

## Małgorzata DETKA, Zdzisław KACZMAREK

POLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA, SAMODZIELNY ZAKŁAD ELEKTROTECHNIKI TEORETYCZNEJ I METROLOGII ELEKTRYCZNEJ

# Odtwarzanie przebiegów ciśnień impulsowych

Mgr inż. Małgorzata DETKA

Jest absolwentką Wydziału Elektrotechniki Automatyki i Informatyki specjalności Informatyka Politechniki Świętokrzyskiej. Po studiach podjęła pracę na swoim macierzystym wydziale na stanowisku asystenta w Samodzielnym Zakładzie Elektrotechniki Teoretycznej i Metrologii. W roku 2005 otworzyła przewód doktorski na Politechnice Świętokrzyskiej. Tematem rozprawy doktorskiej jest: „Odtwarzanie w dziedzinie częstotliwości sił i ciśnień impulsowych”. Jest autorem kilku artykułów o wymienionej tematyce.

e-mail: mdetka@tu.kielce.pl



Dr hab. inż. Zdzisław KACZMAREK

Ukończył studia na Wydziale Łączności Politechniki Wrocławskiej w 1964 r. W 1977 r. uzyskał stopień doktora w Instytucie Metrologii Elektrycznej Politechniki Wrocławskiej a w 1990 r. stopień doktora habilitowanego na Wydziale Elektrycznym Politechniki Warszawskiej. Jest autorem ponad 70 prac naukowych w tym jednej monografii z zakresu miernictwa dynamicznego, elektrycznych i światłowodowych czujników pomiarowych, odtwarzania sygnałów pomiarowych.

e-mail: etmk@eden.tu.kielce.pl



### Streszczenie

W artykule przedstawiono metodę odtwarzania przebiegów ciśnień impulsowych, której istota polega na dekonwolucji w dziedzinie częstotliwości i wykorzystaniu transmitancji widmowej elastycznego pręta, działającego jako przetwornik mechaniczny. Transmitancję widmową pręta wyznaczono w postaci zależności analitycznej na podstawie pomiarów fal odkształceń w dwóch przekrojach pręta. Regularyzację odtwarzania realizuje się przez ograniczenie pasma filtru inwersyjnego. Metodę zastosowano do odtwarzania przebiegów ciśnień impulsowych wywołanych wyładowaniem elektrycznym w wodzie.

### Abstract

This paper presents a method for reconstruction of impulsive pressure waveforms, whose essence consists in deconvolution in the frequency domain and the use of the spectral transmittance of the elastic bar acting as a mechanical transducer. The spectral transmittance was determined as an analytical relation using measurements of strain waves in two cross-section of the bar. A regularization of the deconvolution is obtained by means of limiting the frequency band of the inversion filter. The method was used to reconstruct impulsive pressure waveforms generated by electric discharges in water.

## 1. Wstęp

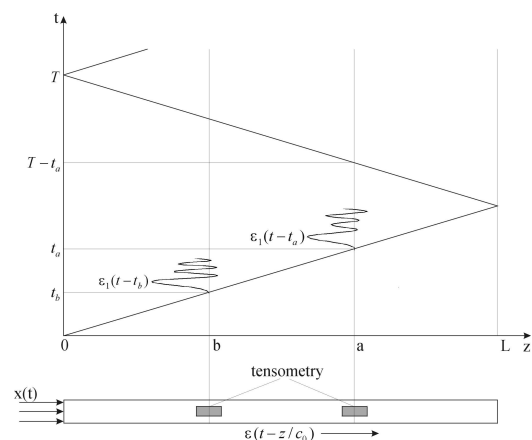
Znanych jest kilka metod odtwarzania mezurandu a ściślej najlepszej jego estymaty. Jedną z częściej stosowanych jest transformacyjna metoda odtwarzania w dziedzinie częstotliwości, bazująca na przekształceniach Fouriera, która obowiązuje dla przetworników opisywanych równaniem całkowym typu spłot. Regularyzację odtwarzania, w tej metodzie, uzyskuje się przez kształtowanie charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej toru odtwarzania za pomocą filtrów regularyzujących. Stosowano ją w odtwarzaniu przebiegów sił i ciśnień impulsowych, korzystając z elastycznego metalowego pręta jako przetwornika mechanicznego, w pracach [1-4]. Istotnym elementem zapewniającym poprawne wykonanie operacji odtwarzania sygnałów impulsowych, w powyższych pracach, był wymóg instalowania tensometrów w ściśle wyznaczonych miejscach na pręcie. Pozwalało to na obliczanie transmitancji widmowej odcinka pręta, na podstawie sygnałów z tensometrów, wykorzystywanej bezpośrednio w odtwarzaniu przebiegu wymuszenia. Obliczanie transmitancji widmowej ustalonego odcinka pręta wykonywano w każdorazowym procesie odtwarzania.

