

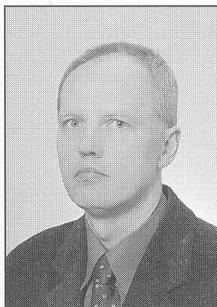
## Przemysław OTOMAŃSKI

POLITECHNIKA POZNAŃSKA, INSTYTUT ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI, ZAKŁAD METROLOGII

# Wykorzystanie przybliżonych metod do oceny niepewności wyniku pomiaru w pomiarach pośrednich

Dr inż. Przemysław OTOMAŃSKI

Studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Poznańskiej ukończył w roku 1985. Stopień doktora nauk technicznych uzyskał na tym samym wydziale w 1996 roku. Obecnie pracuje jako adiunkt w Zakładzie Metrologii Instytutu Elektroniki i Telekomunikacji Politechniki Poznańskiej. Główny obszar zainteresowań naukowych obejmuje zagadnienia związane z teorią pomiarów, w szczególności z oceną niepewności wyniku pomiaru, oraz badaniem właściwości metrologicznych czujników i przetworników pomiarowych, głównie optoelektronicznych. Autor lub współautor ponad 60 publikacji w czasopiśmie oraz materiałach konferencji krajowych i zagranicznych.



e-mail: otoman@et.put.poznan.pl

### Streszczenie

W pracy zaprezentowano wyniki badań błędów oceny współczynnika rozszerzenia metodami przybliżonymi w pomiarach pośrednich. W oparciu o przeprowadzoną analizę dokładności przybliżonych metod oceny niepewności rozszerzonej zaprezentowano zakresy stosowania tych metod, przy przyjętym kryterium nie przekraczania założonej wartości błędów oceny. Do badań wykorzystano znajomość charakterystyk współczynnika rozszerzenia dla splotu dwóch rozkładów Studenta i dwóch rozkładów jednostajnych.

### Abstract

In the paper the results of examining error evaluation of the coverage factor with approximate methods in indirect measurements are presented. Basing on the method's accuracy analysis, the range of application of the approximate methods of the expanded uncertainty estimation has been presented; the criterion of not-exceeding a preset value of the error has been implemented. The knowledge of coverage factor characteristics for the convolution of two Student's distributions and two rectangular distributions was used.

**Słowa kluczowe:** współczynnik rozszerzenia, niepewność rozszerzona, prawdopodobieństwo

**Keywords:** coverage factor, expanded uncertainty, probability

## 1. Wprowadzenie

Każda ocena niepewności rozszerzonej  $U$  wiąże się z koniecznością wyboru przybliżonej metody oceny współczynnika rozszerzenia. Metody zalecane przez międzynarodowy dokument *Guide to the expression of uncertainty in measurement* [1] wymagają podjęcia decyzji, czy wartości ocenianego współczynnika będą bliższe wartościom współczynnika dla rozkładu normalnego, czy dla rozkładu Studenta. Głównym czynnikiem decydującym o takim wyborze jest z reguły liczność prób.

W prezentowanym artykule przeprowadzono analizę dokładności oceny współczynnika rozszerzenia przy pomiarach pośrednich, które charakteryzują się na ogół większą liczbą niepewności standardowych. Przyjęto merytorycznie słuszną koncepcję, która nadal jest uwzględniana, że metoda, którą można uznać za metodę dokładną bazuje na znajomości splotu rozkładów składowych. Praca jest kontynuacją prowadzonych badań tendencji zmian błędów oceny współczynnika rozszerzenia  $k(\alpha)$  metodami przybliżonymi w przypadku, gdy wzrasta liczba składowych niepewności. Przedstawione wyniki dotyczą badań dla splotu dwóch rozkładów Studenta i dwóch rozkładów jednostajnych.

W rozpatrywanym przypadku niepewność rozszerzoną określamy jako:

$$U = k(\alpha) \cdot u_c \quad (1)$$

gdzie – zgodnie z prawem propagacji niepewności – złożona niepewność standardowa  $u_c$  dla wielkości mierzonej pośrednio, kiedy zmienne są niezależne, jest równa

$$u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u_{c_i}^2} \quad (2)$$

Współczynnik rozszerzenia  $k(\alpha)$  powinien w takiej sytuacji przyjmować wartości zmiennej standaryzowanej rozkładu będącego splotem rozkładów składowych. Ponieważ wartości zmienionych standaryzowanych dla splotów są rzadko publikowane, nieznany współczynnik rozszerzenia ocenia się metodami przybliżonymi. Pociąga to za sobą określone błędy oceny niepewności rozszerzonej.

