewnętrzne, związane z obwodem magnetycznym transformatora,
- czynniki zewnętrzne, związane z obwodem elektrycznym, w którym pracuje transformator.

Do grupy czynników wewnętrznych należą: nieliniowość obwodu magnetycznego transformatora, szczytkowe namagnesowanie rdzenia transformatora występujące przed jego załączeniem, powstające w trakcie wcześniejszej eksploatacji transformatora. Czynniki zewnętrzne wiążą się z działaniem aparatury łączeniowej w obwodzie zasilania transformatora. Na kształt prądu włączania bezpośrednio wpływa operacja włączenia napięcia zasilającego, ale pośredni wpływ mają również procesy związane z wcześniejszym wyłączeniem transformatora z sieci.

Przy analizie przebiegów występujących podczas włączania nieobciążonego transformatora, jego obwód pierwotny można potraktować jako pojedynczą gałąź, w której występują: rezystancja uzwojenia R i indukcyjność rozproszenia L_r , uzwojenia pierwotnego oraz indukcyjność magnesująca L_μ związana ze strumieniem głównym – rys.1 [2]. W przeprowadzonych rozważaniach została pominięta rezystancja reprezentująca straty mocy czynnej w rdzeniu magnetycznym transformatora, gdyż z powodu jej dużej wartości nie ma ona wpływu na wartość szczytową prądu włączania. Z racji występowania obwodu magnetycznego indukcyjność magnesująca jest nieliniowa, jednak we wstępnej analizie założono liniowość całej gałęzi.



Rys. 1. Schemat zastępczy transformatora nieobciążonego
Fig. 1. Equivalent circuit of a transformer with no load

Zamknięcie obwodu zasilającego transformator powoduje przyłączenie do uzwojenia napięcia sinusoidalnego:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

Faza początkowa φ określa moment zamknięcia obwodu w stosunku do chwili przejścia napięcia zasilającego przez zero.

2. Model z liniową charakterystyką transformatora

Strumień główny Ψ oraz prąd i w uzwojeniu pierwotnym spełniają równanie (rys.1):

$$Ri + L_r \frac{di}{dt} + \frac{d\Psi(i)}{dt} = u(t) \quad (2)$$

Przyjęcie upraszczającego założenia, że obwód magnetyczny jest liniowy, pozwala posłużyć się zależnościami:

$$\Psi(i) = L_\mu i \quad (3)$$

Rozwiązaniem układu równań (2), (3), przy warunku początkowym $\Psi(0)=0$, jest funkcja:

$$\Psi(t) = -\Psi_m e^{-\frac{t}{T}} \sin \alpha + \Psi_m \sin(\omega t + \alpha) \quad (4)$$

gdzie:

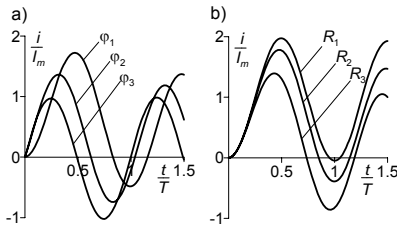
$$\Psi_m = \frac{L_\mu U_m}{\sqrt{R^2 + X^2}}, \quad X = \omega(L_r + L_\mu), \quad (5)$$

$$\alpha = \varphi - \arctg \frac{X}{R}, \quad T = \frac{L_r + L_\mu}{R}.$$

Prąd pobierany przez transformator jest określony funkcją odwrotną do określonej zależnością (3), po uwzględnieniu, że prąd i strumień są funkcjami czasu:

$$i(t) = \frac{\Psi(t)}{L_\mu} \quad (6)$$

Na rys. 2 przedstawiono przebiegi prądu, określonego zależnością (6), dla różnych wartości fazy początkowej φ (rys. 2a) oraz dla różnych wartości rezystancji obwodu R (rys. 2b). Wynika z niego, że, im mniejsza rezystancja, co jest równoważne bardziej indukcyjnemu charakterowi obwodu, i im kąt φ bliższy zeru, tym większa wartość szczytowa prądu włączania. Potwierdza to znany z literatury wniosek, że największa możliwa wartość szczytowa prądu, równa $2I_m$, gdzie I_m oznacza amplitudę prądu w stanie ustalonym, występuje dla $\varphi=0$ i przy $R=0$ [1].