W artykule przedstawiono metodę odtwarzania przebiegów ciśnień impulsowych, której istota polega na dekonwolucji w dziedzinie częstotliwości z wykorzystaniem transmitancji widmowej elastycznego pręta, wyznaczonej doświadczalnie w postaci zależności analitycznej. Metoda bazuje na dwupunktowym pomiarze fal odkształceń w pręcie. Regularyzację odtwarzania realizuje się przez ograniczenie pasma filtru inwersyjnego [1].

Przedstawioną metodę wykorzystano do odtwarzania przebiegów ciśnień impulsowych wywołanych wyładowaniem elektrycznym w wodzie.

## 2. Metoda

Wymuszenie impulsowe działające na jedną z powierzchni czołowych pręta, wywołuje w nim impuls odkształcenia, który rozchodzi się jako podłużna sprężysta fala. Propagację sprężystych fal odkształceń w pręcie obrazuje wykres Lagrange'a przedstawiony na rysunku 1.



Rys. 1. Wykres Lagrange'a obrazujący propagację sprężystych fal odkształceń w pręcie o długości  $l$

W proponowanej metodzie odtwarzania przebiegów wymuszeń impulsowych wykorzystuje się dwu punktowy pomiar fali odkształcenia w pręcie. Stosuje się do tego celu tensometry rezystancyjne instalowane na pręcie w ustalonych odległościach wzdłuż jego długości. Do analizy wykorzystuje się sygnały z tensometrów odpowiadające bezpośredniej fali odkształcenia  $\varepsilon_{1a}(t)$  w punkcie  $a$  oraz  $\varepsilon_{1b}(t)$  w punkcie  $b$  pręta.

Jeżeli przebiegom czasowym bezpośredniej fali odkształcenia  $\varepsilon_{1b}(t)$  oraz  $\varepsilon_{1a}(t)$  odpowiadają widma częstotliwościowe określone przez proste transformaty Fouriera odpowiednio  $\hat{\varepsilon}_{1b}(j\omega)$  oraz  $\hat{\varepsilon}_{1a}(j\omega)$  to transmitancja widmowa odcinka pręta o długości  $a-b$  wynosi:

$$G(j\omega) = \frac{\hat{\varepsilon}_{1a}(j\omega)}{\hat{\varepsilon}_{1b}(j\omega)} \quad (1)$$

Transmitancję widmową odcinka pręta można zapisać w postaci:

$$G(j\omega) = G(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \frac{\hat{\varepsilon}_{1a}(\omega)}{\hat{\varepsilon}_{1b}(\omega)} e^{j\varphi(\omega)} \quad (2)$$

gdzie:

$$\varphi(\omega) = \arg[\hat{\varepsilon}_{1a}(j\omega)] - \arg[\hat{\varepsilon}_{1b}(j\omega)] = \varphi_2(\omega) - \varphi_1(\omega) \quad (3)$$

Jeżeli długość odcinka pręta  $a-b = 1$  m, to transmitancja wyznaczona z zależności (1) jest transmitancją jednostkową pręta.

Na podstawie przebiegu tłumienia podłużnych fal sprężystych w ciałach stałych oraz rezultatów przeprowadzonych pomiarów, moduł transmitancji jednostkowej pręta można zapisać w postaci zależności:

$$G(\omega) = e^{-\alpha} = e^{-a_1 f^2} \quad (4)$$

gdzie  $\alpha$  jest współczynnikiem tłumienia,  $a_1$  jest stałą a  $f$  jest częstotliwością. Wartość stałej  $a_1$  wyznacza się w oparciu o aproksymację średniokwadratową modułu transmitancji wyznaczonego doświadczalnie, funkcją wykładniczą daną wzorem (4).

