

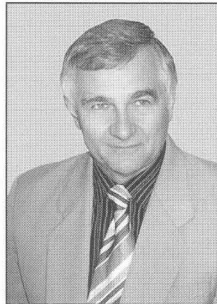
Jerzy ARENDARSKI

POLITECHNIKA WARSZAWSKA, WYDZIAŁ MECHATRONIKI, INSTYTUT METROLOGII I SYSTEMÓW POMIAROWYCH

Niepewność pomiarów a wiarygodność orzekania o zgodności mierzonych wielkości ze specyfikacjami

Dr inż. Jerzy ARENDARSKI

Studia wyższe ukończył na Wydziale Mechaniki Precyzyjnej Politechniki Warszawskiej. Na tym samym Wydziale, w roku 1980, uzyskał stopień naukowy doktora nauk technicznych. Od 1980 roku pracuje na stanowisku adiunkta w Instytucie Metrologii i Systemów Pomiarowych. Aktualny obszar jego zainteresowań to systemy kontroli wyrobów i procesów wytwarzania oraz metody atestacji aparatury pomiarowej. Autor książki "Niepewność pomiarów".



e-mail: j.arendarski@mchtr.pw.edu.pl

Streszczenie

Wobec często spotykanych przypadków dopuszczania zbyt dużych niepewności pomiarów w procesach orzekania o zgodności cech badanych obiektów ze specyfikacjami, w materiale przedstawiono istotę wpływu niepewności na wiarygodności decyzji podejmowanych na podstawie wyników pomiarów. Wyniki takie są użyteczne tylko wtedy, gdy na ich podstawie, można orzekać zgodność lub niezgodność badanych obiektów z wymaganiami, bez istotnego ryzyka popełnienia błędu, a ryzyko to jest związane z niepewnością pomiaru. W pracy zaprezentowano metodykę racjonalnego ustalania dopuszczalnej niepewności pomiaru, w zależności od przyjętego ryzyka oraz wskaźnika zdolności procesu wytwarzania wyrobów kontrolowanych.

Abstract

Due to the often occurring cases of admittance of too big measurement uncertainties in decision making process of conformance of properties of investigated objects with specifications, in the paper the substance and the importance of the influence of the uncertainty on the reliability of the decision taken on the basis of the measurement results is presented.

Such results are useful only, when based on them, it is possible making decision on proving conformance or non-conformance of tested objects with specifications, without substantial risk of error commission, and this risk is closely related to the measurement uncertainty.

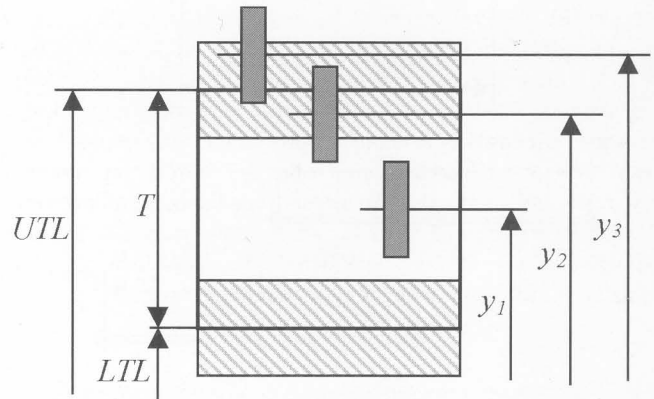
The paper presents the methodology of rational assignation of permissible measurement uncertainty according to assumed, by interested parties, risk and on the process capability index of manufactured controlled products.

