

Maciej STANIAK, Cezary ZIELIŃSKI

POLITECHNIKA WARSZAWSKA, WYDZIAŁ ELEKTRONIKI I TECHNIK INFORMACYJNYCH,
INSTYTUT AUTOMATYKI I INFORMATYKI STOSOWANEJ

Serwomechanizmy wizyjne - część 1

Mgr inż. Maciej STANIAK

Doktorant. Absolwent Wydziału Elektroniki i Technik Informatycznych Politechniki Warszawskiej w 2002 r.



e-mail: M.Staniak@elka.pw.edu.pl

Prof. nzw. dr hab. inż. Cezary ZIELIŃSKI

Kierownik Zespołu Programowania Robotów i Systemów Rozpoznających, Instytutu Automatyki i Informatyki Stosowanej, Wydziału Elektroniki i Technik Informatycznych, Politechniki Warszawskiej.



e-mail: C.Zielinski@ia.pw.edu.pl

Streszczenie

Dzięki stałemu zwiększaniu mocy obliczeniowej komputerów oraz intensywnemu rozwojowi metod sterowania robotów stało się możliwe wykorzystanie ich nie tylko w przemyśle, ale również do wykonywania zadań usługowych. Istotnym elementem układów sterowania robotów usługowych jest zdolność do przetwarzania informacji wizyjnej otrzymywanej z otoczenia robota. Artykuł stanowi wprowadzenie w zagadnienia związane z wykorzystywaniem kamer do sterowania ruchem robotów. Artykuł podzielony jest na dwie części. Część pierwsza definiuje podstawowe pojęcia niezbędne w analizie serwomechanizmów wizyjnych oraz dokonuje ich klasyfikacji. Część druga, która ukaże się w jednym z kolejnych numerów PAK, stanowić będzie opis poszczególnych struktur serwomechanizmów wraz z analizą ich wad i zalet.

Visual servo control - part 1

Abstract

The steady growth of computational power of control computers, intensive development of robot control methods and pattern recognition techniques have formed the necessary foundation for the implementation of not only advanced industrial robots but also service robots. The paper is an introduction into the field of robot visual control. It is divided into two parts. The first one defines the basic concepts used in the analysis of visual servos and produces a classification of those control methods. The second part, which will appear in one of the following issues of PAK, will describe the structures of the so classified visual servo control structures and will single out their advantages and drawbacks.

1. Wstęp

Znakomita większość robotów przemysłowych sterowana jest pozycyjnie. Układowi regulacji dostarczana jest informacja o pożądanym położeniu napędu członu manipulatora (czyli położeniu wału silnika lub tłoka siłownika) oraz, dzięki układom pomiarowym sprzężonym z tym napędem, informacja o jego aktualnym położeniu. Różnica tych dwóch wielkości wyznacza uchyb regulacji. Na jego podstawie regulator wyznacza sterowanie, które spowoduje taki ruch napędu, że uchyb będzie się zmniejszał. Zadaniem projektanta układów sterowania robotami jest wyznaczenie takiej struktury regulatora oraz jego parametrów, by uchyb zmniejszał się do zera z maksymalną prędkością, a jednocześnie nie wystąpiło przeregulowanie albo, co gorsza, utrata stabilności.

Roboty przemysłowe do pomiaru aktualnego położenia napędów najczęściej wykorzystują enkodery lub rezolwery. Te elementy pomiarowe mierzą aktualne położenia wałów silników. Dzięki znajomości stopnia redukcji przekładni można wyznaczyć względne położenia kolejnych członów manipulatora. Dla kinematycznych par obrotowych są to kąty, natomiast dla par translacyjnych długości. Zestaw tych kątów i długości określa położenie końcówki danego manipulatora.

Mówimy wtedy, że położenie końcówki zostało wyrażone w przestrzeni konfiguracyjnej [4] (wewnętrznej, stawów, złącz [3]) robota. Zadawanie pożądanego położenia końcówki manipulatora w przestrzeni konfiguracyjnej jest zadaniem dość trudnym. Dlatego najczęściej wyraża się pozycję końcówki manipulatora przez połączenie opisu jej pozycji w przestrzeni kartezjańskiej z określeniem jej orientacji w przestrzeni kątów Eulera, łącznie zwanymi przestrzenią operacyjną. Użytkownik ma dość dobrze wyrobioną intuicję związaną z określeniem położenia w przestrzeni operacyjnej (zewnętrznej, zadaniowej), natomiast określenie równoważnych położenia w przestrzeni konfiguracyjnej nie jest już takie oczywiste. Przestrzeń operacyjna uzyskała swoją nazwę od elementarnych operacji, które trzeba wykonać, aby zrealizować zadanie.