Przebieg argumentu transmitancji jednostkowej pręta wyznaczony doświadczalnie, weryfikuje się z przebiegiem kąta fazowego  $\varphi$ , określonego zależnością (5), otrzymanego z rozwiązania numerycznego równania Pochhammera Chree, opisującego dyspersyjną propagację fal w pręcie [7].

$$\varphi = \omega \left( \frac{1}{c_n} - \frac{1}{c_0} \right) \quad (5)$$

gdzie  $c_0$  jest prędkością fal podłużnych nieskończenie długich,  $c_n$  jest prędkością fazową poszczególnych składowych częstotliwościowych, wyznaczoną z krzywej dyspersyjnej  $c_n/c_0 = f(a/\lambda)$  pierwszej postaci drgań pręta dla  $\nu = 0.3$  [6]. Zakres częstotliwości, w którym przebieg argumentu transmitancji widmowej wyznaczony doświadczalnie jest zgodny z argumentem teoretycznym, określa pasmo częstotliwości, w którym dokonuje się procesu odtwarzania.

Zatem transmitancję widmową jednostkowego odcinka pręta użytego w eksperymencie można opisać wzorem:

$$G(j\omega) = e^{-a_1 f^2 - j\varphi} \quad (6)$$

Uwzględniając zależność (6) postać transmitancji widmowej odcinka pręta o dowolnej długości  $L$  wyrażonej w metrach można opisać wzorem [5]:

$$G_L(j\omega) = e^{(-a_1 f^2 - j\varphi)L} \quad (7)$$

Odtwarzania estymaty widma przebiegu odkształcenia na początku pręta dokonuje się według wzoru:

$$\tilde{\varepsilon}_0(j\omega) = G_L^{-1} \hat{\varepsilon}_L(j\omega) \quad (8)$$

gdzie  $\tilde{\varepsilon}_0(j\omega)$ ,  $\hat{\varepsilon}_L(j\omega)$  oznaczają transformaty Fouriera estymaty fali odkształcenia dla  $z = 0$  oraz fali odkształcenia zarejestrowanej w odległości  $z = L$  od początku pręta.

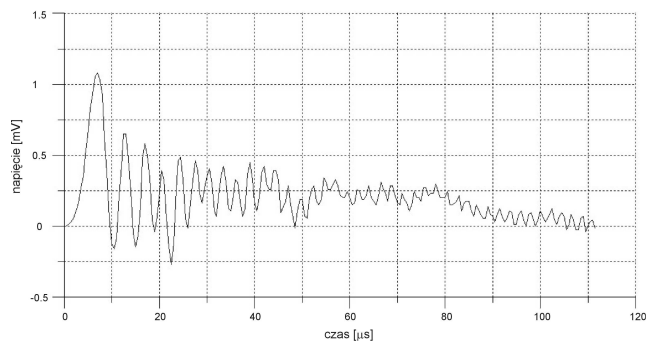
Estymatę przebiegu odkształcenia na początku pręta wyznacza się z zależności:

$$\tilde{\varepsilon}_0(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\varepsilon}_0(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (9)$$

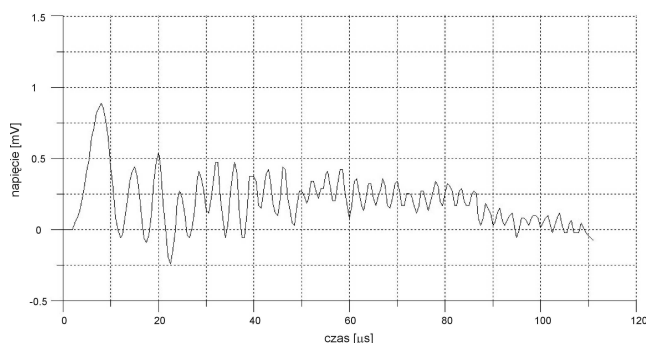
Estymatę przebiegu wymuszenia wyznacza się na podstawie obliczonej estymaty odkształcenia  $\tilde{\varepsilon}_0(t)$  oraz danych: modułu Younga  $E$  i przekroju poprzecznego pręta, lub wykorzystując charakterystykę wzorcowania dynamicznego czujnika pomiarowego.

### 3. Zastosowanie metody do odtwarzania przebiegów ciśnień impulsowych

Zaproponowaną metodę zastosowano do odtwarzania przebiegów ciśnień impulsowych wywołanych wyładowaniem elektrycznym w wodzie. W doświadczeniu wykorzystano tensometryczny czujnik pomiarowy z dwupunktowym pomiarem odkształceń. Na rysunkach 2 i 3 pokazano przebiegi sygnałów wyjściowych z przetworników tensometrycznych zainstalowanych na pręcie w odległościach 1 m i 2 m od początku pręta.