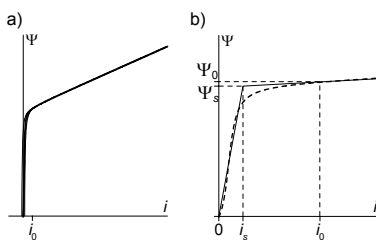


Rys. 2. Przebiegi prądu włączania transformatora z liniowym obwodem magnetycznym, określone zależnością (6): a) przy różnych wartościach kąta φ : $\varphi_1=0$, $\varphi_1 < \varphi_2 < \varphi_3$; b) przy różnych wartościach rezystancji R : $R_1 < R_2 < R_3$

Fig. 2. Inrush currents of a transformer with linear magnetic circuit, according to (6): a) for various angles φ : $\varphi_1=0$, $\varphi_1 < \varphi_2 < \varphi_3$; b) for various values of circuit resistance R : $R_1 < R_2 < R_3$

3. Model z nieliniową charakterystyką transformatora

Nieliniowość rdzenia transformatora włączanego w stanie jałowym wynika z nieliniowej charakterystyki magnesowania rdzenia. W zakresie prądów, jakie mogą płynąć w obwodzie po włączeniu zasilania, charakterystyka magnesowania przyjmuje postać taką, jak na rys. 3a. Pętla histerezy jest w skali tego wykresu praktycznie niewidoczna. Dlatego z dostateczną dokładnością charakterystykę można aproksymować za pomocą dwóch odcinków prostych: pierwszym - reprezentującym ją w przedziale odpowiadającym krzywej pierwotnej, drugim - odpowiadającym obszarowi nasycenia - rys. 3b.



Rys. 3. Charakterystyka magnesowania rdzenia transformatora: a) wykres w skali spodziewanych prądów włączania transformatora; b) aproksymacja odcinkowo-liniowa charakterystyki

Fig. 3. Flux-current characteristic of a transformer: a) graph in the range of inrush currents expected; b) piecewise linear approximation

Zależność między strumieniem i prądem w równaniu (2) należy przyjąć zgodnie z przebiegiem zlinearyzowanej charakterystyki magnesowania:

$$\Psi(i) = \begin{cases} L_s i & i \in \langle 0, i_s \rangle \\ L_d(i - i_s) + \Psi_s & i > i_s \end{cases} \quad (7)$$

gdzie:

$$L_s = \frac{\Psi_s}{i_s}, \quad L_d = \frac{\Psi_0 - \Psi_s}{i_0 - i_s}, \quad (8)$$

Indukcyjności L_s i L_d określają nachylenia poszczególnych odcinków charakterystyki zlinearyzowanej.

Rozwiązanie równania (2) dla charakterystyki (7), przy warunkach początkowych $\Psi(0)=0$, prowadzone do osiągnięcia wartości

maksymalnej przez strumień, składa się z dwóch części. Dla $\Psi \leq \Psi_s$ jest określone następująco:

$$\Psi(t) = -\Psi_{m1} e^{-\frac{t}{T_1}} \sin \alpha + \Psi_{m1} \sin(\omega t + \alpha_1) \quad (9)$$

gdzie:

$$\Psi_{m1} = \frac{L_s U_m}{\sqrt{R^2 + X_1^2}}, \quad X_1 = \omega(L_r + L_s), \quad (10)$$

$$\alpha_1 = \varphi - \arctg \frac{X_1}{R}, \quad T_1 = \frac{L_r + L_s}{R}.$$

Dla $\Psi > \Psi_s$ rozwiązanie jest następujące:

$$\Psi(t) = \Psi_s - L_d i_s + [L_d i_s - \Psi_{m2} \sin(\omega t_s + \alpha_2)] e^{-\frac{t-t_s}{T_2}} + \Psi_{m2} \sin(\omega t + \alpha_2) \quad (11)$$

gdzie:

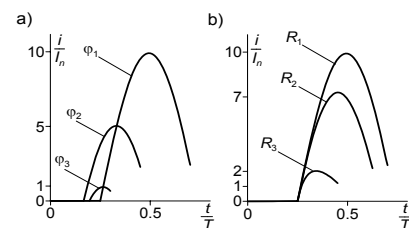
$$\Psi_{m2} = \frac{L_d U_m}{\sqrt{R^2 + X_2^2}}, \quad X_2 = \omega(L_r + L_d), \quad (12)$$

$$\alpha_2 = \varphi - \arctg \frac{X_2}{R}, \quad T_2 = \frac{L_r + L_d}{R},$$

t_s jest chwilą osiągnięcia przez strumień wartości Ψ_s . Prąd pobierany przez transformator jest dla tego przypadku określony funkcją odwrotną do tej, którą określa zależność (7), po uwzględnieniu, że prąd i strumień są funkcjami czasu:

$$i(t) = \begin{cases} \frac{\Psi(t)}{L_s} & t \in \langle 0, t_s \rangle \\ \frac{\Psi(t) - \Psi_s}{L_d} + i_s & t > t_s \end{cases} \quad (13)$$

Przykładowe przebiegi prądu określone zależnością (13), obliczone dla różnych kątów załączenia napięcia oraz dla różnych wartości rezystancji obwodu, przedstawiono rys. 4.



