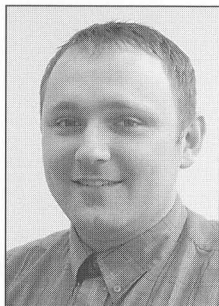


**Krzysztof PIETRUSEWICZ**

POLITECHNIKA SZCZECIŃSKA, INSTYTUT AUTOMATYKI PRZEMYSŁOWEJ

**Wrażliwość dwóch prostych odpornych struktur o dwóch stopniach swobody**

mgr inż. Krzysztof PIETRUSEWICZ



Stopień magistra inżyniera automatyki i robotyki zdobył w 2002 roku, na Wydziale Elektrycznym Politechniki Szczecińskiej. Aktualnie jest doktorantem w Instytucie Automatyki Przemysłowej Wydziału Elektrycznego Politechniki Szczecińskiej. Jego zainteresowania badawcze skupiają się wokół wizualizacji procesów, zastosowań metod sztucznej inteligencji a w tym logiki rozmytej do sterowania, oraz przemysłowych zastosowań nowoczesnych programowalnych urządzeń automatyki (PAC).

e-mail: kpietrusewicz@ps.pl

**Streszczenie**

Artykuł prezentuje wyniki analizy porównawczej wrażliwości dwóch prostych struktur układów automatycznej regulacji o dwóch stopniach swobody z układem klasycznym jedнопętlowym z regulatorem PID.

Analiza wrażliwości w dziedzinie częstotliwości jest klasycznym narzędziem, pozwalającym łatwo porównać badane struktury. Pokazuje bowiem najważniejsze zalety, obnażając większość wad koncepcji.

Przedstawione w pracy porównanie funkcji wrażliwości układów: klasycznego, MFC oraz MFC/IMC potwierdza znacznie większą odporność tych dwóch ostatnich w przypadku sterowania stabilnymi procesami aperiodycznymi wyższych rzędów. Dodatkowo, wykazuje na ile bardziej tłumione są zakłócenia w strukturach typu model-following.

**Abstract**

The paper presents results of comparative analysis of sensitivity of two simple robust two-degree of freedom control structures and the classic single-loop system with PID controller.

The sensitivity analysis in the frequency domain is the classic tool, which enables one a simple but effective comparison of compared structures. It exhibits the main advantages, showing all the indulgences of proposed systems at the same time.

In addition, the better disturbances rejection in two model-following structures can be simply proved by the presented frequency domain analysis.

**Słowa kluczowe:** Regulacja odporna, regulacja PID, regulacja typu model-following, wrażliwość, układy SISO.

**Key words:** Robust PID control, Model-Following Control, Sensitivity, SISO.

**1. Wstęp**

W pracy przeprowadzono analizę wrażliwości w dziedzinie częstotliwości dwóch prostych odpornych układów o dwóch stopniach swobody typu model-following.

Celem pracy jest porównanie wrażliwości tychże układów z równie prostym układem klasycznym z regulatorem PID.

W pracy [1] zaproponowano strukturę o dwóch stopniach swobody do rozwiązania problemu opóźnienia transportowego wynikającego z dużego czasu próbkowania układu regulacji ruchem silnika. Szukano rozwiązania taniego, a jednocześnie dokładnego. W pętli wewnętrznej zaprojektowano układ sterowania optymalnego LQ; regulator korekcyjny realizował algorytm  $H_\infty$ .

W pracy [2] autorzy proponują strukturę o dwóch stopniach swobody typu model-following do sterowania pozycją serwomechanizmu, błędnie nazywając pętlę z  $R_\Delta$  mechanizmem adaptacji. W pracy [14] dość złożona modyfikacja struktury z [2] została użyta do rozwiązania problemu strefy nieczułości w sterowaniu pozycją silnika prądu stałego.

W [13] wykorzystano układ podobny do MFC/IMC do sterowania manipulatorem dwuczłonowym. Istotną różnicą jest nadążanie wektora stanu obiektu za wektorem stanu modelu, co komplikuje analizę, ograniczając jednocześnie zakres zastosowania struktury.

W pracy [3] układ adaptacyjny nazywa się błędnie układem typu

model-following, podczas gdy bliższy jest w działaniu do struktury MRAS.

Wszystko, co łączy układy opisane w pracach [1, 2, 13, 14] to skomplikowane procedury projektowania poszczególnych elementów struktury.

