

Zenon HENDZEL

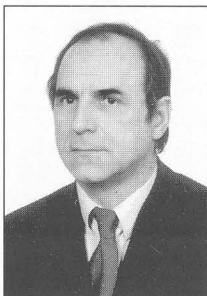
POLITECHNIKA RZESZOWSKA, WYDZIAŁ BUDOWY MASZYN, KATEDRA MECHANIKI STOSOWANEJ I ROBOTYKI

Stabilizacja ruchu mobilnego robota kołowego.

Dr hab. inż. Zenon HENDZEL

Profesor nadzwyczajny Politechniki Rzeszowskiej

Ukończył Akademię Górniczo-Hutniczą w Krakowie (1973), tytuł doktora nauk technicznych uzyskał w 1980 r. na Wydziale Elektroniki Politechniki Warszawskiej a tytuł doktora habilitowanego uzyskał na Wydziale Inżynierii Mechanicznej i Robotyki Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie (1997). Od 1973 jest pracownikiem Politechniki Rzeszowskiej. Zajmuje się problematyką sterowania układami nieliniowymi, sterowaniem odpornym, adaptacyjnym, metodami sztucznej inteligencji, zagadnieniami nawigacji mobilnych robotów kołowych.



Streszczenie

W niniejszej pracy do rozwiązania zadania stabilizacji, zastosowano strukturę - hierarchiczną. Na wyższym poziomie układu hierarchii wygenerowano zadaną trajektorię ruchu mobilnego robota bazując na pojęciu inwariantnej powierzchni. Wygenerowana trajektoria stanowiła zadaną trajektorię ruchu realizowaną przez odporny algorytm sterowania zrealizowany na niższym poziomie hierarchii. Poprawność rozwiązania generatora zadanej trajektorii oraz układu sterowania nadążnego w zadaniu stabilizacji została potwierdzona w badaniach symulacyjnych.

Abstract

In this paper, for solution of task of stabilization, the hierarchic structure was applied. The desired trajectory of movement of mobile robot, on higher level of arrangement of hierarchy, was generated based on the invariant manifold. The generated trajectory made up the desired trajectory of movement is realised by robust algorithm on lower level of hierarchy. Computer simulation have been conducted to illustrate the performance of the proposed approach by series of experiments on the emulator of wheeled mobile robot Pioneer.

1. Wstęp

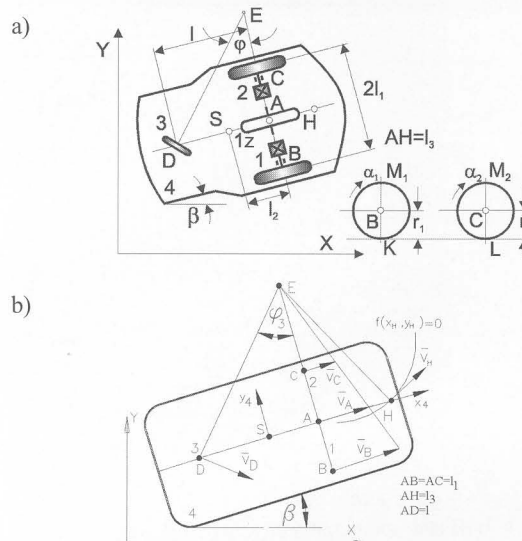
Zagadnienie sterowania ruchem nadążnym mobilnego robota, sprowadza się do wyznaczenia takich sterowań (momentów napędzających koła jezdne) aby wybrany punkt mobilnego robota przemieścił się po zadanej trajektorii ruchu [6,7,8]. Tego typu rozwiązania mają zastosowanie w przypadku wykorzystania robotów do spawania, zgrzewania, malowania, rysowania czy klejenia lub w transporcie wewnątrzzakładowym. Z praktycznego punktu widzenia innym ważnym zagadnieniem nawigacji jest zadanie parkowania czy dojazdu do rampy lub doku załadowczego. Podstawowe różnice wynikające z wykonywania różnych zadań z punktu widzenia teorii sterowania, można podsumować następująco: mobilne roboty kołowe jako układy nieholonomiczne są całkowicie sterowalne w przestrzeni konfiguracyjnej [3,5,9] jednak w przeciwieństwie do manipulatorów robotów (układów holonomicznych) nie mogą być stabilizowane do założonej konfiguracji końcowej poprzez gładkie sterowanie od stanu [2,4,5]. Oznacza to, że alternatywnym rozwiązaniem mogą być sterowania nieciągłe [1,5,9,11] lub niestacjonarne [5,10,12].