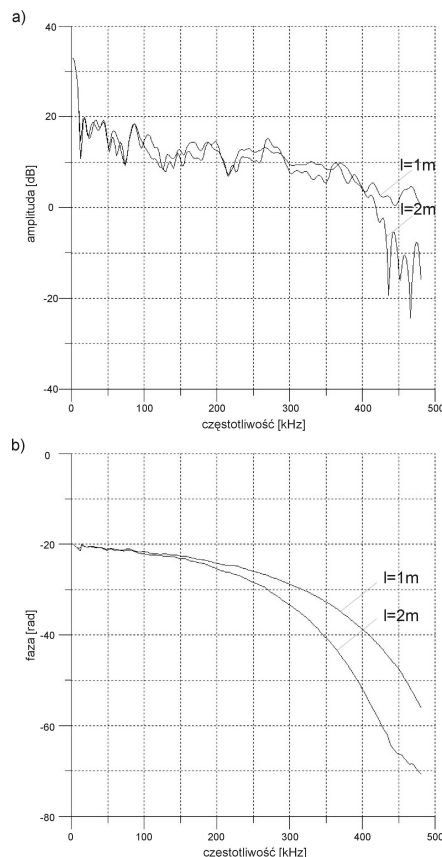


Rys. 2. Sygnał wyjściowy przetwornika tensometrycznego umieszczonego w odległości 1 m od początku pręta



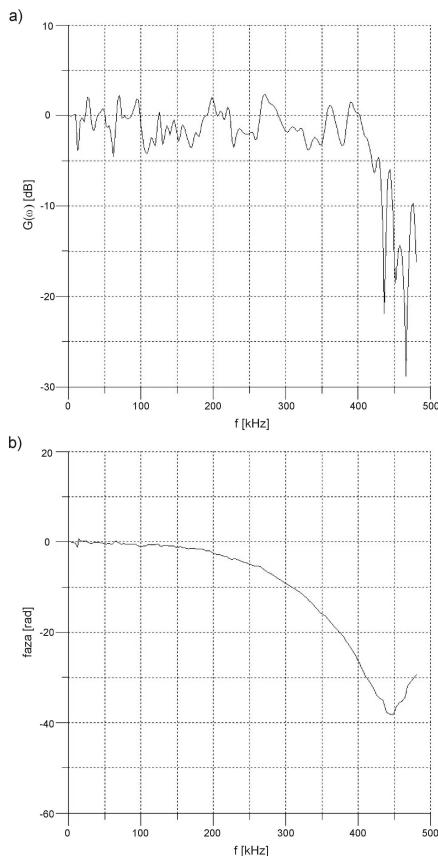
Rys. 3. Sygnał wyjściowy przetwornika tensometrycznego umieszczonego w odległości 2 m od początku pręta

Obliczone widma amplitudowe i fazowe ich sygnałów przedstawiono na rysunku 4.



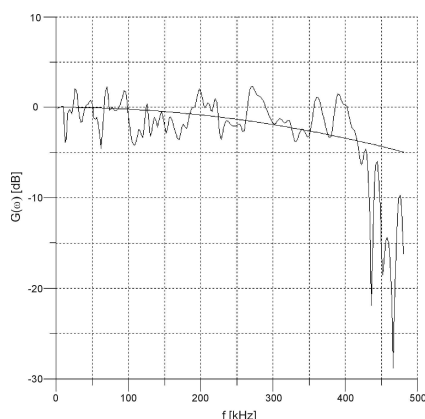
Rys. 4. Widma sygnałów przetworników tensometrycznych odpowiadające przebiegom fal odkształceń powstałym pod wpływem działania na jedną z powierzchni czołowych pręta ciśnienia wywołanego wyładowaniem elektrycznym w wodzie: a) amplitudowe, b) fazowe

Na rysunku 5 pokazano przebiegi modułu i argumentu transmitancji widmowej jednostkowego odcinka pręta, uzyskane na podstawie sygnałów wyjściowych z tych przetworników.