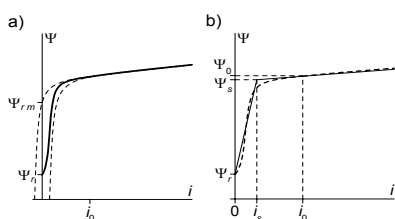
Rys. 4. Przebiegi prądu włączania transformatora określone zależnością (13): a) dla różnych kątów załączenia napięcia zasilającego φ : $\varphi_1=0$, $\varphi_1 < \varphi_2 < \varphi_3$; b) dla różnych wartości rezystancji obwodu R : $R_1 < R_2 < R_3$

Fig. 4. Transformer's inrush current according to (13): a) for various voltage switching on angles φ : $\varphi_1=0$, $\varphi_1 < \varphi_2 < \varphi_3$; b) for various values of circuit resistance R : $R_1 < R_2 < R_3$

Z rys. 4 wynika, że nieliniowość charakterystyki magnesowania powoduje znaczny wzrost prądu włączania transformatora w stosunku do przypadku liniowego (rys. 2). Tak duży wzrost prądu wynika z kształtu charakterystyki magnesowania, która ulega silnemu zagięciu w obszarze nasycenia. Niewielkim zmianom strumienia magnetycznego odpowiadają wtedy bardzo duże przyrosty prądu. Widoczny jest także wpływ kąta włączania napięcia i charakteru obwodu na wartość maksymalną prądu. Największe wartości prądu występują dla małych kątów włączania i małej rezystancji obwodu pierwotnego transformatora.

Kolejnym istotnym czynnikiem, wpływającym na prąd włączania transformatora jest występowanie w charakterystyce magnesowania rdzenia pętli histerezy magnetycznej. To, że w trakcie przemagnesowywania rdzenia punkt pracy na charakterystyce obiega pętlę histerezy, nie ma istotnego znaczenia dla przebiegu

prądu, jeśli osiąga on duże wartości. Pętla histerezy, jak to wynika z rys. 3., mieści się w zakresie prądów magnesowania rdzenia, natomiast prąd włączania, wielokrotnie większy, jest kształtowany przez charakterystykę w tym jej zakresie, gdzie jest jednowartościowa – w obszarze nasycenia. Jednak pętla histerezy odgrywa tu ważną rolę, gdyż przez to, że strumień magnetyczny może przyjmować wartości różne od zera dla zerowej wartości prądu magnesującego, istnieje możliwość występowania w rdzeniu strumienia szczątkowego. Magnetyzm szczątkowy rdzenia powstaje w trakcie eksploatacji urządzenia, a dokładniej, w procesie wyłączenia transformatora. Oznacza to, że kolejne włączenie nastąpi przy wartości strumienia w rdzeniu różnej od zera. Magnesowanie rdzenia będzie się wtedy odbywać zgodnie z charakterystyką, której przykładowy przebieg, oznaczony linią ciągłą, pokazano na rys. 5a. Podobnie i w tym przypadku, uproszczoną analizę można przeprowadzić w oparciu o charakterystykę aproksymowaną liniami prostymi, jak to przedstawiono na rys. 5b.



Rys. 5. Charakterystyka magnesowania rdzenia transformatora przy występowaniu strumienia szczątkowego: a) przebieg na tle pętli histerezy, b) aproksymacja odcinkowa

Fig. 5. Flux-current characteristic of a transformer with residual flux: a) the curve with hysteresis; b) piecewise linear approximation

Rozwiązując równanie (2) dla tego przypadku należy uwzględnić zlinearyzowaną charakterystykę magnesowania zgodnie z rys. 5b, określoną zależnością:

$$\Psi(i) = \begin{cases} L_{d1}i + \Psi_r & i \in \langle 0, i_s \rangle \\ L_{d2}(i - i_s) + \Psi_s & i > i_s \end{cases} \quad (14)$$

gdzie:

$$L_{d1} = \frac{\Psi_s - \Psi_r}{i_s}, \quad L_{d2} = \frac{\Psi_0 - \Psi_s}{i_0 - i_s}, \quad (15)$$

Ponadto trzeba wziąć pod uwagę warunek początkowy $\Psi(0) = \Psi_r$. W wyniku rozwiązania otrzymuje się funkcje określające przebieg strumienia w czasie w dwóch przedziałach.

