

Zdzisław KACZMAREK

POLITECHNIKA ŚWIĘTOKRZYSKA, SAMODZIELNY ZAKŁAD ELEKTROTECHNIKI TEORETYCZNEJ I METROLOGII ELEKTRYCZNEJ

Metoda korekcji zniekształceń dyspersyjnych sygnału wyjściowego czujnika mechanicznych wymuszeń impulsowych

Dr hab. inż. Zdzisław KACZMAREK

Ukończył studia na Wydziale Łączności Politechniki Wrocławskiej w 1964 r. W 1977 r. uzyskał stopień doktora w Instytucie Metrologii Elektrycznej Politechniki Wrocławskiej a w 1990 r. stopień doktora habilitowanego na Wydziale Elektrycznym Politechniki Warszawskiej. Jest autorem ponad 70 prac naukowych w tym jednej monografii z zakresu miernictwa dynamicznego, elektrycznych i światłowodowych czujników pomiarowych, odtwarzania sygnałów pomiarowych.

e-mail: etmzk@eden.tu.kielce.pl



Streszczenie

W artykule przedstawiono zmodyfikowaną numeryczną metodę korekcji zniekształceń sygnału wyjściowego czujnika mechanicznych wymuszeń impulsowych, wywołanych dyspersją fal w jego elemencie sprężystym. W metodzie wykorzystuje się dyskretne przekształcenie Fouriera próbek czasowych sygnału wyjściowego czujnika i charakterystykę dyspersyjną elementu sprężystego w postaci cylindrycznego pręta. Przedstawiono wyniki korekcji zmierzonych przebiegów odkształceń impulsowych, powstałych w wyniku uderzenia mechanicznego. Metoda umożliwia także symulację zniekształceń dyspersyjnych sygnału wyjściowego czujnika z elastycznym prętem.

Abstract

The paper presents a modified numerical method for the correction of the sensor signal's distortion, caused by wave dispersion in its elastic bar. The method is based on the Discrete Fourier Transformation of the time samples of the sensor signal and on the solution of the dispersion equation of the bar, showing the variation of phase velocity with the wavelength for the its first vibration mode. Presented are the results of the correction of the impulsive strains excited by a mechanical impact. The method also allows for the simulation of a dispersive distortion of the sensor signal, based on elastic bar.

1. Wstęp

Elastyczny metalowy pręt z zainstalowanymi na nim w odpowiednich miejscach tensometrami, (nazywany często prętem Hopkinsona), stanowi powszechnie stosowany czujnik sił i ciśnień impulsowych [1]. Główne zalety takiego czujnika to prosta budowa i bardzo szerokie pasmo przenoszenia. Siła lub ciśnienie działające na jedną z powierzchni czołowych pręta wywołują w nim sprężyste fale odkształceń, które propagują wzdłuż jego długości jako fale podłużne. Jeżeli długości tych fal są dużo większe niż średnica pręta, to ich propagacja w nim odbywa się bez dyspersji fal. Kształt przebiegu tych fal w prawidłowo wyznaczonym odcinku pręta jest miarą działającego wymuszenia. Jeżeli długości fal odkształceń są porównywalne lub mniejsze niż średnica pręta to ich propagacja ma charakter dyspersyjny, co znaczy, że prędkości fazowe fal w przecie zależą od ich częstotliwości. Dyspersja fal prowadzi do rozmywania się kształtu impulsu odkształcenia wzdłuż długości pręta, wywołanego impulsem wymuszenia, co skutkuje zniekształceniami sygnału wyjściowego czujnika. Warunkiem wykorzystania pręta, jako elementu sprężystego czujnika, w zakresie jego pracy z dyspersją fal, jest skompensowanie wpływu dyspersji fal w sygnale wyjściowym czujnika.

W pracy przedstawiono zmodyfikowaną numeryczną metodę korekcji zniekształceń sygnału wyjściowego czujnika odkształceń impulsowych, wywołanych dyspersją fal w elemencie sprężystym czujnika, w której wykorzystuje się Dyskretną Transformację Fouriera i charakterystykę dyspersyjną pierwszego modu drgań elementu sprężystego czujnika.