By określić jednoznacznie przestrzenną pozycję bryły sztywnej należy podać sześć niezależnych współrzędnych. Zazwyczaj są to trzy współrzędne kartezjańskie wybranego punktu bryły względem globalnego układu odniesienia oraz trzy kąty określające orientację bryły względem tego samego układu odniesienia. Ten zestaw sześciu współrzędnych wyznacza przestrzeń operacyjną [4] (zewnętrzną, zadaniową). Podstawową operacją jest przemieszczanie końcówki, czyli narzędzia zamocowanego na manipulatorze. Narzędziem może być chwytak, ale również uchwycony przedmiot.

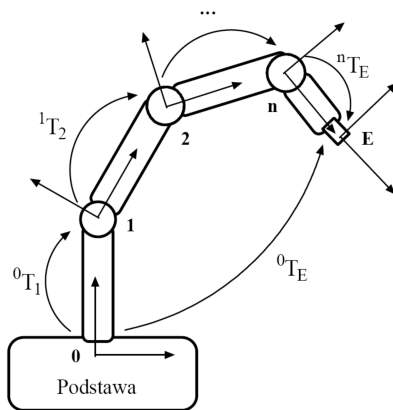
Zadanie dla manipulatorów formułowane jest w przestrzeni operacyjnej, natomiast sterowanie odbywa się w przestrzeni konfiguracyjnej. Dlatego algorytm transformacji z jednej przestrzeni do drugiej musi być wbudowany we współczesne układy sterowania robotów. Transformacja z przestrzeni konfiguracyjnej do przestrzeni operacyjnej nazywana jest prostym zagadnieniem kinematyki, natomiast przejście z przestrzeni operacyjnej do konfiguracyjnej - odwrotnym zagadnieniem kinematyki.

Od początku lat sześćdziesiątych ubiegłego stulecia, gdy pojawiły się pierwsze roboty przemysłowe, ich układy sterowania przeszły długą ewolucję związaną zarówno z szybkim rozwojem techniki komputerowej jak i sposobów sterowania tych urządzeń. Ewolucja ta umożliwiła wykroczenie daleko poza tradycyjne zadania przemysłowe. Obecnie roboty mogą wykonywać nie tylko zadania charakterystyczne dla produkcji przemysłowej, ale również zadania usługowe. Roboty usługowe znacznie różnią się od klasycznych robotów przemysłowych. Roboty przemysłowe pracują w środowisku dobrze uporządkowanym, jakie stanowią hale fabryczne, a więc mogą poruszać się „na ślepo” - nie wymagają ani dużej liczby czujników ani nadmiernej inteligencji, by efektywnie realizować swoje zadania. Natomiast roboty usługowe muszą radzić sobie w otoczeniu, w którym ludzie działają na co dzień. Jest to otoczenie mało uporządkowane, zmieniające się dynamicznie, stąd, by efektywnie się w nim poruszać, roboty muszą dysponować wieloma i to różnorodnymi czujnikami oraz znaczną zdolnością do przetwarzania informacji.

Ludziom do efektywnego działania w środowisku naturalnym potrzebne są wszystkie zmysły, ale dominują dwa: wzrok i dotyk. Ponieważ roboty mają funkcjonować w takim samym otoczeniu, więc muszą też dysponować podobnymi zdolnościami do zbierania informacji o jego stanie. Dlatego intensywnie badane są algorytmy sterowania wykorzystujące czujniki wizyjne, czyli kamery, oraz sensory dotyku, a więc czujniki siły. Artykuł ten przedstawi wykorzystanie wizji do sterowania robotami, a w szczególności serwomechanizmy wizyjne. Są to układy, które na podstawie obrazu z jednej lub wielu kamer określają uchyb pomiędzy aktualnym położeniem końcówki, a tym pożądanym (przykładowo może być ono określone poprzez obraz przedmiotu, który robot ma uchwycić). Redukcja tego uchybu do zera jest zadaniem regulatora serwomechanizmu wizyjnego.