Zgodnie z przyjętym założeniem, że znajomość splotu rozkładów składowych pozwala na ocenę niepewności rozszerzonej, którą można uznać za wartość dokładną, przyjęto, że miarą rozbieżności między metodą przybliżoną a metodą dokładną będzie błąd, którego bezwzględną wartość opisuje zależność:

$$\delta = \frac{|U_p - U|}{U} \quad (3)$$

w której  $U_p$  jest niepewnością rozszerzoną ocenioną za pomocą metody przybliżonej jako:

$$U_p = k(\alpha) \cdot u_c \quad (4)$$

natomiast  $U$  jest niepewnością rozszerzoną ocenioną „dokładnie”, w oparciu o znajomość rozkładu, który dla rozpatrywanej sytuacji pomiarowej jest splotem dwóch rozkładów Studenta i dwóch rozkładów jednostajnych. Współczynnik rozszerzenia  $k_{SSJJ}(\alpha)$  jest wartością uznawaną za dokładną:

$$U = k_{SSJJ}(\alpha) \cdot u_c \quad (5)$$

Dla większości rozpatrywanych sytuacji pomiarowych błąd opisany zależnością (3), będzie błędem oceny nieznaną wartości współczynnika rozszerzenia  $k(\alpha)$ , który przyjmuje postać:

$$\delta = \frac{|k(\alpha) - k_{SSJJ}(\alpha)|}{k_{SSJJ}(\alpha)} \quad (6)$$

Stosując różne przybliżone metody oceny niepewności rozszerzonej, współczynniki rozszerzenia  $k(\alpha)$  przyporządkowuje się różne wartości. W niniejszej pracy zaprezentowano wyniki badań dla trzech przybliżonych metod oceny niepewności rozszerzonej:

- metody narzuconych wartości,
- metody efektywnej liczby stopni swobody,
- metody sumy geometrycznej.

## 2. Charakterystyka splotu dwóch rozkładów Studenta i dwóch rozkładów jednostajnych

Sytuacja pomiarowa, w której wykorzystuje się splot dwóch rozkładów Studenta i dwóch rozkładów jednostajnych, jest przykładem pomiaru pośredniego wykonywanego za pomocą dwóch przyrządów pomiarowych, które przy powtarzaniu pomiarów wykazują rozrzut wyników, a liczba pomiarów jest mała ( $n < 30$ ). Rozpatruje się zatem cztery niepewności standardowe: dwie niepewności standardowe typu B odpowiadające odchyleniu standardowemu rozkładu jednostajnego oraz dwie niepewności standardowe typu A odpowiadające odchyleniu standardowemu rozkładu Studenta.

Do modelowania błędów instrumentalnych przyjęto rozkład prostokątny, gdyż brak szczegółowych informacji na temat przyrządu pomiarowego pozwala jedynie na założenie, że jego błędy mogą przybrać z jednakowym prawdopodobieństwem każdą wartość z przedziału określonego przez błędy graniczne  $\Delta_g$ . Ten sposób interpretacji dopuszcza również dokument [1].

Na podstawie opracowanego opisu analitycznego współczynników rozszerzenia dla badanych splotów, można wyodrębnić wszystkie parametry, których funkcją są te współczynniki. Można też wykazać [2], że współczynnik rozszerzenia dla splotu nazywany dalej współczynnikiem  $k_{SSJJ}(\alpha)$  jest funkcją 6 zmiennych: prawdopodobieństwa  $\alpha$ , liczby stopni swobody  $m_1 = n_1 - 1$  i  $m_2 = n_2 - 1$  pierwszego i drugiego rozkładu Studenta oraz stosunku niepewności standardowych  $\eta_J$ ,  $\eta_S$  i  $\eta$ :

$$k_{SSJJ}(\alpha) = f(\alpha, m_1, m_2, \eta_J, \eta_S, \eta) \quad (7)$$

W dalszych rozważaniach wykorzystane zostały symbole zalecane przez międzynarodowy dokument [1], zgodnie z którym:

- $\eta_J$  jest stosunkiem niepewności standardowych typu B,
- $\eta_S$  jest stosunkiem niepewności standardowych typu A,
- $\eta$  jest stosunkiem złożonych niepewności standardowych typu A do typu B:

$$\eta_J = \frac{u_{B_1}}{u_{B_2}}, \quad \eta_S = \frac{u_{A_1}}{u_{A_2}}, \quad \eta = \frac{u_{c_A}}{u_{c_B}} = \frac{u_A}{u_B} = \frac{\sqrt{u_{A_1}^2 + u_{A_2}^2}}{\sqrt{u_{B_1}^2 + u_{B_2}^2}} \quad (8)$$

Charakterystykami odniesienia, z którymi będą porównywane charakterystyki  $k_{SSJJ}(\alpha)$  w funkcji  $\eta$ , są odpowiednio charakterystyka współczynnika  $k_N(\alpha)$  dla rozkładu normalnego oraz  $k_f(\alpha)$  dla rozkładu jednostajnego [3, 4]. W praktyce pomiarowej, dokonując oceny niepewności wyniku pomiarów metodami przybliżonymi, należy założyć prawdopodobieństwo  $\alpha$ , dla którego będą wykonywane obliczenia.

### 3. Wyniki obliczeń współczynnika rozszerzenia dla splotu

Ze względu na to, że współczynnik rozszerzenia  $k_{SSJJ}(\alpha)$  jest funkcją wielu zmiennych, zaprezentowanie wyników obliczeń tego współczynnika dla różnych przyjętych wartości parametrów  $\alpha$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $\eta_J$  i  $\eta_S$  przekracza ramy tej publikacji. Rozszerzenie tego tematu czytelnik może znaleźć między innymi w pracach własnych autora [6–8] oraz w pracach innych autorów.

Obliczenia przeprowadzono dla jednej wartości prawdopodobieństwa  $\alpha = 0,99$ , dla małych wartości liczby stopni swobody  $m$ , dla wybranych wartości  $\eta$  z przedziału od 0,1 do 10.

Do obliczeń wykorzystano program Matlab, przyjmując następujące parametry:

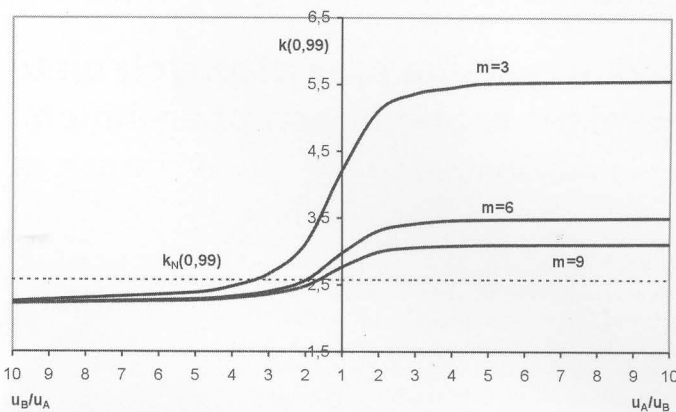
- dokładność przybliżenia prawdopodobieństwa  $\alpha$  przez zmienną  $k \varepsilon = 1e-4$ ,
- liczbę przedziałów całkowania w procedurze całkowania metodą Simpsona  $l_p = 300$ ,
- wielokrotność  $j = 20$ .

W tabeli 1 zestawiono otrzymane w wyniku obliczeń wartości współczynnika rozszerzenia  $k_{SSJJ}(0,99)$  dla rozkładu będącego splotem dwóch rozkładów Studenta i dwóch rozkładów jednostajnych.

Tab. 1. Wartości współczynników rozszerzenia  $k_{SSJJ}(0,99)$  dla  $\eta_J = \eta_S = 1$

1/η	η	$m_1=3$	$m_1=6$	$m_1=9$
		$m_2=3$	$m_2=6$	$m_2=9$
10		2,2531	2,2266	2,2203
5		2,3875	2,2867	2,2688
4		2,4812	2,3281	2,3031
3		2,6688	2,4031	2,3625
2		3,1141	2,5672	2,4844
1	1	4,2031	2,9750	2,7656
	2	5,1000	3,3075	2,9906
	3	5,3625	3,4125	3,0578
	4	5,4500	3,4600	3,0800
	5	5,5188	3,4725	3,0938
	10	5,5625	3,5013	3,1125

Na rys. 1 przedstawiono przykładowe charakterystyki współczynnika rozszerzenia  $k_{SSJJ}(0,99)$  dla  $m_1 = m_2 = 3$ ,  $m_1 = m_2 = 6$  i  $m_1 = m_2 = 9$ , oraz  $\eta_J = \eta_S = 1$  w funkcji stosunku złożonych niepewności standardowych  $\eta$  oraz jego odwrotności.