2. Rozwiązanie równania ruchu pręta

Podstawą metody korekcji zniekształceń dyspersyjnych sygnału wyjściowego czujnika odkształceń impulsowych jest rozwiązanie równania ruchu nieskończenie długiego pręta pod wpływem wymuszenia harmonicznego, które uzyskali niezależnie Pochhammer i Chree [2]. Rozwiązanie Pochhammera-Chree, w uproszczonej postaci jako równanie częstotliwościowe lub dyspersyjne można zapisać [3]

$$\frac{4\pi^2}{A^2} \left(\frac{\rho c_f^2}{\mu} - 2 \right) J_1(ga) \left[2\mu \frac{\partial^2 J_0(ga)}{\partial a^2} - \frac{\lambda \rho c_f^2 4\pi^2}{A^2 (\lambda + 2\mu)} J_0(ga) \right] + \frac{16\pi^2 \mu}{A^2} \frac{\partial J_0(ga)}{\partial a} \frac{\partial J_1(ha)}{\partial a} = 0 \quad (1)$$

gdzie

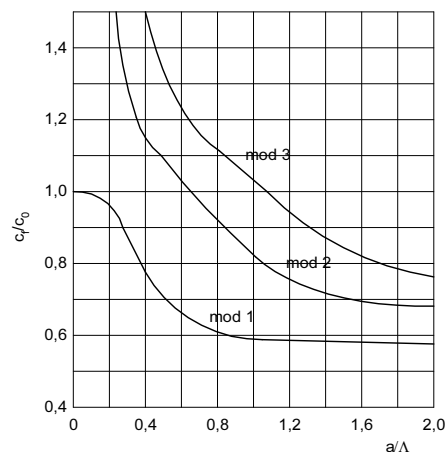
$$g = \frac{A}{2\pi} \left[\frac{\rho c_f^2}{\lambda + 2\mu} - 1 \right]^{0.5}, \quad h = \frac{A}{2\pi} \left[\frac{\rho c_f^2}{\mu} - 1 \right]^{0.5}$$

J_0, J_1 – funkcje Bessela pierwszego rodzaju rzędu zerowego i pierwszego odpowiednio, a jest promieniem pręta, ρ jest gęstością materiału pręta natomiast λ i μ są stałymi Lamego określonymi przez relacje

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

przy czym E jest modulem Younga, ν jest stałą Poissona.

Równanie (1) wiąże prędkość fazową c_f z długością A wymuszenia harmonicznego i jest ściśle dla pręta nieskończenie długiego. Równanie ma wiele pierwiastków, z których każdemu odpowiada inna postać drgań – inny mod pręta. Każdy mod charakteryzuje odpowiadająca liczba węzłów w przekrojach poprzecznych pręta. Jeśli przyjąć w równaniu częstotliwościowym wartość ν jako stałą, to można je rozwiązać metodą numeryczną, otrzymując krzywe dyspersyjne, które dla danej postaci drgań przedstawiają zależności c_f/c_0 w funkcji a/A . Na rysunku 1 przedstawiono trzy krzywe dyspersyjne odpowiadające trzem kolejnym pierwiastkom równania częstotliwościowego, dla stalowego cylindrycznego pręta ze stałą $\nu = 0,29$, wyznaczone przez Daviesa [4].



Rys. 1. Rozwiązanie równania dyspersyjnego przedstawiające zależność prędkości fazowej w funkcji stosunku promienia pręta i długości fali dla pierwszych trzech postaci drgań pręta, wykonanego ze stali o stałej Poissona $\nu = 0,29$

Z przebiegów krzywych dyspersyjnych wynika, że dla wszystkich trzech modów prędkości fazowe maleją ze zmniejszaniem długości fali. Fale o wyższych częstotliwościach propagują wzdłuż pręta wolniej niż fale o niższych częstotliwościach. Powstały w pręcie impuls odkształcenia, podczas działania na jego powierzchnię czołową wymuszenia impulsowego, zawiera składowe różnych częstotliwości, które propagują z różnymi prędkościami fazowymi wzdłuż pręta. Prowadzi to do rozmywania się kształtu przebiegu odkształcenia i w konsekwencji do zniekształceń sygnału wyjściowego czujnika. Do korekcji zniekształceń dyspersyjnych sygnału wyjściowego czujnika wykorzystuje się krzywą dyspersyjną pierwszej postaci drgań pręta obliczoną przez Bancrofta i podaną w postaci zestawu wartości w tabeli 1 [5].