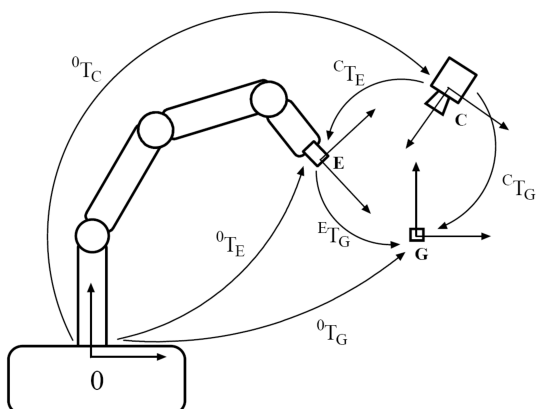
2. Pojęcia podstawowe

W artykule będziemy posługiwać się macierzami transformacji jednorodnej ${}^i T_j$ - zgodnie z notacją przyjętą w [1]. Macierze te wyrażają położenie (translację) i orientację (rotację) układu współrzędnych j względem układu i . Globalny układ odniesienia związany z podstawą robota oznaczamy indeksem 0, natomiast z kolejnymi członami manipulatora indeksami 1, ..., n (rys. 1).

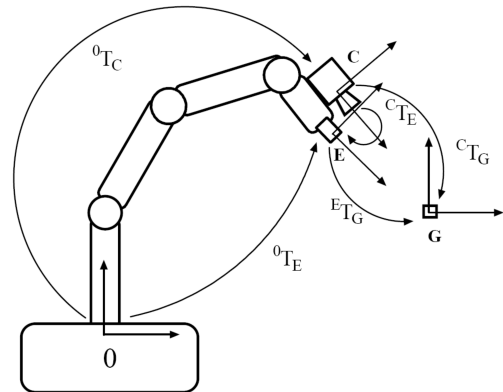


Rys. 1. Przykładowe transformacje układów współrzędnych związanych z członami manipulatora o strukturze szeregowej

Układ związany z aktualną pozycją końcówki manipulatora wyróżniamy indeksem E . Zadany układ końcówki, czyli układ, który końcówka ma osiągnąć, oznaczamy przez E' . Macierz ${}^0 T_{E'}$ oznacza więc pozycję zadaną końcówki. Pozycja zadaną wyznaczana jest przez generator kroku na podstawie uchybu pozycyjnego ε . Układy związane z kamerą i chwytanym obiektem oznaczamy odpowiednio literami C i G (rys. 2, 3).



Rys. 2. Konfiguracja systemu z nieruchomą kamerą



Rys. 3. Konfiguracja systemu z kamerą umieszczoną na robocie

Oprócz przestrzeni operacyjnej (w której wyrażono układy 0, E , G , C) będziemy rozważać jeszcze przestrzenie: cech obrazu oraz konfiguracyjną - oznaczamy je indeksami, odpowiednio f i Θ .

Macierze transformacji ${}^i T_j$ zależą od parametrów łańcucha kinematycznego oraz aktualnych wzajemnych położenia członów manipulatora. Proces identyfikacji rzeczywistych wartości parametrów kinematycznych manipulatora (czyli macierzy ${}^0 T_E$) nazywamy kalibracją robota. Przeprowadzenie kalibracji nie jest zadaniem prostym, gdyż wymaga niezależnego, od wewnętrznych układów pomiarowych robota, miernika, który precyzyjnie określi aktualne położenie ramienia. Porównanie odczytu położenia z układów pomiarowych robota oraz z niezależnego miernika jest podstawą do obliczenia rzeczywistych parametrów modelu ramienia. Ponadto w procesie budowy modelu kinematycznego manipulatora o strukturze szeregowej czyni się założenia upraszczające, umożliwiające rozwiązanie odwrotnego zagadnienia kinematyki w postaci analitycznej. Polegają one na założeniu, że osie przesunięcia lub obrotu są dokładnie równoległe lub prostopadłe do siebie, a tak w istocie nie musi być. W konsekwencji w trakcie kalibracji nie mamy wpływu na pewne parametry modelu, bo zostały pominięte (uznane za stałe).