Rys. 5. Transmitancja widmowa jednostkowego odcinka pręta: a) moduł, b) argument

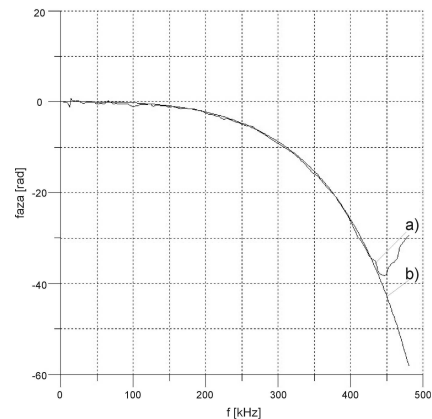
Wyniki aproksymacji średniokwadratowej modułu transmitancji jednostkowego odcinka pręta, zgodnie z zależnością (4), zamieszczono na rysunku 6. Z aproksymacji tej uzyskano wartość stałej  $a_1 = 0,66 \cdot 10^{-13} \text{ [s}^2/\text{m]}$ .



Rys. 6. Aproksymacja modułu transmitancji widmowej jednostkowego odcinka pręta

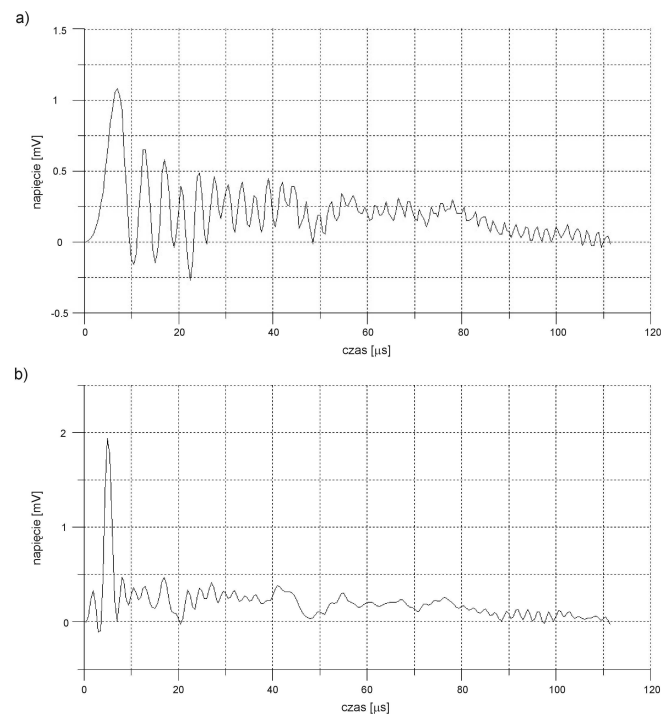
Na rysunku 7 przedstawiono przebieg argumentu transmitancji jednostkowego odcinka pręta wyznaczony doświadczalnie wraz z przebiegiem kąta fazowego otrzymanego na podstawie analizy teoretycznej zgodnie ze wzorem (5).

Odtwarzania estymaty przebiegu odkształcenia na początku pręta dokonano zgodnie z zależnością (8) i (9) wykorzystując do tego celu przebieg bezpośredniej fali odkształcenia  $\varepsilon_{1b}$  zmierzony w punkcie  $b$  pręta.



Rys. 7. Argument transmitancji widmowej jednostkowego odcinka pręta wyznaczony: a) eksperymentalnie, b) na podstawie analizy teoretycznej

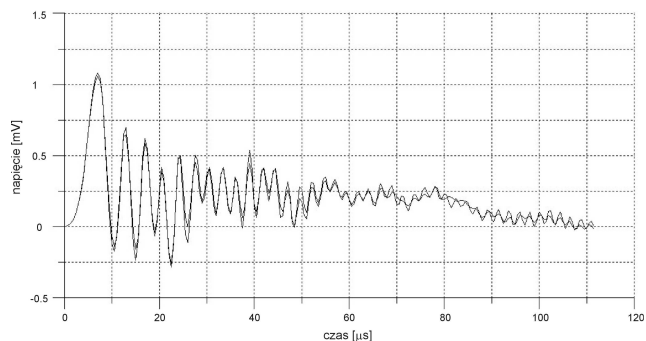
Wyniki odtwarzania przedstawiono na rysunku 8. Na podstawie otrzymanych rezultatów można stwierdzić, że amplituda przebiegu na początku pręta jest 1,78 razy większa niż amplituda przebiegu zmierzonego w punkcie  $b$  pręta. Czas trwania odtworzonego przebiegu wynosi  $3,5 \mu\text{s}$  i jest 2,6-krotnie mniejszy niż czas trwania przebiegu zmierzonego w punkcie  $b$  pręta.