Tab. 1. Zależność c_f/c_0 w funkcji d/Λ przy v jako parametrze d oznacza średnicę pręta

| d/Λ | v | | |
|-------------|---------|---------|---------|
| | 0,25 | 0,30 | 0,35 |
| 0,00 | 1,00000 | 1,00000 | 1,00000 |
| 0,05 | 0,99961 | 0,99944 | 0,99924 |
| 0,10 | 0,99843 | 0,99774 | 0,99694 |
| 0,15 | 0,99638 | 0,99482 | 0,99302 |
| 0,20 | 0,99333 | 0,99054 | 0,98732 |
| 0,25 | 0,98909 | 0,98466 | 0,97967 |
| 0,30 | 0,98337 | 0,97691 | 0,96979 |
| 0,35 | 0,97572 | 0,96688 | 0,95739 |
| 0,40 | 0,96559 | 0,95410 | 0,94218 |
| 0,45 | 0,95220 | 0,93810 | 0,92397 |
| 0,50 | 0,93479 | 0,91854 | 0,90277 |
| 0,55 | 0,91288 | 0,89549 | 0,87899 |
| 0,60 | 0,88681 | 0,86964 | 0,85341 |
| 0,65 | 0,85800 | 0,84222 | 0,82709 |
| 0,70 | 0,82841 | 0,81466 | 0,80110 |
| 0,75 | 0,79982 | 0,78818 | 0,77632 |
| 0,80 | 0,77332 | 0,76357 | 0,75330 |
| 0,85 | 0,74943 | 0,74125 | 0,73236 |
| 0,90 | 0,72826 | 0,72130 | 0,71355 |
| 0,95 | 0,70967 | 0,70365 | 0,69682 |
| 1,00 | 0,69344 | 0,68814 | 0,68203 |
| 1,20 | 0,64712 | 0,64321 | 0,63869 |
| 1,40 | 0,62048 | 0,61687 | 0,61284 |
| 1,60 | 0,60479 | 0,60111 | 0,59713 |
| 1,80 | 0,59526 | 0,59139 | 0,58731 |
| 2,00 | 0,58932 | 0,58524 | 0,58101 |
| ∞ | 0,58148 | 0,57516 | 0,56903 |

3. Metoda korekcji zniekształceń dyspersyjnych dla modu 1 drgań

Niech przebieg $y(t)$ odpowiada niezniekształconemu impulsowi odkształcenia na początku pręta, który jest wywołany wymuszeniem mechanicznym $x(t)$ działającym na jego powierzchnię czołową.

Po przetworzeniu analogowo-cyfrowym otrzymuje się ciąg jego próbek $y[k]$, $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Obliczając dyskretną transformatę Fouriera ciągu czasowego $y[k]$ otrzymuje się ciąg próbek zespolonych $Y[n]$ określony równaniem:

$$Y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} y[k] e^{-j(2\pi nk / N)}; \quad (2)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

Element Y_n ciągu $Y[n]$ można zapisać w postaci:

$$Y_n = |Y_n| e^{j\varphi_n} \quad (3)$$

Elementowi Y_n odpowiada częstotliwość n/NT , gdzie T oznacza czas próbkowania. Impuls odkształcenia propagujący dyspersyjnie wzdłuż pręta ulega zniekształceniu. Przebiegi odpowiadające zniekształconemu impulsowi odkształcenia zapiszemy jako $y'(t)$ i $y'[k]$, $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$. Wykonując dyskretną transformatę Fouriera na ciągu $y'[k]$ otrzymuje się ciąg $Y'[n]$, którego element Y'_n można zapisać:

$$Y'_n = |Y'_n| e^{j\varphi'_n} \quad (4)$$

W celu skorygowania zniekształceń wywołanych dyspersją w każdym elemencie Y'_n wprowadza się przesunięcie fazy $\Delta\varphi_n$, zależne od częstotliwości elementu Y'_n i długości propagacji z impulsu w pręcie, określone zależnością:

$$\Delta\varphi_n = 2\pi \frac{n \cdot z}{N \cdot T} \left(\frac{1}{c_0} - \frac{1}{c_{f_n}} \right) \quad (5)$$