Praca [6] opisuje rozwiązanie znacznie prostsze, albowiem strojenie regulatorów PID jest ogólnie znane. Zakłada się przy tym że  $R_\Delta$ ,  $R_m$  są regulatorami PID opisanymi transmitancją

$$R(s) = k_c \frac{(1s+T_i)(1s+T_d)}{sT_i} \quad (1)$$

o stałych parametrach.

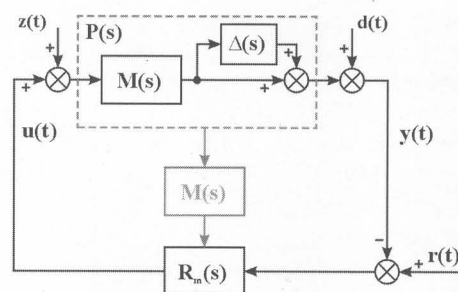
W pracach [5, 7, 8, 10] wykazano możliwość użycia struktury MFC/IMC, w której w porównaniu do układu MFC zamieniono rolę modelu i procesu, przy czym zadanie regulatora korekcyjnego pozostało nie zmienione – układ nadal ma „zmuszać” proces do nadążania za wyjściem modelu – tutaj jednak regulator modelu – podobnie jak w układzie klasycznym z regulatorem PID wytwarza sterowanie na podstawie informacji o wyjściu obiektu.

W przeciwieństwie do innych znanych układów regulacji o dwóch stopniach swobody, prezentowane struktury są pod względem stopnia skomplikowania procedury projektowania równie proste jak układy klasyczne. W tych ostatnich, aby dobrać parametry regulatora, należy określić strukturę i parametry modelu. Skoro i tak jest to konieczne to można taki model wykorzystać w ramach projektowanego układu regulacji. Również metody doboru parametrów regulatorów PID są znane od dawna. To wszystko potwierdza zasadność takiego porównania, jak to, zamieszczone w pracy.

Dodatkowo, prezentowany układ MFC zawiera regulatory PID o stałych parametrach, i nie ma żadnych mechanizmów adaptacji. Również niezmienny pozostaje użyty wewnętrzny model sterowanego procesu.

**2. Porównywane struktury**

Standardowa struktura układu regulacji SISO pokazana jest na rys. 1.



Rys. 1. Struktura klasyczna  
Fig. 1. Classic control structure

Regulator  $R_m(s)$  strojony jest na podstawie informacji o pewnym nominalnym modelu  $M(s)$  procesu  $P(s)$ , z pełną świadomością faktu, iż proces ten różni się od modelu o nieznane, lecz ograniczone perturbacje (patrz rys. 1). Na potrzeby przedstawionych analiz przyjmuje się opis perturbacji w postaci multiplikatywnej

$$y_{KL} = y_{m0} \left[ 1 + \frac{\Delta}{1 + R_m M(1 + \Delta)} \right] + z \frac{M(1 + \Delta)}{1 + R_m M(1 + \Delta)} + d \frac{1}{1 + R_m M(1 + \Delta)} \quad (2)$$

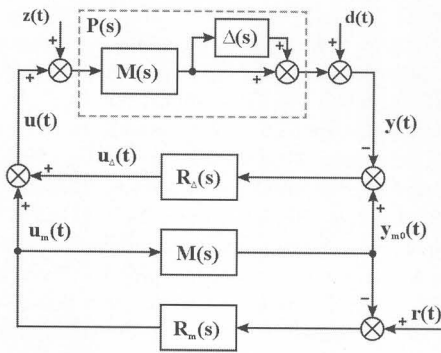
Dla układu z rys. 1 prawdziwe jest równanie, opisujące wyjście (w kolejnych wyrażeniach pominięto dla uproszczenia s)

$$y_{KL} = y_{m0} \left[ 1 + \frac{\Delta}{1 + R_m M(1 + \Delta)} \right] + z \frac{M(1 + \Delta)}{1 + R_m M(1 + \Delta)} + d \frac{1}{1 + R_m M(1 + \Delta)} \quad (3)$$

gdzie  $y_{m0}$  zdefiniowano jako

$$y_{m0} = r \frac{R_m M}{1 + R_m M} \quad (4)$$

W pracy [6] proponuje się proste rozwiązanie, dzięki któremu poprawia się jakość, odporność, oraz znacznie zwiększa się tłumienie zakłóceń (zmniejsza się wrażliwość na zakłócenia) w przypadku sterowania stabilnymi procesami aperiodycznymi wyższego rzędu z opóźnieniem. Dla struktury MFC, pokazanej na rys. 2