Wyznaczenie pozycji czujnika wizyjnego w globalnym układzie odniesienia (czyli macierzy ${}^0 T_C$) nazywamy kalibracją kamery-robot. Gdy kamera zamontowana jest na końcówce, bardziej przydatne jest wyznaczenie jej pozycji w układzie końcówki (czyli macierzy ${}^E T_C$). Ten zabieg nazywamy kalibracją kamera-kończówka.

Zamiast macierzą transformacji T , opisującą pozycję danego obiektu, możemy posługiwać się wektorem położeń oraz kątów obrotów wokół osi układu odniesienia (np. obrotu, nachylenia i odchylenia [6]) $r = (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)^T$.

Rozważać będziemy również prędkość obiektu (*de facto* prędkość układu związanego z tym obiektem). Zapis ${}^B \dot{r}_A$ oznacza prędkość układu A względem układu B (rys. 4):

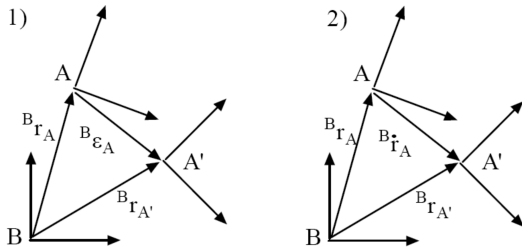
$${}^B \dot{r}_A = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{({}^B r_{A'} - {}^B r_A)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{{}^B \varepsilon_{A,A'}}{\Delta t} \quad (1)$$

Różnicę ${}^B \varepsilon_{A,A'}$ będziemy skrótowo zapisywać ${}^B \varepsilon_{A'}(A' \rightarrow A)$. W przypadku innych różnic np. uchybów zapisujemy *explicitie* ${}^B \varepsilon_{A,C}$.

Jeżeli istnieje związek pomiędzy prędkościami układu A względem B , ${}^B \dot{r}_A$, a prędkościami układu C względem D , ${}^D \dot{r}_C$, to określa go jakobian ${}^{D,C} J_{B,A}$ (w robotyce przyjęło nazywać się jakobianem macierz przekształcającą prędkość - tzw. macierz Jacobiego, a nie jej wyznacznik, jak to czynią zwykle matematycy):

$${}^D \dot{r}_C = {}^{D,C} J_{B,A} {}^B \dot{r}_A \quad (2)$$

W przypadku gdy rozpatrujemy zależność prędkości, z których jedna jest prędkością w przestrzeni cech obrazu bądź konfiguracyjnej, w odpowiednim indeksie wpisujemy symbol tej przestrzeni np. ${}^f J_{\Theta}$.

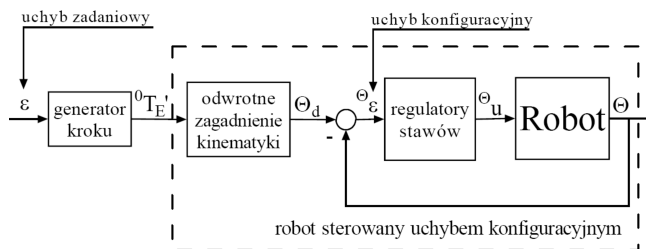


Rys. 4. 1) Różnica ${}^B \varepsilon_A$ (uchyby, przyrost) położenia układu A względem B, 2) Prędkość ${}^B \dot{r}_A$ układu A względem układu B

Uchyb pozycyjny w przestrzeni zadaniowej będzie wyznaczony jako:

$$\varepsilon = {}^E T_G = {}^0 T_E^{-1} {}^0 T_G \quad (3)$$

Uchyb ten wyraża różnicę pomiędzy translacją i rotacją układu związanego z chwytanym obiektem a aktualną pozycją układu związanego z końcówką. Jak zostało wspomniane, korzystając z tego uchybu generator kroku wyznaczy pozycję ${}^0 T_{E'}$, którą ma osiągnąć robot w następnym okresie sterowania, czyli kroku. Kolejne kroki zbliżają pozycję końcówki do pozycji obiektu (${}^0 T_{E'} \rightarrow {}^0 T_G$). ${}^0 T_{E'}$ może być przeliczane przez odwrotne zagadnienie kinematyki na zadane położenia stawów. Wtedy można odejmować od niego położenie zmierzone. Różnica ta wyznacza uchyb w przestrzeni konfiguracyjnej ${}^{\Theta} \varepsilon$. Na jego podstawie można wyznaczyć sterowanie. Sterowanie takie nazywamy sterowaniem z uchybem konfiguracyjnym (rys. 5).