Wymagane do obliczenia $\Delta\varphi_n$ prędkości fazowe c_{f_n} , przy danych: średnica pręta d , prędkość fali podłużnej w cienkim pręcie $c_0 = (E/\rho)^{0,5}$ oraz czas trwania impulsu $\tau = NT$, wyznacza się posługując się krzywą dyspersyjną $c_{f_n}/c_0 = g(d/\Lambda)$ pierwszego modu pręta, dla stałej v odpowiadającej materiałowi pręta. Pomocne w tym będzie wyznaczenie krzywej dyspersyjnej w postaci zależności $c_{f_n}/c_0 = g(f_n)$, dla danej wartości średnicy d pręta, przy czym $f_n = c_{f_n}/\Lambda$. W wyniku przeprowadzonych obliczeń otrzymuje się ciąg próbek zespolonych $\tilde{Y}[n]$, którego element \tilde{Y}_n opisuje się wzorem:

$$\tilde{Y}_n = |Y_n| e^{j(\varphi'_n + \Delta\varphi_n)} \quad (6)$$

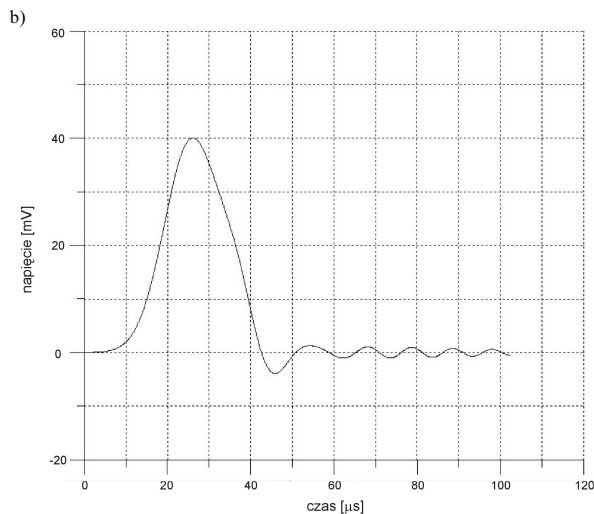
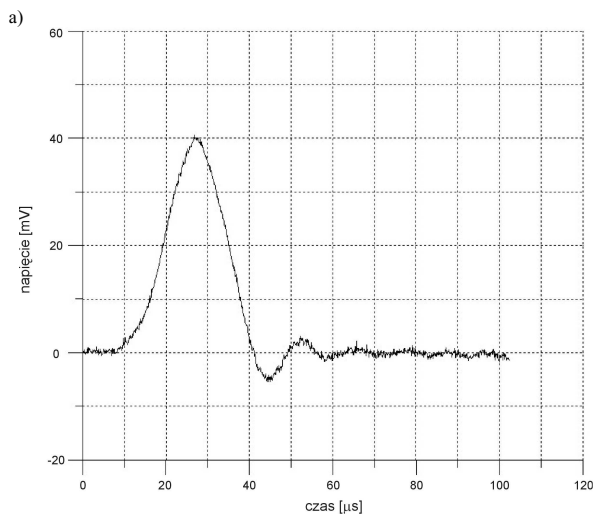
Wyznaczając odwrotną dyskretną transformatę Fouriera ciągu $\tilde{Y}[n]$ otrzymuje się ciąg próbek czasowych $\tilde{y}[k]$ określony wyrażeniem:

$$\tilde{y}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{Y}[n] e^{j(2\pi nk / N)} \quad (7)$$

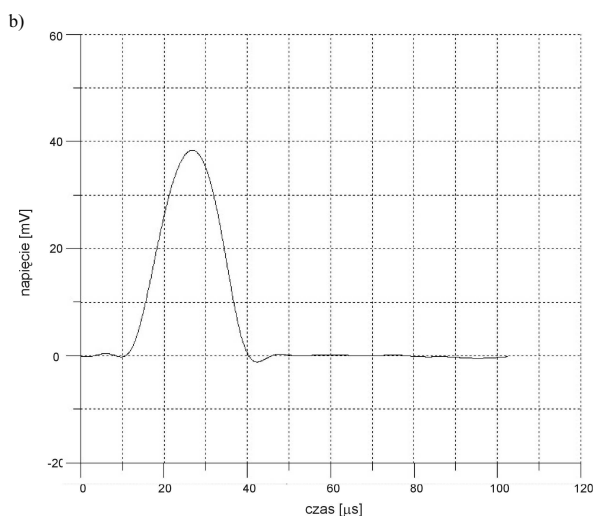
$$k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

Ciąg próbek $\tilde{y}[k]$ stanowi estymatę niezniekształconego ciągu czasowego $y[k]$.

Przykład zastosowania przedstawionej metody w korekcji zniekształceń dyspersyjnych sygnału wyjściowego czujnika siły uderzenia mechanicznego przedstawiono na rysunku 2.