Dla $\Psi \leq \Psi_s$:

$$\Psi(t) = \Psi_r - \Psi_{m3} \sin \alpha_3 e^{-\frac{t}{T_3}} + \Psi_{m3} \sin(\omega t + \alpha_3) \quad (16)$$

gdzie:

$$\Psi_{m3} = \frac{L_{d1} U_m}{\sqrt{R^2 + X_3^2}}, \quad X_3 = \omega(L_r + L_{d1}), \quad (17)$$

$$\alpha_3 = \varphi - \arctg \frac{X_3}{R}, \quad T_3 = \frac{L_r + L_{d1}}{R}.$$

Dla $\Psi > \Psi_s$:

$$\Psi(t) = \Psi_s - L_{d2} i_s + [L_{d2} i_s - \Psi_{m4} \sin(\omega t_s + \alpha_4)] e^{-\frac{t-t_s}{T_4}} + \Psi_{m4} \sin(\omega t + \alpha_4) \quad (18)$$

gdzie:

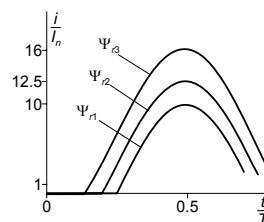
$$\Psi_{m4} = \frac{L_{d2} U_m}{\sqrt{R^2 + X_4^2}}, \quad X_4 = \omega(L_r + L_{d2}), \quad (19)$$

$$\alpha_4 = \varphi - \arctg \frac{X_4}{R}, \quad T_4 = \frac{L_r + L_{d2}}{R}.$$

Prąd pobierany przez transformator jest dla tego przypadku określony funkcją odwrotną do tej, którą określa zależność (14), po uwzględnieniu, że prąd i strumień są funkcjami czasu:

$$i(t) = \begin{cases} \frac{\Psi(t) - \Psi_r}{L_{d1}} & t \in \langle 0, t_s \rangle \\ \frac{\Psi(t) - \Psi_s}{L_{d2}} + i_s & t > t_s \end{cases} \quad (20)$$

Przykładowe przebiegi prądu określone zależnością (20), obliczone dla różnych wartości strumienia szczątkowego i dla $\varphi=0$, przedstawia rys. 6.



Rys. 6. Przebiegi prądu włączania transformatora określone zależnością (20) dla różnych wartości strumienia szczątkowego Ψ_r : $\Psi_{r1}=0, \Psi_{r1}<\Psi_{r2}<\Psi_{r3}$

Fig. 6. Transformer's inrush current according to (20) for various residual fluxes Ψ_r : $\Psi_{r1}=0, \Psi_{r1}<\Psi_{r2}<\Psi_{r3}$

Wartości szczytowe widocznych na nim prądów są tym większe, im większa jest wartość strumienia szczątkowego. Przy $\Psi_r=0$ obliczona wartość szczytowa prądu wyniosła $10I_n$. Dla maksymalnej wartości strumienia szczątkowego, określonej rozpiętością pętli histerezy (Ψ_{rm} na rys. 5a), wartość szczytowa prądu wyniosła $18I_n$.

4. Wnioski

Przedstawione wyniki analityczne pokrywają się z przeprowadzonymi wcześniej badaniami symulacyjnymi [3]. Przeprowadzona analiza pozwoliła stwierdzić, że na przebieg i wartość prądu włączania w sposób bezpośredni wpływa kąt włączenia napięcia zasilającego oraz wartość strumienia szczątkowego w rdzeniu transformatora. Opóźnienie chwili włączenia zasilania w stosunku do momentu przejścia napięcia przez zero powoduje zmniejszenie wartości maksymalnej prądu. Występowanie namagnesowania szczątkowego powoduje wzrost prądu – tym większy, im większa wartość strumienia remanentu. Wynika z tego, że można zmniejszyć wartość pobieranego prądu, dobierając odpowiednio kąt włączenia napięcia i obniżając magnetyzm szczątkowy rdzenia. Kolejnym czynnikiem kształtującym prąd włączania jest charakter obwodu zasilającego. Mniejsze prądy obserwuje się dla obwodu o charakterze mniej indukcyjnym. Zatem większe krotności prądu załączeniowego występują dla transformatorów o większej mocy. Porównanie wyników uzyskanych dla modelu liniowego i nieliniowego jest podstawą do stwierdzenia, że wartość szczytowa prądu załączeniowego zależy w dużym stopniu od kształtu charakterystyki magnesowania. Im bardziej płaski jej przebieg w obszarze nasycenia, tym wartość szczytowa jest większa.

5. Literatura

- [1] E. Jezierski: Transformatory. WNT, Warszawa 1983.
- [2] T. Konopiński, R. Pac: Transformatory i dławiki elektronicznych urządzeń zasilających. WNT, Warszawa 1979.
- [3] J. Horiszny: Badania symulacyjne prądu załączeniowego nieobciążonego transformatora rozdzielczego, XXIV Międzynarodowa Konferencja z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów IC-SPETO 2001. Materiały konferencyjne, Politechnika Śląska, Gliwice 2001.