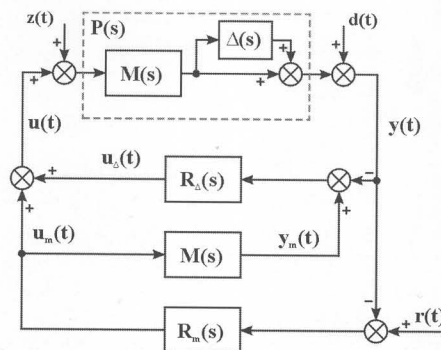


Rys. 2. Liniowa struktura MFC  
Fig. 2. Linear MFC system

prawdziwe jest równanie, opisujące wyjście obiektu w funkcji wartości zadanej oraz parametrów regulatorów składowych  $R_m, R_\Delta$  oraz przyjętego modelu M

$$y_{MFC} = y_{m0} \left[ 1 + \frac{\Delta}{1 + R_\Delta M(1 + \Delta)} \right] + z \frac{M(1 + \Delta)}{1 + R_\Delta M(1 + \Delta)} + d \frac{1}{1 + R_\Delta M(1 + \Delta)} \quad (5)$$

przy czym dla układu z rys. 2.  $y_m = y_{m0}$



Rys. 3. Liniowa struktura MFC/IMC  
Fig. 3. Linear MFC/IMC system

Dla układu z rys. 3 zapisuje się równanie wyjścia

$$y_{MFC/IMC} = y_{m0} \left[ 1 + \frac{\Delta}{1 + (R_m + R_\Delta + R_m R_\Delta M)M(1 + \Delta)} \right] + z \frac{M(1 + \Delta)}{1 + (R_m + R_\Delta + R_m R_\Delta M)M(1 + \Delta)} + d \frac{1}{1 + (R_m + R_\Delta + R_m R_\Delta M)M(1 + \Delta)} \quad (6)$$

Regulator modelu  $R_m$  we wszystkich trzech strukturach strojony jest z wykorzystaniem uproszczonej metody, wykorzystującej pojęcie dopuszczalnych perturbacji [9, 11, 12]. W przypadku układu MFC/IMC, pokazanego na rys. 3.  $y_m \neq y_{m0}$ .

Regulator korekcyjny, z uwagi na specyficzne warunki pracy dobrać można dwojako: przy założeniu znacznie mniejszego niż dla regulatora modelu marginesu fazy, albo dla założonego przeregulowania w zamkniętej pętli układu regulacji obiekt-regulator korekcyjny [12].

### 3. Pojęcie uogólnionej wrażliwości układów SISO [9-11]

Pojęcie uogólnionej wrażliwości układów SISO pozwala na porównanie trzech omawianych struktur układów regulacji. Jeżeli wyjście każdego z nich zapisać w ogólnej postaci

$$y = r S_{m0} [1 + \Delta S_d] + z [M(1 + \Delta) S_z] + d [S_d] \quad (7)$$

gdzie  $y_{m0} = r S_{m0}$ , oraz  $r$  – wartość zadana,  $S_{m0}$  – wrażliwość modelowa,  $S_d$  – wrażliwość zakłóceńowa,  $\Delta$  – perturbacje,  $M$  – model obiektu, jak również

$$S_m = 1 + \Delta S_d, \quad S_z = M(1 + \Delta) S_d \quad (8)$$

to (7) można zapisać w równoważnej postaci

$$y = y_{m0} S_m + z S_z + d S_d \quad (9)$$

Na podstawie równań (1) oraz (3) do (6) można określić podstawowe właściwości porównywanych układów regulacji

- a)  $S_m$  – śledzenie układu za „idealnym wyjściem” modelu (takim, dla którego zachodzi  $\Delta=0$ )
- b)  $S_z$  – tłumienie zakłóceń na wejściu obiektu
- c)  $S_d$  – tłumienie zakłóceń, sprowadzonych do wyjścia obiektu