Słowa kluczowe: pomiar, niepewność pomiaru, kontrola, jakość

Keywords: measurement, uncertainty of measurement, inspection, specification

1. Wprowadzenie

W systemach zarządzania jakością, wyniki pomiarów często są podstawą do orzekania o zgodności lub niezgodności badanych obiektów z wymaganiami zawartymi w stosownych dokumentach. Obiekt uznaje się za zgodny z wymaganiami, jeżeli prawdziwe wartości jego cech zawierają się w przedziałach specyfikacji (tolerancji). Decyzja o zakwalifikowaniu badanego wyrobu do zbioru zgodnych lub niezgodnych z wymaganiami nie budziłaby wątpliwości, gdyby w procesach pomiarowych możliwe było ustalenie wartości prawdziwych wielkości mierzonych. Wtedy cechy o wartościach należących do domkniętych przedziałów wyznaczonych przez granice specyfikacji, należałoby uznać za zgodne, a inne za niezgodne z wymaganiami. Niestety wartość prawdziwa wielkości mierzonej jest niepoznawalna i zasadność orzekania o zgodności musi być analizowana w kontekście niepewności pomiaru. Dowód zgodności lub niezgodności cechy wyrobu ze specyfikacją może być wiarygodny tylko wtedy, gdy podane w nim wyniki pomiarów zawierają poprawnie oszacowane niepewności. Niepewność pomiaru, odłożona symetrycznie względem wartości granicznych cechy, wyznacza zakresowane na rysunku 1, pola (przedziały) niepewności, z których wartości są narażone na błędne oceny. Zatem



Rys 1. Przykładowe wyniki pomiarów na tle pola tolerancji: UTL , LTL – górna i dolna granica tolerancji; T – tolerancja; y_1 , y_2 , y_3 – wyniki pomiarów z przedziałami niepewności

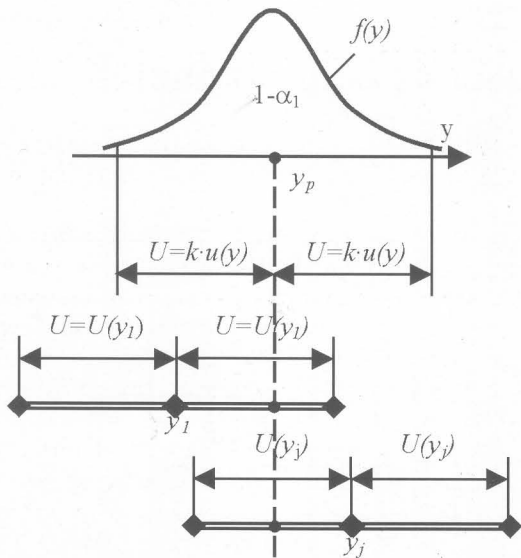
wzrost niepewności pomiaru spowoduje zwiększenie możliwości popełnienia błędu w ocenie jakości wyrobu.

Na rysunku 1. przedstawiono przykładowe wyniki pomiarów na tle pola (przedziału) tolerancji. Jedyne wyniki y_1 daje podstawą do jednoznacznego orzeczenia, że wyrób spełnia wymagania. W przypadku wyników y_2 i y_3 ocena jest problematyczna, ponieważ nie można wykluczyć, że wartości mierzonych wielkości mieszczą się w przedziale tolerancji, ale uznanie badanych cech za zgodne byłoby obciążone pewnym ryzykiem. Ryzyko podjęcia błędnej decyzji można wyrazić prawdopodobieństwem uznania wymiaru zgodnego z wymaganiami za niezgodny (ryzyko dostawcy - α) lub wymiaru niezgodnego za zgodny (ryzyko odbiorcy - β). Zatem prawdopodobieństwo $(\alpha + \beta)$ charakteryzuje wiarygodność oceny jakości wyrobów. Zależy ono od niepewności pomiaru, a ściślej od relacji między niepewnością pomiaru i tolerancją mierzonej cechy. Ryzyko wyznacza się przyjmując probabilistyczny model wyniku pomiaru i zakładając domniemany bądź ustalony rozkład cechy mierzonej względem przedziału tolerancji. W rozdziale 3. przedstawiono zasady jego wyznaczania na przykładzie cechy ograniczonej dwustronnie, wyrobu pochodzącego z ustabilizowanego procesu produkcyjnego. Ponadto przyjęto zasadę parytetu ryzyka, według której wynik y_2 , na rys. 1, uprawnia do orzeczenia zgodności, natomiast wynik y_3 do orzeczenia niezgodności. Na podstawie takich obliczeń można przygotować wykresy – nomogramy służące, przy walidacji metod pomiarowych, do ustalania niepewności dopuszczalnej na podstawie zadanego akceptowanego ryzyka błędnej decyzji.