Rys. 1. Charakterystyki współczynników rozszerzenia  $k_{SSJJ}(0,99)$  oraz  $k_N(0,99)$  dla  $m_1=m_2=3$ ,  $m_1=m_2=6$  i  $m_1=m_2=9$ , w funkcji stosunku niepewności standardowych  $\eta$  i jego odwrotności.

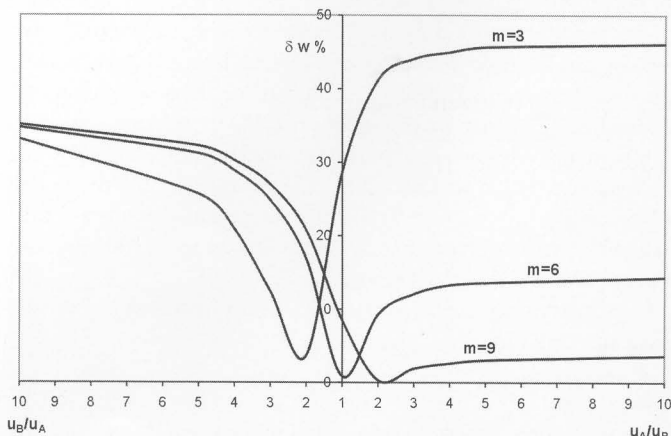
W rozpatrywanej sytuacji obie próby mają tę samą liczbę stopni swobody i żadna ze składowych niepewności standardowych typu A i typu B nie jest niepewnością dominującą, ponieważ wartości współczynników  $\eta_J = \eta_S = 1$ . Na rys. 1 wyróżnić można dwa różne obszary. Obszar nazywany dalej obszarem typu A występuje wówczas, gdy niepewność typu A jest większa od niepewności typu B. Natomiast dla obszaru nazywanego dalej obszarem typu B występuje sytuacja przeciwna. Zgodnie z przewidywaniami opartymi na centralnym twierdzeniu granicznym charakterystyki współczynnika rozszerzenia  $k_{SSJJ}(\alpha)$  mają tendencje zbliżania się do wartości współczynnika  $k_N(\alpha)$  dla rozkładu normalnego, szczególnie wówczas kiedy wzrasta liczność prób. Tendencje te występują jedynie w obszarze typu A, dla którego  $u_A \geq u_B$ . Natomiast w obszarze typu B, gdzie  $u_B \geq u_A$ , wpływ liczności próby jest znacznie mniejszy i zanika wraz ze wzrostem wartości stosunku  $u_B/u_A$ .

### 4. Przybliżone metody oceny niepewności rozszerzonej

#### 4.1. Metoda narzuconych wartości

Dokument [1] zaleca m.in. innymi stosowanie arbitralnie narzuconych wartości współczynnika rozszerzenia równego  $k(\alpha) = 3$  dla prawdopodobieństwa  $\alpha = 0,99$ . Zgodnie z tą oceną, współczynniki  $k(\alpha)$  przypisujemy wartości współczynnika, które są bliskie wartościom zmiennej standaryzowanej rozkładu normalnego. W rozpatrywanej sytuacji pomiaru pośredniego, bezwzględne wartości błędów wynikających z oceny współczynnika rozszerzenia metodą narzuconych wartości opisane są jako:

$$\delta = \frac{|3 - k_{SSJJ}(0,99)|}{k_{SSJJ}(0,99)} \quad (9)$$



Rys. 2. Bezwzględne wartości błędów  $\delta$  oceny współczynnika rozszerzenia metodą narzuconych wartości w funkcji stosunku złożonych niepewności standardowych  $\eta = u_A/u_B$  i jego odwrotności.

Na rys. 2 przedstawiono bezwzględne wartości błędów  $\delta$  oceny współczynnika rozszerzenia metodą narzuconych wartości w funkcji stosunku niepewności standardowych  $\eta$  dla różnych wartości  $m$ .

Jak można zauważyć, w obszarze typu A dla liczby stopni swobody  $m \geq 6$  wartość błędu nie przekracza założonej wartości 20%, natomiast dla skrajnie małych wartości  $m$  wartość błędu osiąga znaczne wartości. W obszarze typu B wpływ liczby stopni swobody jest znacznie mniejszy i zanika wraz ze wzrostem stosunku  $u_B/u_A$ .