W tabeli 1 porównano wymienione powyżej cechy poszczególnych układów

Tab. 1. Funkcje wrażliwości porównywanych struktur układów regulacji  
Tab. 1. Sensitivity functions of compared control systems

a) śledzenie modelu

	$S_m$
KL	$1 + \frac{\Delta}{1 + R_m M(1 + \Delta)}$
MFC	$1 + \frac{\Delta}{1 + R_\Delta M(1 + \Delta)}$
MFC/IMC	$1 + \frac{\Delta}{1 + (R_m + R_\Delta + R_m R_\Delta M)M(1 + \Delta)}$

b) tłumienie zakłóceń

	$S_z$	$S_d$
KL	$\frac{M(1 + \Delta)}{1 + R_m M(1 + \Delta)}$	$\frac{1}{1 + R_m M(1 + \Delta)}$
MFC	$\frac{M(1 + \Delta)}{1 + R_\Delta M(1 + \Delta)}$	$\frac{1}{1 + R_\Delta M(1 + \Delta)}$
MFC/IMC	$\frac{M(1 + \Delta)}{1 + (R_m + R_\Delta + R_m R_\Delta M)M(1 + \Delta)}$	$\frac{1}{1 + (R_m + R_\Delta + R_m R_\Delta M)M(1 + \Delta)}$

Na podstawie charakterystyk częstotliwościowych poszczególnych składników wrażliwości, zawartych w tabeli 1 można zbadać, na ile która ze struktur lepiej śledzi za wyjściem  $y_{m0}$ , czy tłumi zakłócenia. Dodatkowo, ponieważ w wyrażeniach w tabeli 1a wystę-

pują perturbacje obiektu w stosunku do jego nominalnego modelu, można również wnioskować o odporności układów rozumianej jako zmniejszanie wpływu perturbacji na sygnał wyjściowy z obiektu.

#### 4. Porównania w dziedzinie częstotliwości

W celu bezpośredniego porównania charakterystyk częstotliwościowych wrażliwości można wyznaczyć następujące stosunki

$$\frac{S_{MFC}}{S_{PID}}, \frac{S_{MFC/IMC}}{S_{PID}}, \frac{S_{MFC/IMC}}{S_{MFC}} \quad (10)$$

Funkcje (10) wyprowadzone dla wyrażeń z tabeli 1 pokazują wprost, który z badanych układów lepiej śledzi za wyjściem  $y_{m0}$ , czy bardziej tłumi zakłócenia.

Zamieszczony w kolejnym punkcie przykład numeryczny pokazuje zastosowanie przedstawionej analizy do porównania dwóch prostych struktur o dwóch stopniach swobody typu model-following z układem klasycznym z regulatorem PID.

Regulator modelu  $R_m(s)$  nastrojono metodą marginesu fazy [8] przy założeniu  $\Phi_m = \pi/3$ .

Regulator korekcyjny  $R_\Delta(s)$  w strukturach typu model-following spełnia warunek, zapewniający większą odporność, jakość regulacji, oraz tłumienie zakłóceń, w porównaniu z układem klasycznym

$$|R_\Delta(s)|_{s=j\omega} > |R_m(s)|_{s=j\omega}, \omega \in [0, \infty) \quad (11)$$

Należy zauważyć, że choć spełnienie warunku (11) znacznie poprawia jakość śledzenia układu za wartością  $y_{m0}$ , to jednakże w prezentowanych układach typu model-following zwiększanie modułu  $|R_\Delta|$  nie poprawia jakości śledzenia za wartością zadaną  $r$ . Zależy ona, co wynika z (4), od parametrów modelu oraz regulatora modelu. Jak zauważono w pracy [12], znaczną poprawę śledzenia wartości zadanej można uzyskać dzięki zastosowaniu tzw. przyspieszonego modelu. Parametry modelu, obiektu, oraz nastawy regulatorów z poniższego przykładu numerycznego zostały zaczerpnięte z pracy [4].

#### 5. Przykład numeryczny

Niech dany będzie proces P

$$P(s) = \frac{1}{(1+s10.0)(1+s33.3)(1+s111.11)} \quad (12)$$

dla którego przyjęto nominalny model postaci

$$M(s) = \frac{1.0}{(1+s10.0)(1+s20.0)(1+s40.0)} \quad (13)$$

Regulator modelu  $R_m(s)$  dla modelu (13)