2. Probabilistyczny model wyniku pomiaru

Poprawiony wynik pomiaru modeluje zmienna losowa $Y: N(y_p, u(Y))$ [1,2]. Zatem wynik y_j pojedynczego pomiaru jest realizacją zmiennej losowej o rozkładzie normalnym, dla którego wartość oczekiwana jest równa wartości prawdziwej wielkości mierzonej, a odchyleniem standardowym jest niepewność standardowa pomiaru. Interpretację modelową prawidłowo sformułowanego wyniku pomiaru przedstawiono na rysunku 2.

Powyższy model wyniku pomiaru jest tworem wyidealizowanym i na ile będą do niego przystawały sytuacje rzeczywiste, to zależy od doświadczenia i umiejętności metrologów. Szczególnie istotne jest, aby na etapie analizy niedokładności pomiaru uwzględnione zostały wszystkie istotne składowe niepewności oraz poprawki kompensujące błędy systematyczne. Do uzyskiwania wiarygodnych wyników niezbędne jest doświadczenie i głęboka wiedza specjalistyczna metrologów, a oprócz tego wnikliwość i systematyczność działania. Dlatego w każdym laboratorium pomiaro-



Rys. 2. Interpretacja wyniku pomiaru: y_p – wartość prawdziwa wartości mierzonej; y_j – j -ty wynik poprawiony; $u(y)$ – niepewność standardowa złożona; k – współczynnik rozszerzenia; $U=U(y_j)$ – niepewność rozszerzona; $(1-\alpha_1)$ – poziom ufności

wym i badawczym nieodzowne są procedury wyznaczania niepewności pomiarów. Końcowym etapem realizacji takiej procedury jest zestawienie danych do obliczenia niepewności standardowej złożonej, nazywane „budżetem niepewności”.

Od poprawności sporządzenia takiego zestawienia zależy stopień zbieżności, opracowanego dla danej metody, modelu wyniku pomiaru z wyżej przedstawionym modelem teoretycznym. Szczególnie ważne jest, aby nie pominąć w „budżecie niepewności” żadnego istotnego źródła niepewności, bo tylko wtedy wynik będzie wiarygodny, tzn. wyznaczony przedział $y_j \pm U(Y)$ będzie obejmował wartość prawdziwą y_p .

3. Wiarygodność oceny cech wyrobów na podstawie wyników pomiarów

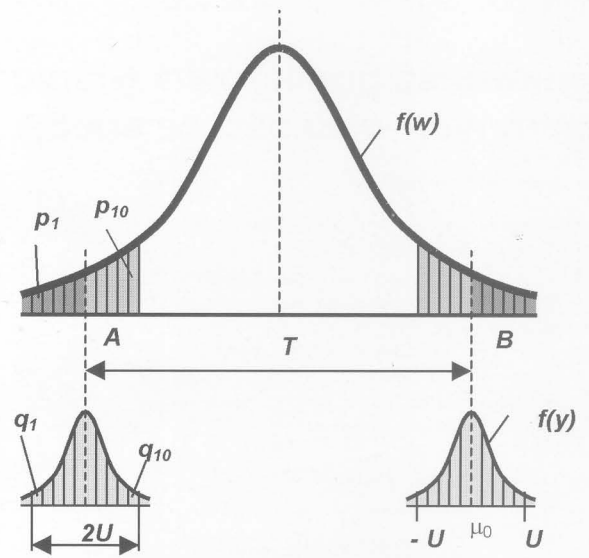
Zakładając, że wynik pomiaru, zgodnie z modelem przedstawionym w rozdziale 2, jest zmienną losową o rozkładzie $f(y)$ i jeżeli kontrolowana cecha (na przykład wymiar elementu maszynowego) ma rozkład $f(w)$, a granice tolerancji wynoszą A i B , to prawdopodobieństwo $(\alpha+\beta)$ błędnego zakwalifikowania wymiaru można wyznaczyć korzystając z niżej podanych zależności. Jeżeli rozkład kontrolowanych wymiarów i rozkład błędów są normalne, jak to przedstawiono na rysunku 3, ryzyko błędnych decyzji dotyczy stosunkowo małej części zbioru kontrolowanych wyrobów. Prawdopodobieństwo, że wymiar kontrolowanego wyrobu będzie należał do przedziału $(A-U, A+U)$ jest takie samo jak prawdopodobieństwo, że będzie pochodził z przedziału $(B-U, B+U)$ i wynosi:

$$P(A-U \leq W \leq A+U) = P(B-U \leq W \leq B+U) = \int_{A-U}^{A+U} f(w) dw \quad (1)$$

Jego wartość, w dużym stopniu zależy od wskaźnika zdolności procesu wyrażanego, zgodnie z normą PN-ISO 3534-2, stosunkiem tolerancji cechy produkowanych wyrobów do rozstępu ich rozrzutu technologicznego

$$\left(C_p = \frac{T}{6\sigma_t} \right)$$

Dla przykładu, gdy rozkład wymiarów jest zbliżony do normalnego – $N(\mu, \sigma_t)$ i wartość oczekiwana rozkładu pokrywa się ze środkiem przedziału tolerancji, oraz gdy $T = 6\sigma_p$ ($C_p = 1$), a $U = 3u$ i $a_{dp} = U/T = 0,1$, prawdopodobieństwo obliczone ze wzoru (1) wyniesie około 0,008. Oznacza to, że w przedziałach niepewności, przy masowej produkcji, wystąpi około 1,6% wyprodukowa-



Rys. 3. Idea wyznaczania prawdopodobieństwa błędnych decyzji: U – niepewność rozszerzona pomiaru; p_1, p_2, \dots, p_{10} – prawdopodobieństwo wystąpienia wymiaru w odpowiednim przedziale; q_1, q_2, \dots, q_{10} – prawdopodobieństwo wystąpienia błędu pomiaru o wartości należącej do odpowiedniego przedziału

nych wyrobów. Dla procesów produkcyjnych o większym współczynniku zdolności jakościowej ($C_p > 1$), udział wyrobów zagrożonych uzyskaniem błędnej oceny będzie jeszcze mniejszy.

Na rysunku 3 przedstawiono istotę wyznaczania prawdopodobieństwa błędnej oceny wyrobu. Wynika z niej, że tylko część wymiarów z przedziałów niepewności będzie błędnie zakwalifikowana. Na przykład wymiar z przedziału nr 10 zostanie niesłusznie uznany za niezgodny tylko wtedy, gdy podczas jego pomiaru wystąpi błąd z przedziału nr 1 lub mniejszy, a prawdopodobieństwo takiego zdarzenia będzie równe iloczynowi ($p_{10} q_1$).