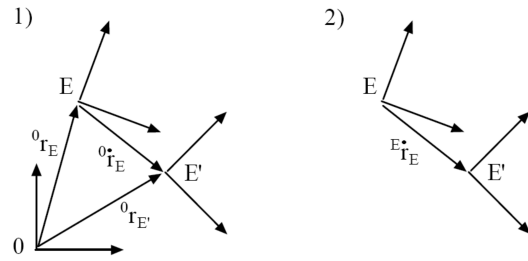
Rys. 5. Układ regulacji położenia końcówki robota. Układ posiada pętlę regulacji minimalizującą uchyb stawów, czyli uchyb w przestrzeni konfiguracyjnej. Na kolejnych schematach część otoczona linią przerywaną będzie rysowana jako jeden blok

Związek pomiędzy prędkością końcówki ${}^0 \dot{r}_E$ względem globalnego układu współrzędnych (rys. 6) a prędkościami członów łańcucha kinematycznego wytwarzaną przez ruch stawów $\dot{\Theta}$ można wyrazić za pomocą jakobianu:

$${}^0 \dot{r}_E = {}^{0,E} J_{\Theta}(\Theta) \dot{\Theta} \quad (4)$$

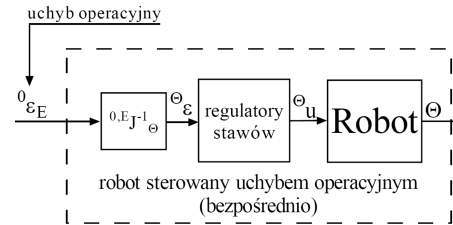
gdzie ${}^{0,E} J_{\Theta}(\Theta)$ jest jakobianem robota. Jakobian zależy od Θ , co symbolicznie zapisujemy jako $J(\Theta)$. Ponieważ jakobian robota przekształca prędkości z przestrzeni konfiguracyjnej zaznaczamy to dolnym indeksem Θ . W tym przypadku sterowanie polega na wyznaczeniu prędkości zadanej końcówki ${}^0 \dot{r}_E$ i przekształceniu jej za pomocą odwrotności jakobianu robota na prędkość w przestrzeni konfiguracyjnej $\dot{\Theta}$.

Zamiast prędkościami możemy operować małymi przyrostami ${}^0 \varepsilon_E$ i ${}^E \dot{r}_E$ (1).

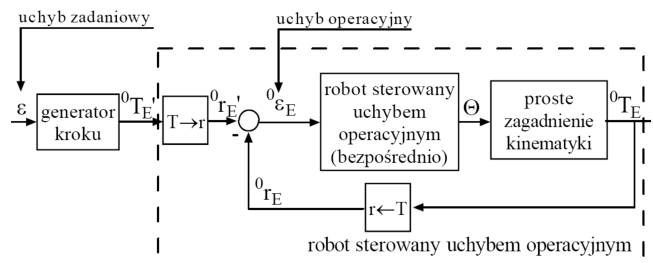


Rys. 6. 1) Prędkość ${}^0 \dot{r}_E$ końcówki względem globalnego układu odniesienia, 2) Prędkość ${}^E \dot{r}_E$ końcówki względem układu końcówki

Ponieważ uchyb wyznaczany jest tym razem w przestrzeni operacyjnej ${}^0 \varepsilon_E$, a nie konfiguracyjnej, sterowanie takie nazywamy sterowaniem z uchybem w przestrzeni operacyjnej, albo krócej - sterowaniem uchybem operacyjnym (rys. 7, 8).