$$R_m(s) = 0.7 \frac{(1+s40.0)(1+s10.0)}{s40.0} \quad (14)$$

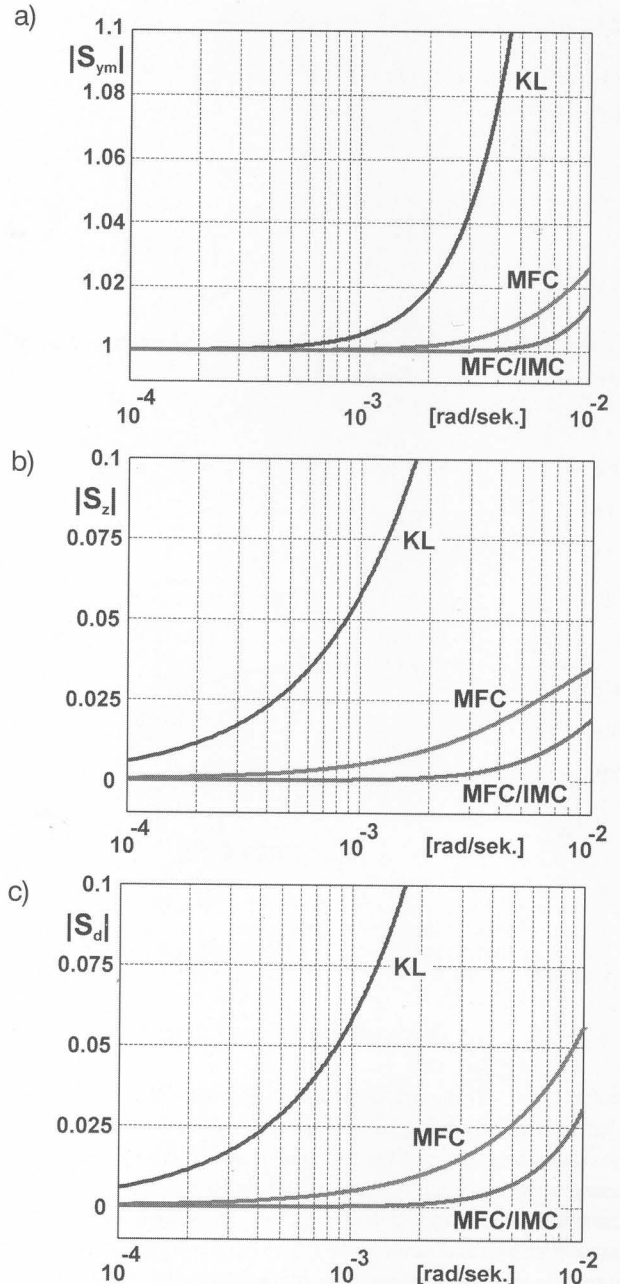
Regulator korekcyjny w układach MFC, MFC/IMC

$$R_\Delta(s) = 20.0 \frac{(1+s100.0)(1+s20.0)}{s100.0} \quad (15)$$

Na rys. 4 zamieszczono przebiegi funkcji wrażliwości zawartych w tabeli 1 dla zakresu częstotliwości pracy układu (z oczywistych powodów pominięto zakres tłumienia).

Rys. 4a pokazuje problem nadążania wyjścia obiektu sterowanego za wyjściem  $y_{m0}$ . Okazuje się, że obie struktury regulacji nadążającej za modelem sprawdziły się w omawianym przypadku. Struktura klasyczna natomiast odtwarza to wyjście jedynie do ok.  $10^{-3}$ [rad/sek.] podczas gdy pasmo przenoszenia obiektu (12) wynosi ok.  $10^{-2}$ [rad/sek.]. Rys. 4b, 4c obrazują problem tłumienia zakłóceń na wejściu, jak i tych sprowadzonych do wyjścia obiektu.

Na rys. 5 zamieszczono przebiegi stosunków funkcji wrażliwości (10) porównywanych układów regulacji.



Rys. 4. Wrażliwość  $S_m$  (a),  $S_z$  (b), oraz  $S_d$  (c) badanych struktur  
Fig. 4. Sensitivity  $S_m$  (a),  $S_z$  (b), oraz  $S_d$  (c) of compared control systems

Z przebiegu stosunków funkcji wrażliwości zaprezentowanych na rys. 5 można wprost stwierdzić, która ze struktur lepiej tłumi zakłócenia, czy odtwarza wyjście  $y_{m0}$  w interesującym paśmie częstotliwości pracy układu.