Rys. 8. Sygnał wyjściowy: a) tensometrów zainstalowanych w odległości 1 metr od początku pręta, b) hipotetycznego czujnika zainstalowanego na początku pręta

#### 4. Eksperymentalna weryfikacja metody

Poprawność metody zweryfikowano doświadczalnie porównując sygnał wyjściowy tensometrów zainstalowanych w punkcie  $b$  pręta z estymatą tego przebiegu obliczoną na podstawie sygnału tensometrów zainstalowanych w punkcie  $a$  i wyznaczonej transmitancji widmowej pręta. Wyniki przedstawiono na rys. 9. Porównanie ilościowe przeprowadzono dla impulsu głównego przebiegu, oceniając zgodność amplitudy  $A$  i czasu trwania  $\tilde{a}$  przebiegu zmierzonego z amplitudą  $\tilde{A}$  i czasem trwania  $\tilde{a}$  przebiegu obliczonej estymaty. Zgodność głównego impulsu przebiegu zmierzonego i jego obliczonej estymaty oceniano na podstawie wartości względnego błędów amplitudy i względnego błędów czasu trwania. Wyniki tej oceny zamieszczono w tabeli 1.

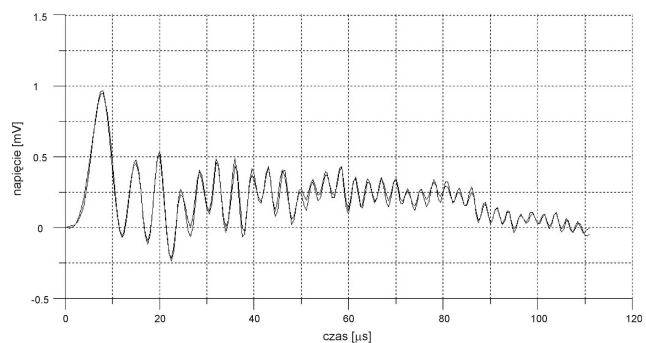


Rys. 9. Przebieg sygnału wyjściowego czujnika tensometrycznego zainstalowanego w punkcie  $b$  pręta oraz jego estymata obliczona na podstawie sygnału czujnika tensometrycznego zainstalowanego w punkcie  $a$  pręta

Tab. 1. Względne błędy estymacji czasu trwania i amplitudy impulsu głównego

$\tilde{\alpha}$	$\alpha$	$\frac{\tilde{\alpha} - \alpha}{\alpha}$	$\tilde{A}$	$A$	$\frac{\tilde{A} - A}{A}$
$\mu\text{s}$	$\mu\text{s}$	%	mV	mV	%
9,0	9,0	< 0,1	1,06	1,08	1,8

Poprawność metody zweryfikowano również porównując sygnał wyjściowy tensometrów zainstalowanych w punkcie  $a$  pręta z estymatą tego przebiegu obliczoną na podstawie sygnału tensometrów zainstalowanych w punkcie  $b$  i wyznaczonej transmitancji widmowej pręta. Wyniki przedstawiono na rys. 10. Wyniki oceny porównania przedstawiono w tabeli 2.

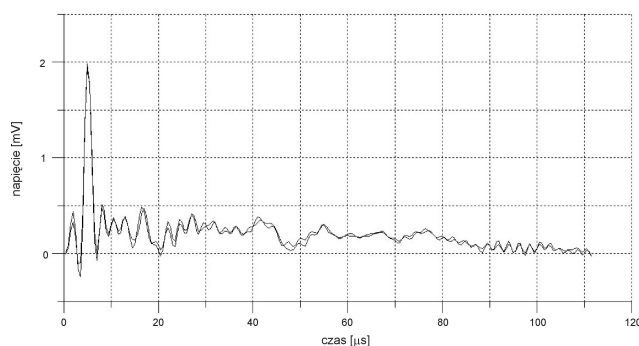


Rys. 10. Przebieg sygnału wyjściowego czujnika tensometrycznego zainstalowanego w punkcie  $a$  pręta oraz jego estymata obliczona na podstawie sygnału czujnika tensometrycznego zainstalowanego w punkcie  $b$  pręta.