Rys. 7. Układ regulacji pozycji końcówki robota. Uchyb operacyjny jest zadawany bezpośrednio (nie jest obliczany na powyższym schemacie). Na kolejnych schematach część otoczona linią przerywaną będzie rysowana jako jeden blok



Rys. 8. Pełny układ regulacji pozycji końcówki robota. Uchyb jest obliczany w przestrzeni operacyjnej. Na kolejnych schematach część otoczona linią przerywaną będzie rysowana jako jeden blok

Istnieje subtelna różnica pomiędzy małym przyrostem - jako różnicą pomiędzy położeniem osiągniętym w następnym kroku a położeniem aktualnym - oraz uchybem - jako różnicą pomiędzy położeniem zadany (wyznaczonym przez generator kroku) a położeniem aktualnym. Podczas sterowania zakłada się, że położenie zadane będzie osiągnięte w następnym kroku, dlatego też pojęcia małego przyrostu i uchybu utożsamiamy. Możemy tak postąpić, gdyż właściwie zaprojektowany generator kroku wyznaczy realizowalny w jednym kroku uchyb operacyjny.

Prędkość końcówki można również wyznaczyć względem układu współrzędnych końcówki ${}^E \dot{r}_E$ (rys. 6):

$${}^E \dot{r}_E = {}^{E,E} J_{\Theta}(\Theta) \dot{\Theta} \quad (5)$$

gdzie ${}^{E,E} J_{\Theta}(\Theta)$ jest jakobianem końcówki.

3. Klasyfikacja serwomechanizmów wizyjnych

Robot sterowany pozycyjnie wykorzystuje jeden z dwóch uchybów:

- uchyb wyznaczony w przestrzeni konfiguracyjnej (ang. joint error control - JEC),
- uchyb określony w przestrzeni operacyjnej (ang. position error control - PEC).

Oba powyższe uchyby wyznaczone są na podstawie pomiaru położenia wałów silników za pomocą enkoderów lub rezolwerów. Jednak uchyb może być wyznaczony za pomocą pomiaru dokonanego bezpośrednio kamerą - wtedy mówimy o uchybie wizyjnym.

Serwomechanizmy wizyjne mogą zostać sklasyfikowane ze względu na różne kryteria.

W zależności od tego, czy końcówka manipulatora jest obserwowana (znajduje się w polu widzenia kamery i może zostać rozpoznana przez algorytmy rozpoznawania obrazu) czy nie, serwomechanizmy wizyjne dzieli się na [2, 5]:

- nie obserwujące końcówki efektora (ang. endpoint open-loop - EOL),
- obserwujące końcówkę efektora (ang. endpoint closed-loop - ECL).

W zależności od tego w jakiej przestrzeni obliczany jest uchyb wizyjny [2, 5]:

- zadaniowej (ang. position-based - PB),
- cech obrazu (ang. image-based - IB).

W zależności od umiejscowienia kamery (lub kamer):

- kamera nieruchoma (ang. stand-alone camera - SAC),
- kamera ruchoma umieszczona na końcówce (ang. eye-in-hand - EIH) - przypadku umieszczenia kamery na innym członie robota w tym artykule nie rozpatrujemy.

Ponieważ powyższe klasyfikacje są niezależne od siebie, w dalszej części tekstu będziemy posługiwać się nimi używając zestawień angielskich skrótów. Na przykład PB-EOL-SAC oznacza serwomechanizm korzystający z uchybu w przestrzeni zadaniowej, w którym końcówka robota nie jest obserwowana, a kamera jest nieruchoma.

Należy zwrócić uwagę na różnicę pomiędzy uchybem zadaniowym (serwomechanizm wizyjny PB), a uchybem operacyjnym (serwomechanizm PEC). Pierwszy z nich dotyczy znacznej różnicy pomiędzy aktualną pozycją obiektu G i końcówki E , drugi natomiast dotyczy małej różnicy pomiędzy aktualną pozycją końcówki, a jej pożądaną pozycją znajdującą się na drodze do obiektu (zazwyczaj jest to pozycja pośrednia E' znajdującą się w niewielkiej odległości od aktualnej pozycji końcówki E). Oczywiście przestrzenie operacyjna i zadaniowa są tożsame.