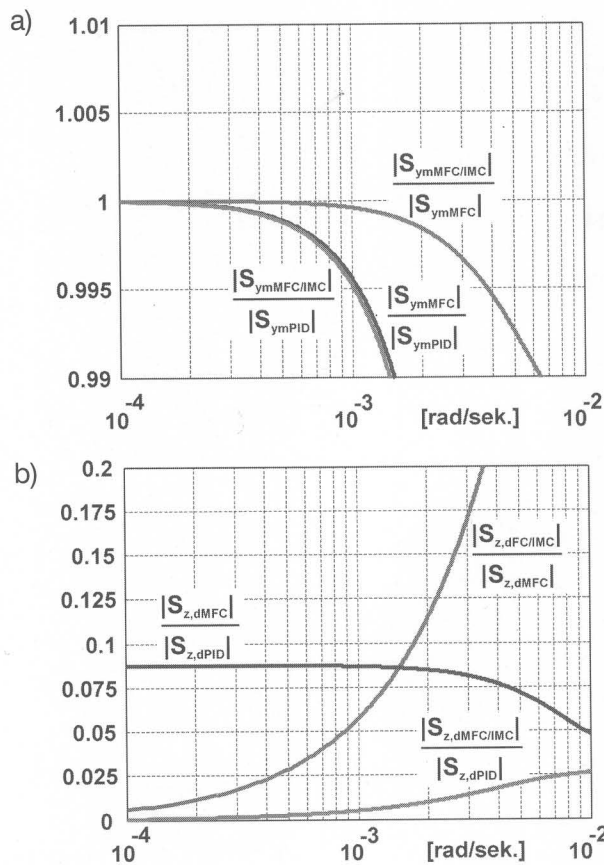
Należy zauważyć, że uzyskanie tak dużej różnicy modułów  $|R_\Delta|$  i  $|R_m|$ , poprawiającej odporność układów MFC i MFC/IMC, możliwe było dzięki temu, że regulator modelu został dobrany bardzo ostrożnie, tzn. dla stosunkowo dużego marginesu fazy.

Dodatkowo, ani proces (12), ani jego nominalny model (13) nie zawierają „czystego” opóźnienia transportowego. Ułatwia to spełnienie warunku (11) w przypadku struktury MFC, czy też sprawia, że dla układu MFC/IMC zachodzi  $|R_m| \ll |R_m + R_\Delta + R_m R_\Delta M|$ .

#### 6. Podsumowanie

Podsumowując, przedstawione wyniki analizy porównawczej funkcji wrażliwości dwóch prostych odpornych struktur o dwóch stopniach swobody z układem klasycznym pokazują znaczną przewagę tych pierwszych w przypadku sterowania stabilnymi aperiodycznymi obiektami bez opóźnienia.

Z drugiej strony, chcąc uzyskać dobre właściwości odpornościowe prezentowanych struktur należy pogodzić się z pogorszeniem jakości nadążania z wartością zadaną. Nastrojenie bowiem pętli re-



Rys. 5. Stosunki wrażliwości (10) dla badanych struktur: nadążanie za wyjściem (a) oraz tłumienie zakłóceń (b)

Fig. 5. Sensitivity factors (10) of compared control systems: following the output (a) and disturbances rejection (b)

regulacji  $R_m M$  dla aperiodycznego przebiegu  $y_{m0}$  daje stosunkowo nieduże wartości modułu  $|R_m|$ .

Zaprezentowane w niniejszej pracy wyniki badań nad odpornymi strukturami o dwóch stopniach swobody, wykorzystującymi zidentyfikowany nominalny model sterowanego procesu do sterowania procesem, w połączeniu z wynikami implementacji [4, 5, 11] w programowalnych sterownikach automatyki stanowią kompletny materiał do wykorzystania regulatorów cyfrowych typu model-following control do zastosowań przemysłowych. Przeprowadzone bowiem analizy teoretyczne oraz weryfikacja praktyczna proponowanych rozwiązań dowodzą wyższej odporności oraz mniejszej wrażliwości struktur o dwóch stopniach swobody MFC oraz MFC/IMC nad układem klasycznym jednopętlowym, przy identycznym poziomie skomplikowania procedur projektowania oraz strojenia parametrów.