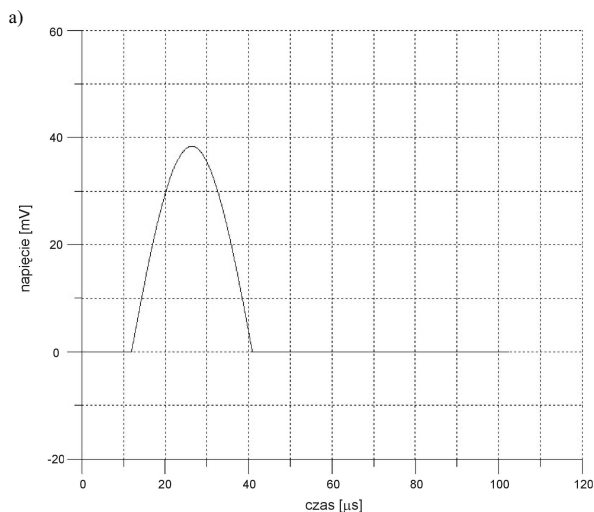


Rys. 3. Symulowany sygnał wyjściowy hipotetycznego czujnika siły, który przetwarza impuls odkształcenia w stalowym pręcie o średnicy 22,0 mm powstały w wyniku jego uderzenia podłużną stalową kulką o średnicy 10,00 mm z prędkością 2,2 m/s: a) na początku pręta, b) po przebyciu odległości 1 m w pręcie



Rys. 2. Sygnał wyjściowy czujnika siły wywołany podłużnym uderzeniem stalowej kulki o średnicy 10,00 mm w stalowy pręt o średnicy 22,0 mm i długości 150, 0 cm a) bez korekcji b) z korekcją zniekształceń dyspersyjnych. Prędkość uderzenia wynosi 2,2 m/s.

Na rysunku 3 przedstawiono zasymulowany sygnał wyjściowy hipotetycznego czujnika siły, który przetwarza impuls odkształcenia w stalowym pręcie o średnicy 22,0 mm powstały w wyniku jego uderzenia podłużną stalową kulką o średnicy 10,00 mm z prędkością 2,2 m/s.



Sygnał wyjściowy czujnika odwzorowuje impuls odkształcenia na początku pręta oraz po przebyciu przez niego odległości 1 m w pręcie. Symulację przeprowadzono na podstawie teorii Hertza uderzenia ciał i wynikających z niej zależności na czas trwania i amplitudę impulsu siły [1]. Początkowy impuls odkształcenia ma kształt połowki sinusoidy. Zniekształcenia dyspersyjne sygnału czujnika, wywołane propagacją impulsu odkształcenia w pręcie na długości 1 m, symulowano na podstawie zależności (6) wprowadzając odpowiednie opóźnienia fazy każdej składowej częstotliwości.

4. Wnioski

Prezentowana metoda korekcji zniekształceń dyspersyjnych sygnału wyjściowego czujnika wymuszeń impulsowych, w którym jako element sprężysty stosuje się elastyczny pręt, umożliwia poprawne przetwarzanie takim czujnikiem wymuszeń o szerokim paśmie częstotliwości obejmującym zakres dyspersyjnej propagacji fal w pręcie.

Zamieszczone przykłady korekcji i symulacji zniekształceń dyspersyjnych sygnału wyjściowego czujnika siły uderzenia, przeprowadzone opisaną metodą, wskazują na jej efektywność w tego rodzaju zadaniach miernictwa dynamicznego.

5. Literatura

- [1] Kaczmarek Z.: Pomiar i odtwarzanie przebiegów sił i ciśnień impulsowych. Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, seria Monografie, nr 26, Kielce 2002.
- [2] Kolsky H.: Stress waves in solids. Dover Publications, New York, 1963.
- [3] Follasbee P. S., Frantz C.: Wave propagation in the split Hopkinson pressure bar. Journal of Engineering Materials and Technology, 1983, vol. 103, pp. 61-66.
- [4] Davies R. M.: Wołny naprężenij w twierdych tielach. Moskwa, Izdatielstwo Innostrannoj Litieratury 1961.
- [5] Bancroft D.: The velocity of longitudinal waves in cylindrical bars. Physical Review, 1944, 4, pp. 588-593.

Title: Method for the correction of dispersive distortion in the output signal of a mechanical impulsive excitation sensor

Artykuł recenzowany