## 4.2. Metoda efektywnej liczby stopni swobody

Dokument [1] proponuje dla rozpatrywanej sytuacji pomiarowej charakteryzującej się małą liczebnością prób metodę, zgodnie z którą współczynnik rozszerzenia  $k(\alpha)$  przyjmuje wartości zmiennej standaryzowanej rozkładu Studenta  $k_{me}$ , odczytywane z tablic tego rozkładu dla efektywnej liczby stopni swobody  $m_e$ .

Jeżeli łączna niepewność standardowa jest pierwiastkiem z sumy dwóch lub więcej wariacji ocenionych na podstawie wyników małego licznika prób o nieznanym odchyleniu standardowym  $\sigma$ , to zgodnie z formułą Welcha-Satterthwaite'a [5] nieznan rozkład szukanej zmiennej standaryzowanej może być przybliżony rozkładem Studenta dla efektywnej liczby stopni swobody  $m_e$ . W rozpatrywanym przypadku pomiaru pośredniego efektywna liczba stopni swobody jest opisana zależnością (10) wynikającą z tej formuły:

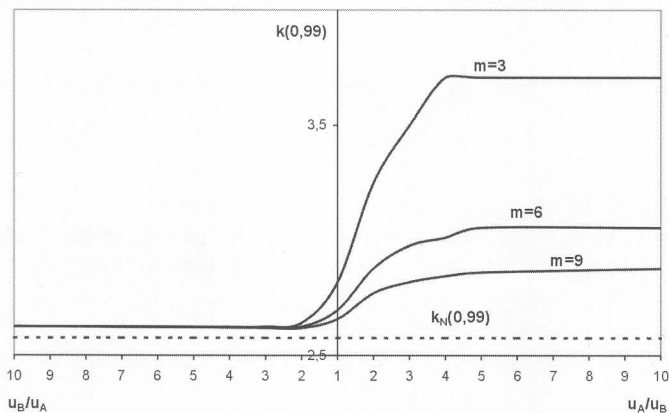
$$m_e = \frac{u_c^4}{\sum_{j=1}^N \frac{1}{m_{A_j}} \left( \frac{\partial f}{\partial x_j} \right)^4 \cdot u_{A_j}^4 + \sum_{j=1}^N \frac{1}{m_B} \left( \frac{\partial f}{\partial x_j} \right)^4 \cdot u_{B_j}^4} \quad (10)$$

gdzie  $u_c$  jest standardową niepewnością złożoną wielkości mierzonej pośrednio i obliczonej zgodnie z prawem propagacji niepewności,  $m_{A_j} = n_j - 1$  jest liczbą stopni swobody  $j$ -tej próby, a  $m_B$  oznacza liczbę stopni swobody typu B obliczaną na podstawie wiarygodności składowej niepewności typu B.

W sytuacji, gdy niepewność standardowa typu B oceniana jest na podstawie znajomości rozkładu jednostajnego, którego granice wyznacza błąd graniczny aparatury pomiarowej, można przyjąć, że jest to niepewność dobrze znana. Do dalszych rozważań przyjęto zatem względną niepewność wartości typu B, równą 0,1 [4], co odpowiada liczbie stopni swobody  $m_B = 50$ . Przy założeniu, że wszystkie pochodne cząstkowe są równe jedności i po dokonaniu odpowiednich przekształceń, otrzymuje się:

$$m_e = \frac{[(\eta^2 + 1)(\eta_S^2 + 1)(\eta_J^2 + 1)]^2}{\eta^4 (\eta_J^2 + 1) \left( \frac{1}{m_{A_1}} \eta_S^4 + \frac{1}{m_{A_2}} \right) + \frac{1}{m_B} (\eta_S^2 + 1)^2 (\eta_J^4 + 1)} \quad (11)$$

Taka postać zależności opisującej  $m_e$  pozwala na przedstawienie charakterystyki współczynnika rozszerzenia rozkładu Studenta dla efektywnej liczby stopni swobody  $k_{meSSJJ}(\alpha)$  w funkcji  $\eta$  dla różnych wartości  $m$ , w celu porównania jej z charakterystyką współ-



Rys. 3. Charakterystyki współczynników rozszerzenia  $k_{meSSJJ}(0,99)$  dla  $m_1=m_2=3$ ,  $m_1=m_2=6$  i  $m_1=m_2=9$  w funkcji stosunku niepewności standardowych  $\eta = u_A/u_B$  i jego odwrotności