## 7. Literatura

- [1] S.-H. Lee, J.-B. Song: Control of linear motor-based arm motion generator using active impedance implementation. Proc. 14th Triennial IFAC World Congress, Beijing, P.R.China, 1999, C-2a-16-3, pp. 551-556.
- [2] G. Li, K.M. Tsang, S.L. Ho: A novel model-following scheme with simple structure for electrical position servo systems. Int. Journal of Systems Science, Vol. 29, No. 9, 1998, pp. 959-969.
- [3] K.H. Park, S.H. Kim, Y.K. Kwak: Adaptive control for time optimal tracking systems. Int. Journal of Control, Vol. 63, No. 5, 1996, pp. 951-964.
- [4] K. Pietruszewicz, S. Skoczowski: Odporny regulator MFC-PID temperatury i jego realizacja na sterowniku PLC. Materiały Konferencji Naukowo Technicznej AUTOMATION 2004 - Automatyzacja - Nowości i Perspektywy, 2004, str. 113-122.
- [5] K. Pietruszewicz, P. Biały, S. Skoczowski: MFC/IMC system for processes with varying time-delay exemplified by a 4 MW steam boiler. Pomiary Automatyka Kontrola, Nr 12, 2004, str. 39-42.
- [6] S. Skoczowski: Odporny układ regulacji z wykorzystaniem modelu obiektu. Pomiary Automatyka Kontrola, Nr 9, 1999, str. 2-4.
- [7] S. Skoczowski: Model Following Control (MFC) nowe struktury układów regulacji i ich właściwości. Materiały Konferencji Modelowanie i Sterowanie w Elektrotermii, Kielce, 2000, str. 63-70.
- [8] S. Skoczowski, R. Osypiuk: Robustness and output sensitivity function of a model following control system. Proc. 6th IEEE MMAR Conference, Międzyzdroje, 2000, pp. 231-235.
- [9] S. Skoczowski, B. Broel-Plater, K. Pietruszewicz: Projektowanie odpornego regulatora temperatury 2PID-MFC i jego implementacja na sterowniku SA100. Materiały Konferencji Modelowanie i Sterowanie w Elektrotermii, Kielce, 2002, str. 79-90.
- [10] S. Skoczowski: Control system structures and their robustness. Pomiary Automatyka Kontrola, Nr 6, 2003, str. 5-9.
- [11] S. Skoczowski, S. Domek, K. Pietruszewicz, B. Broel-Plater: Robust model following PID control and its implementation on PLC. Proc. CD of 4th IFAC Symposium on Robust Control Design, Milano, Italy, 2003.
- [12] S. Skoczowski: Model following PID control with a fast model. Proc. 6-th Portuguese Conference on Automatic Control, Faro, Portugal, 2004, pp. 494-499.
- [13] T. Sugie, K. Osuka: Robust model following control with prescribed accuracy for uncertain nonlinear systems. Int. Journal of Control, Vol. 58, No. 5, 1993, pp. 991-1009.
- [14] K.M. Tsang, G. Li: Robust nonlinear nominal-model following control to overcome deadzone nonlinearities. IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 48, No. 1, 2001, pp. 177-184.

**Title:** Sensitivity function of two simple two-degree of freedom control structures.

Artykuł recenzowany

# IMPREZY NAUKOWO-TECHNICZNE

KONGRESY ☆ KONFERENCJE ☆ SYMPOZJA ☆ TARGI ☆ WYSTAWY

NAUKA

7-8 listopada 2005, Szczyrk, POLSKA  
**PD 2005, V Sympozjum nt. Pomiarów Dynamicznych**  
 Organizator: Instytut Metrologii i Automatyki Elektrotechnicznej  
 Wydział Elektryczny Politechniki Śląskiej  
 Ul. Akademicka 10, 44-100 Gliwice  
 tel. (0-32) 237 12 41, fax: 0-32 237 20 34  
 Sekretarz Sympozjum: dr inż. Henryk Urzędniczek, tel. (0-32) 237 20 68,  
 e-mail: Henryk.Urzedniczek@polsl.pl  
 www.wega.elekt.polsl.gliwice.pl/pd

NAUKA

9-10 maja 2006, Poznań, POLSKA  
**MK 2006, Konferencja METROLOGIA KWANTOWA**  
 Organizator: Politechnika Poznańska  
 Instytut Elektroniki i Telekomunikacji  
 Prof. W. Nawrocki, e-mail: nawrocki@et.put.poznan.pl  
 Ul. Piotrowo 3A, 60-965 Poznań  
 tel. (0-61) 665 38 58, fax: (061) 665 25 72  
 e-mail: Kwant@et.put.poznan.pl  
 www.Kwant.et.put.poznan.pl