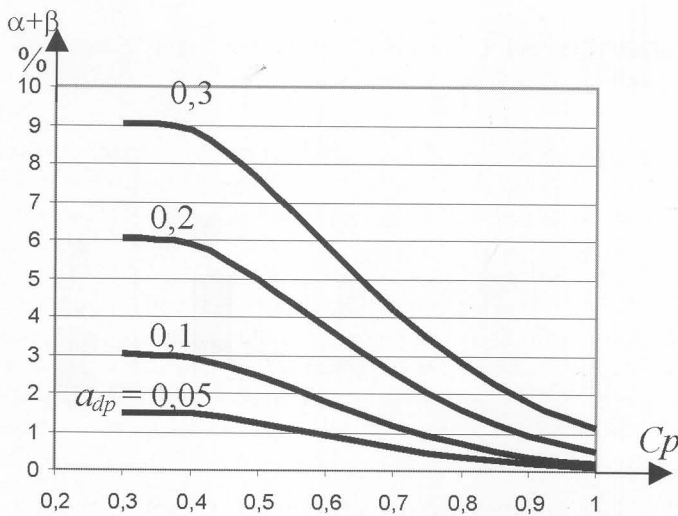
Ogólnie ryzyko dostawcy α , czyli prawdopodobieństwo uznania wymiaru większego od A za zbyt mały lub mniejszego od B za zbyt duży, oblicza się ze wzoru:

$$\alpha = \int_A^{A+3u} f(w) \left[\int_{-3u}^{A-w} f(y) dy \right] dw + \int_{B-3u}^B f(w) \left[1 - \int_{-3u}^{B-w} f(y) dy \right] dw \quad (2)$$

Natomiast ryzyko odbiorcy β , czyli prawdopodobieństwo uznania wymiaru mniejszego od A lub większego od B za należącego do przedziału tolerancji, oblicza się ze wzoru:

$$\beta = \int_{A-3u}^A f(w) \left[1 - \int_{-3u}^{A-w} f(y) dy \right] dw + \int_B^{B+3u} f(w) \left[\int_{-3u}^{B-w} f(y) dy \right] dw \quad (3)$$

Korzystając ze wzorów (2) i (3) można wyznaczyć prawdopodobieństwa α i β dla różnych wartości $a_{dp} = U/T$ i różnych wartości wskaźnika C_p zdolności jakościowej procesu wytwarzania mierzonych wyrobów, a wyniki obliczeń przedstawione w postaci graficznej można wykorzystać przy ustalaniu dopuszczalnych niepewności pomiaru, dla założonego wskaźnika zdolności procesu i dopuszczalnego ryzyka błędnych decyzji. Na rysunku 4 przedstawiono zależności między ryzykiem $(\alpha+\beta)$, a wskaźnikiem C_p dla czterech wartości współczynnika dokładności pomiarów – a_{dp} i modelu zgodnego z rysunkiem 3. Ryzyko błędnej oceny szybko maleje ze wzrostem zdolności jakościowej procesów produkcyjnych i przy zmniejszaniu niepewności pomiarów.



Rys. 4. Prawdopodobieństwo błędnej kwalifikacji wyrobu w funkcji wskaźników C_p i a_{dp}

Jeżeli, na przykład, dostawca i odbiorca uzgodnią dopuszczalne ryzyko oceny na poziomie 1% przy $C_p=1$, to z wykresu można odczytać, że $U/T \leq 0,3$. Tego typu wykresy - nomogramy można sporządzić dla różnych rozkładów wartości cech kontrolowanych i różnych położeni wartości oczekiwanej względem środka przedziału tolerancji. Dla wielu firm interesujące mogą być przebiegi krzywych dla $C_p > 1$, bo coraz częściej się zdarza, że akceptowalny udział wyrobów niezgodnych wyraża się w ppm, czyli w pojedynczych sztukach na milion wyprodukowanych egzemplarzy.

4. Podsumowanie

Niepewność pomiaru jest jedną z podstawowych właściwości charakteryzujących metody pomiarowe, a głównym warunkiem akceptacji metody w procesie walidacji jest utrzymanie niepewności poniżej wartości dopuszczalnej. Niepewność dopuszczalna powinna być tak ustalona, aby prawdopodobieństwo popełnienia błędu przy ocenie wyrobu lub procesu, na podstawie wyniku pomiaru, w warunkach danej firmy, lub w szerszym kontekście, było znikome. Obecnie przy ustalaniu niepewności dopuszczalnej chętnie korzysta się z pewnych sugestii czy zaleceń dotyczących relacji między parametrami zmienności wyników pomiarów i parametrami zmienności