W serwomechanizmach PB najpierw lokalizowany jest obiekt na powierzchni obrazu (w dwuwymiarowym układzie współrzędnych związanym z obrazem położenie jest odległością w pikselach od wybranego piksela odniesienia), a następnie na tej podstawie obliczana jest jego pozycja w trójwymiarowym układzie współrzędnych związanym z bazą robota. Uzyskanie informacji o głębi możliwe jest dzięki wykorzystaniu dwóch kamer (stereowizja) albo dzięki informacji o rzeczywistych rozmiarach obiektu lub przy użyciu innych niż kamery czujników (np. dalmierzy laserowych). Przy wyznaczaniu pozycji obiektu wykorzystywana jest wiedza o położeniu kamery (kamer) w układzie współrzędnych związanym z robotem, dlatego tak ważna jest prawidłowa kalibracja układu kamera-robot. Uchyb zadaniowy jest różnicą między

wyznaczonym położeniem obiektu a znanym położeniem końcówki manipulatora.

Położenie końcówki może być wyznaczone zarówno dzięki rozpoznaniu jej na obrazie (co oznaczamy jako ${}^0T_E(f_E)$), jak i dzięki rozwiązaniu prostego zadania kinematyki (${}^0T_E(\Theta)$). Oba pomiary położenia końcówki mogą się od siebie różnić. Błędy mogą być systematyczne lub przypadkowe. Błędy systematyczne spowodowane są złą kalibracją (zarówno kamera-robot, jak i modelu kinematycznego robota), błędnym dobraniem metod rozpoznawania obrazu lub stałym poziomem nieodfiltrowanego szumu. Błędy przypadkowe spowodowane są natomiast sporadycznie występującymi zakłóceniami takimi, jak np. odbłaski od obserwowanych przedmiotów. Znaczna różnica obu estymacji jest więc znakiem, że należy sprawdzić poprawność jednego z wymienionych źródeł błędów.

W serwomechanizmach typu IB uchyb obliczany jest pomiędzy zadanymi cechami obrazu, a cechami zmierzonymi. Cechy obrazu są wektorem liczb otrzymanym z matematycznego przekształcenia obrazu. Uchyb najczęściej liczony jest jako błąd średniokwadratowy pomiędzy zadanym wektorem liczb, a wektorem wartości zmierzonych. Przykładem cech mogą być: histogram obrazu, jasności pikseli obrazu (lub jego wycinka), położenia przedmiotów na obrazie etc. Uchyb między wektorami liczb wyrażającymi histogramy może być liczony jako błąd średniokwadratowy. Uchyb między wektorami wartości pikseli liczony jest jako odwrotność korelacji pomiędzy obrazem zadanym a uzyskanym. W praktyce jednak dąży się do maksymalizacji funkcji korelacji (zamiast minimalizacji uchybu). Uchyb jest mierzony pomiędzy zlokalizowaną na obrazie końcówką manipulatora a miejscem na obrazie, w którym ma się ona znaleźć. Gdy kamera zamontowana jest na końcówce manipulatora, uchyb obliczany jest jako różnica między położeniem obiektu a danym punktem odniesienia na obrazie (ang. bore-sight), którym najczęściej jest jego środek.

4. Podsumowanie

W artykule tym wprowadzono podstawowe pojęcia niezbędne do przeprowadzenia analizy serwomechanizmów wizyjnych. Ponadto podano klasyfikację tych serwomechanizmów ze względu na trzy kryteria. Część druga artykułu, która ukaże się we wrześniowym numerze PAK, opíše sklasyfikowane w części pierwszej artykułu struktury sterowania oraz przeprowadzi analizę ich wad i zalet - szczególnie z punktu widzenia kalibracji poszczególnych podsystemów.

Praca jest finansowana przez grant MNiI: 4 T11A 003 25.

5. Literatura

- [1] J. J. Craig: Introduction to Robotics, Mechanics and Control. Addison-Wesley Publishing Company 1986
- [2] S. Hutchinson, G. D. Hager, P. I. Corke: A Tutorial on Visual Servo Control. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 12, no. 5, October 1996
- [3] Jezierski: Robotyka – kurs podstawowy. Wydawnictwa Politechniki Łódzkiej, Łódź 2002
- [4] K. Kozłowski, P. Dutkiewicz, W. Wróblewski: Modelowanie i sterowanie robotów. PWN, Warszawa 2003
- [5] D. Kragic, H. I. Christensen: Survey on Visual Servoing for Manipulation. Technical report ISRN KTHNAP-0201-SE, KTH Royal Institute of Technology (of Sweden)
- [6] M. W. Spong, M. Vidyasagar: Dynamika i sterowanie robotów. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1997