Tab. 2. Względne błędy estymacji czasu trwania i amplitudy impulsu głównego

$\tilde{\alpha}$	$\alpha$	$\frac{\tilde{\alpha} - \alpha}{\alpha}$	$\tilde{A}$	$A$	$\frac{\tilde{A} - A}{A}$
$\mu\text{s}$	$\mu\text{s}$	%	mV	mV	%
11,0	11,0	< 0,1	0,96	0,94	1,5

W celu oceny jakości odtwarzania w oparciu o doświadczalnie wyznaczoną transmitancję widmową pręta porównano również estymaty  $\tilde{\alpha}_a, \tilde{A}_a, \tilde{\alpha}_b, \tilde{A}_b$  odtworzonego sygnału hipotetycznego czujnika tensometrycznego zainstalowanego na początku pręta na podstawie zarejestrowanych sygnałów wyjściowych z tensometrów zainstalowanych w punktach  $b$  i  $a$  pręta. Wykorzystano w tym celu transmitancje widmowe odcinka pręta o długościach odpowiednio jeden metr i dwa metry. Wyniki odtwarzania przedstawiono na rys. 11. Zgodność estymat głównego impulsu sygnału oceniono na podstawie wartości względnych błędów amplitudy i czasu trwania. Wyniki oceny przedstawiono w tabeli 3.



Rys. 11. Sygnał wyjściowy hipotetycznego czujnika tensometrycznego zainstalowanego na początku pręta uzyskany na podstawie sygnałów z tensometrów zainstalowanych w punktach  $a$  i  $b$  pręta

Tab. 3. Względne błędy niejednoznaczności odtwarzania czasu trwania i amplitudy impulsu głównego

$\tilde{\alpha}_a$	$\tilde{\alpha}_b$	$\frac{\tilde{\alpha}_a - \tilde{\alpha}_b}{\tilde{\alpha}_b}$	$\tilde{A}_a$	$\tilde{A}_b$	$\frac{\tilde{A}_a - \tilde{A}_b}{\tilde{A}_b}$
$\mu\text{s}$	$\mu\text{s}$	%	mV	mV	%
3,5	3,5	< 0,1	1,96	1,93	1,5

Przedstawiona eksperymentalna weryfikacja potwierdza poprawność metody i poprawność wyznaczonej transmitancji widmowej pręta.

## 5. Podsumowanie

Opracowana metoda odtwarzania odkształceń impulsowych, oparta o analityczną postać transmitancji widmowej przetwornika mechanicznego (pręta) i pomiar odkształceń w jednym punkcie tego przetwornika, może być stosowana do odtwarzania przebiegów wymuszeń impulsowych, w szerokim zakresie częstotliwości obejmującym pracę pręta z dyspersją. Wynik doświadczalnej weryfikacji metody potwierdza jej poprawność i skuteczność.

## 6. Literatura

- [1] Kaczmarek Z.: *Pomiar i odtwarzanie przebiegów sił i ciśnień impulsowych*. Monografie Politechniki Świętokrzyskiej, Nr 26, Kielce 2001.
- [2] Kaczmarek Z.: *Metody korekcji zniekształceń dyspersyjnych w przetworniku mechanicznym typu pręt Hopkinsona*. Kongres Metrologii KM. Wrocław 6-9 09 2004 Materiały Kongresowe, ss. 221-224.
- [3] Kaczmarek Z.: *A frequency-domain deconvolution approach for impact force waveform restoration with the use of one-point strain measurement*. Metrology and Measurement Systems, vol. 9, no. 1, 2002, pp.3-17.
- [4] Kaczmarek Z., Kaczmarek C., Nichoga V.: *A modified Impulsive Force and Pressure Sensor Intended for Waveform Reconstruction Purposes*. IEEE Trans. Instrumentation and Measurement, 1, 2002, pp. 102-106.
- [5] Detka M., Kaczmarek Z.: *Eksperymentalne wyznaczanie transmitancji widmowych sprężystego pręta*. Konferencja Naukowo-techniczna Podstawowe Problemy Metrologii PPM'05. Ustroń 2005. Prace Komisji Metrologii Oddziału PAN w Katowicach. Seria: Konferencje Nr 8, str. 351-356.
- [6] Bancroft D. *The velocity of longitudinal waves in cylindrical bar*. Physical Review 4 1941, pp. 588-593.
- [7] Gorham D.A., Wu X. I.: *A numerical method for the correction of dispersion in pressure bar signals I*. Phys. E. Sci. Instrum. 16, 1983, pp. 477-479.

**Title:** The reconstruction of waveforms of impulsive pressure