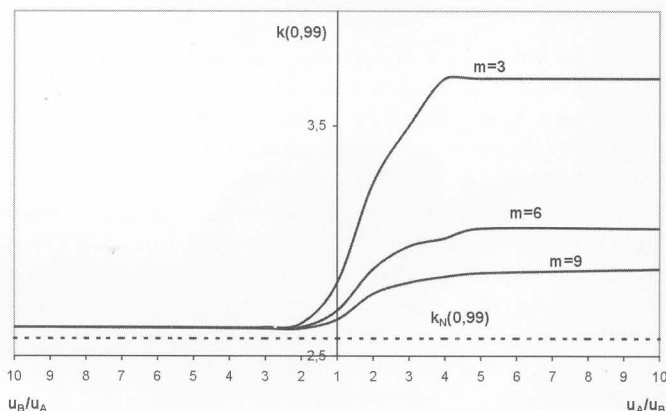
czynnika rozszerzenia dla badanego splotu  $k_{SSJJ}(a)$ . Na rys. 3 przedstawiono charakterystyki współczynnika  $k_{meSSJJ}(\alpha)$ ,  $k_{SSJJ}(a)$  dla  $m_1 = m_2 = 3$ ,  $m_1 = m_2 = 6$  oraz dla  $m_1 = m_2 = 9$ .

Cechą charakterystyczną obliczonego współczynnika  $k_{meSSJJ}(\alpha)$  jest to, że w obszarze typu A jego wartości w sposób znaczący różnią się od wartości współczynnika  $k_{SSJJ}(\alpha)$ , które są wartościami dokładnymi. Wraz ze wzrostem liczby stopni swobody różnice te maleją. Ponadto wraz ze wzrostem liczby stopni swobody w tym obszarze wartości współczynnika  $k_{meSSJJ}(\alpha)$  zbliżają się do wartości współczynnika  $k_N(\alpha)$  dla rozkładu normalnego. Natomiast dla obszaru typu B wartości współczynnika  $k_{meSSJJ}(\alpha)$  przyjmują stałe wartości, niezależne od liczby stopni swobody i bliskie wartościom współczynnika  $k_N(\alpha)$ .

Zgodnie z przyjętym założeniem, że wartość współczynnika rozszerzenia dla badanego splotu rozkładów składowych można uznać za wartość dokładną, bezwzględna wartość błędu oceny tą metodą przybliżoną została zdefiniowana jako:

$$\delta = \frac{|k_{meSSJJ}(0,99) - k_{SSJJ}(0,99)|}{k_{SSJJ}(0,99)} \quad (12)$$

Na rys. 4 przedstawiono bezwzględne wartości błędów  $\delta$  oceny współczynnika  $k_{meSSJJ}(\alpha)$  w funkcji stosunku niepewności standardowych  $\eta$  dla różnych wartości  $m$ .



Rys. 4. Bezwzględne wartości błędów  $\delta$  oceny współczynnika  $k_{meSSJJ}(0,99)$  w funkcji stosunku złożonych niepewności standardowych  $\eta = u_A/u_B$  i jego odwrotności

## 4.3. Metoda sumy geometrycznej

Metoda nazywana metodą sumy geometrycznej jest często stosowana w praktyce pomiarowej. Zgodnie z tą metodą ocenia się niepewność rozszerzoną jako sumę geometryczną składowych niepewności rozszerzonych:

$$U = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2} \quad (13)$$

Uwzględniając, że dla rozpatrywanego przypadku pomiaru pośredniego występuje splot czterech rozkładów składowych  $S^*S^*J^*J$ , niepewność rozszerzoną oblicza się z zależności:

$$U = \sqrt{k_{S_1}^2(\alpha) \cdot u_{A_1}^2 + k_{S_2}^2(\alpha) \cdot u_{A_2}^2 + k_J^2(\alpha) \cdot (u_{B_1}^2 + u_{B_2}^2)} = k_{gSSJJ}(\alpha) \cdot u_c \quad (14)$$

Przy założeniu, że wszystkie pochodne cząstkowe w wyrażeniu na  $u_c$  są równe jedności, współczynnik rozszerzenia oceniany metodą sumy geometrycznej, zwany dalej  $k_{gSSJJ}(\alpha)$ , przyjmie postać:

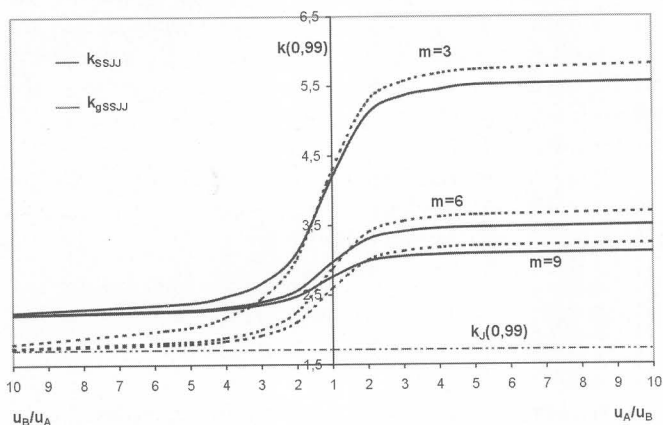
$$k_{gSSJJ} = \frac{\sqrt{k_{S_1}^2(\alpha) \cdot u_{A_1}^2 + k_{S_2}^2(\alpha) \cdot u_{A_2}^2 + k_J^2(\alpha) \cdot (u_{B_1}^2 + u_{B_2}^2)}}{\sqrt{u_{A_1}^2 + u_{A_2}^2 + u_{B_1}^2 + u_{B_2}^2}} \quad (15)$$

Po dokonaniu odpowiednich podstawień otrzymuje się współczynnik  $k_{gSSJJ}(\alpha)$  wyrażony w funkcji stosunków niepewności standardowych  $i_S$  oraz określonych współczynników rozszerzenia:



$$k_{gSSRR}(\alpha) = \sqrt{\frac{\eta^2(k_{S_1}^2(\alpha) \cdot \eta_S^2 + k_{S_2}^2(\alpha)) + (\eta_S^2 + 1) \cdot k_J^2(\alpha)}{(\eta^2 + 1)(\eta_S^2 + 1)}} \quad (16)$$

Na rysunku 5 przedstawiono charakterystyki współczynnika rozszerzenia  $k_{gSSJJ}(0,99)$  oraz  $k_{SSJJ}(0,99)$  w funkcji stosunku złożonych niepewności standardowych  $\eta = u_A/u_B$  i jego odwrotności.



Rys. 5. Charakterystyki współczynników rozszerzenia  $k_{SSJJ}(0,99)$  oraz  $k_{gSSJJ}(0,99)$  dla  $m_1=m_2=3$ ,  $m_1=m_2=6$  i  $m_1=m_2=9$  w funkcji stosunku złożonych niepewności standardowych  $\eta = u_A/u_B$  i jego odwrotności

Cechą charakterystyczną obliczonego współczynnika  $k_{gSSJJ}(0,99)$  jest to, że w obszarze typu A jego wartości nie różnią się znacząco od wartości współczynnika  $k_{SSJJ}(0,99)$ , które są wartościami dokładnymi. Wraz ze wzrostem liczby stopni swobody  $m$  różnice te maleją. W obszarze B wartości rozpatrywanego współczynnika zależą w niewielkim stopniu od liczby stopni swobody, a wartości współczynnika  $k_{gSSJJ}(0,99)$  stają się bliskie wartościom współczynnika  $k_J(0,99)$  dla rozkładu jednostajnego. Zgodnie z przyjętym założeniem, że wartość współczynnika rozszerzenia dla badanego splotu rozkładów składowych można uznać za wartość dokładną, bezwzględna wartość błędu oceny tą metodą przybliżoną zdefiniowano jako:

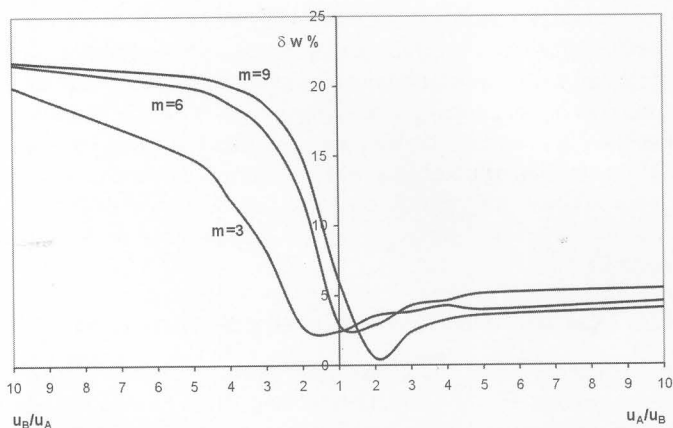
$$\delta = \frac{|k_{gSSJJ}(0,99) - k_{SSJJ}(0,99)|}{k_{SSJJ}(0,99)} \quad (17)$$

Na rys. 6 przedstawiono bezwzględne wartości błędów  $\delta$  oceny współczynnika  $k_{gSSJJ}(0,99)$  w funkcji stosunku złożonych niepewności standardowych  $\eta = u_A/u_B$  i jego odwrotności, dla różnych wartości  $m$ .