Tab.1. Ryzyko błędnej oceny przy stosowaniu wybranych kryteriów doboru wyposażenia pomiarowo - kontrolnego [2,3,4,5],

Nr poz.	Zalecenie	Oszacowanie ryzyka $\alpha + \beta$ %
1.	$\frac{U}{T} = \frac{3u}{T} \approx 0,1$	0,19
2.	$0,1 \leq \frac{3u}{T} \leq 0,2$	0,19 ÷ 0,51
3.	$C_g \geq 1$	0,14
4.	$C_g \geq 1,33$	0,11
5.	$R\&R \leq 10\%$	0,10
5a	$10\% \leq R\&R \leq 30\%$	0,10 ÷ 0,42
6	$\frac{U}{E_g} \leq \frac{1}{3}$	0,37
6a	$\frac{U}{E_g} \leq \frac{1}{10}$	0,09

kontrolowanych wyrobów [2,3,4,5]. Przykłady takich zaleceń podano w drugiej kolumnie tablicy 1. W trzeciej kolumnie tej tablicy podano ryzyko obliczone według zasad przedstawionych w rozdziale 3.

Można stwierdzić, że dla rozpatrywanych przykładów, akceptowalne ryzyko nie przekracza 0,5% i partycypują w nim obie zainteresowane strony.

Problemu wiarygodności orzekania o zgodności wyrobów ze specyfikacjami dotyczy norma PN-EN ISO 14253 – „Kontrola wyrobów i sprzętu pomiarowego za pomocą pomiarów”, a przede wszystkim jej pierwsza część poświęcona regułom podejmowania decyzji o zgodności lub niezgodności. Według tej normy, jeżeli wynik pomiaru leży w jednym z pół niepewności (zakresowane rysunku 1), to nie ma podstaw do podjęcia jednoznacznej decyzji i reguły postępowania w takich okolicznościach powinny być ustalone przez zainteresowane strony. Jeżeli strony nie uzgodnią ścisłych zasad postępowania przy ustalaniu wyników kontroli, norma określa reguły, które bazują na założeniu, że dla strony przedstawiającej orzeczenie, korzystne jest zmniejszanie niepewności pomiaru. Biorąc jednak pod uwagę wzrost kosztów minimalizowania niepewności, strony zawsze powinny rozważać ryzyko błędnych decyzji i w tym kontekście ustalać akceptowalną niepewność pomiaru. Przedstawiona w referacie metodyka szacowania ryzyka błędnej oceny umożliwi sporządzanie nomogramów do racjonalnego wyznaczania dopuszczalnych niepewności pomiarów w kontroli wyrobów.

5. Literatura

- [1] J. Arendarski: *Niepewność pomiarów*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2003
- [2] J. Arendarski: *Wiarygodność orzekania o zgodności wyrobów ze specyfikacjami*, Symposium METROLOGIA W SYSTEMACH ZARZĄDZANIA JAKOŚCIĄ – 4, Kielce 22-24 09.2003, s.15 - 26
- [3] J. Gawlik, J. Rewilak: *Dobór i ocena zdolności wyposażenia pomiarowego w przemyśle maszynowym*, VI Symposium Klubu POLSKIE FORUM ISO 9000 nt. „Metrologia w systemach jakości”, Kielce 2000, s. 101-111
- [4] P. Pajzderski: *Dobór wyposażenia do kontroli, pomiarów i badań*, V Symposium Klubu POLSKIE FORUM ISO 9000 nt. „Metrologia w systemach jakości” Mikołajki 1997, Tom 1, s. IVB/113
- [5] PN – ISO 10012-1: Wymagania dotyczące zapewnienia jakości wyposażenia pomiarowego. Systemy potwierdzania metrologicznego wyposażenia pomiarowego.

Title: Uncertainty of measurement and reliability of making decisions for proving conformance of measuring quantities with specifications.