Przy korzystaniu z tej metody, pomimo że nie jest zalecana przez dokument [1], praktycznie w całym zakresie zmienności parametru  $\eta$  nie przekracza się założonej wartości błędu  $\delta = 20\%$ .

## 5. Podsumowanie

W oparciu o przeprowadzoną analizę dokładności przybliżonych metod oceny niepewności rozszerzonej, przedstawiono zakresy sto-



Rys. 6. Bezwzględne wartości błędów  $\delta$  oceny współczynnika  $k_{gSSJJ}(0,99)$  w funkcji stosunku złożonych niepewności standardowych  $\eta = u_A/u_B$  i jego odwrotności

sowania tych metod, przy przyjętym kryterium nie przekraczania założonej wartości błędu oceny równej 20%. Jak wykazały badania, zakresy stosowalności prezentowanych metod są różne i wydają się, że w wielu przypadkach mogą się wzajemnie uzupełniać.

## 6. Literatura

- [1] Guide to the expression of uncertainty in measurement, BIPM, IEC, ISO, OIML, Geneva 1993, wydanie polskie – Wyrażanie niepewności pomiaru - Przewodnik, Główny Urząd Miar, 1999.
- [2] Turzeniecka D., Bogucka H., Otomański P.: Characteristics of the convolution of two Student's distributions and two rectangular distributions, Metrology and Measurement Systems, Vol. VIII, No. 3, pp. 239-250, 2001.
- [3] Dietrich C.F.: Uncertainty, calibration and probability, Second Edition, Adam Hilger, Bristol, Philadelphia and New York 1991.
- [4] Turzeniecka D.: Analiza dokładności wybranych przybliżonych metod oceny niepewności, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 1999.
- [5] Turzeniecka D.: Comments on the accuracy of some approximate methods of evaluation of expanded uncertainty, Metrologia, Vol. 36, No. 2, pp. 113-116, 1999.
- [6] Otomański P.: The range of applying approximate methods of expanded uncertainty estimation in indirect measurements, Proceedings of the IMEKO-TC7 Symposium on Measurement Science of the Information Era, Cracow, Poland, June 25-27, 2002, pp. 97-101.
- [7] Otomański P.: The usage of the knowledge of convolution of four probability distributions to examine the accuracy of coverage factor with approximate methods, Proceedings of the 4th International Conference on Measurement – MEASUREMENT 2003, Smolenice, Slovak Republic, June 15-19, 2003, pp. 63-66.
- [8] Otomański P.: Research of the change trend of evaluation errors of the coverage factor in indirect measurements, Proceedings of XVII IMEKO World Congress, June 22-27, Dubrovnik, Croatia, 2003, pp. 1206-1209.

**Title:** Utilization of the approximate methods to determine the uncertainty of measurement results in indirect measurements.

Artykuł recenzowany

## INFORMACJE:

W dniach 22 i 23 listopada 2004 roku na Wydziale Elektrycznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach odbyło się III Sympozjum nt. „Metrologiczne właściwości programowanych przetworników pomiarowych“ MWPPP'2004 zorganizowane przez Instytut Metrologii i Automatyki Elektrotechnicznej pod patronatem Komisji Metrologii Polskiej Akademii Nauk Oddział Katowice. Celem Sympozjum była wymiana doświadczeń metrologów w zakresie związanym z programowym przetwarzaniem danych pomiarowych, opracowywaniem i analizą dokładności algorytmów przetwarzania danych oraz konstruowaniem przyrządów mikroprocesorowych i systemów pomiarowo-sterujących, a także przyrządów wirtualnych. Wygłoszono 24 referaty o tematyce zgodnej z tytułem sympozjum.

Materiały III Sympozjum opublikowane zostały w Zeszytach Naukowym Politechniki Śląskiej - seria Elektryka, zeszyt nr 195, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, czerwiec 2005. Są one do nabycia w Wydawnictwie Politechniki Śląskiej: tel. (0-32) 237-18-48, wydawnictwo\_mark@polsl.pl, http://wydawnictwo.polsl.pl.