Ze względu na praktyczne zastosowanie, w niniejszym artykule do rozwiązania zadania stabilizacji, wyznaczmy sterowanie nieciągłe wynikające z teorii układów o zmiennej strukturze a bazujące na pojęciu inwariantnej powierzchni [1,9,11]. Metoda sterowania z zastosowaniem inwariantnej powierzchni polega na doborze takiej strategii sterowania aby układ nieholonomiczny ze stanu początkowego doprowadzić do powierzchni inwariantnej a następnie sprowadzić do stanu końcowego należącego do danej powierzchni.

2. Kinematyka mobilnego robota

Do opisu ruchu 2-kołowego mobilnego robota przyjęto model pokazany na rys.1., który odpowiada 2-kołowemu mobilnemu robotowi Pioneer-2DX [6,13,14]. Podstawowe zespoły tego modelu to: rama 4 pojazdu, koła napędzające 1 i 2, koła te obracają się wokół

własnych osi, które nie zmieniają położenia względem ramy, oraz samonastawne koło podpierające 3. Koła napędzające są metalowymi tarczami powleczonymi warstwą gumy. Koła 1 i 2 napędzane są oddzielnymi silnikami elektrycznymi, które łącznie z przekładnią tworzą zespół napędzający dane koło. Kąty obrotu własnego kół 1 i 2 oznaczono jako α_1 i α_2 , zaś promienie tych kół to r_1 i r_2 , przyjęto, że ze względów konstrukcyjnych $r_1 = r_2$, środki geometryczne kół 1 i 2 oznaczono jako B i C. Środek geometryczny koła samonastawnego oznaczono punktem D, promień tego koła to r_3 , zakłada się że $r_3 < r_1$. M_1 i M_2 to momenty napędzające odpowiednio koło 1 i 2.



Rys.1 a) Model mobilnego robota.
b) Rozkład prędkości charakterystycznych punktów.

Jeżeli wektory prędkości kątowych kół napędzających będą takie same, to wówczas rama pojazdu porusza się ruchem postępowym, natomiast jeżeli wektory prędkości kątowych tych kół będą różne, to rama pojazdu porusza się ruchem płaskim, w obydwu przypadkach płaszczyzną kierującą dla ramy jest płaszczyzna jezdni xy . Zakładając że wartości prędkości liniowych punktów B i C będą tak dobrane, że $v_B > v_C$, to rama pojazdu będzie poruszała się ruchem płaskim, wówczas pokazany na rys.1 punkt E jest chwilowym środkiem obrotu ramy, natomiast β jest kątem obrotu chwilowego ramy. Koło podpierające samonastawne 3 ustawi się wówczas tak, że płaszczyzna tego koła z wzdłużną płaszczyzną symetrii ramy będzie tworzyła kąt φ , zaś kąt obrotu własnego tego koła oznaczmy jako α_3 . Na rys.1 pokazano również odpowiednie wymiary geometryczne oraz charakterystyczne punkty układu. Punkt S to środek masy ramy, punkt A jest punktem leżącym na osi BC w połowie odległości między punktami B i C. Natomiast H jest punktem należącym do ramy, punkt ten będzie poruszał się po zadanym torze ruchu.

Analizując zadanie odwrotne kinematyki, zakładamy że ruch mobilnego robota odbywa się po poziomej jezdni, oraz że wybrany punkt H układu, będzie poruszał się z odpowiednią prędkością po zadanej trajektorii. Realizacja takiego ruchu będzie możliwa, jeżeli koła napędzające będą obracały się wokół własnych osi z odpowiednimi prędkościami kątowymi. Zakładając że w układzie nie występują poślizgi, wektor prędkości liniowej charakterystycznego punktu A, leży w płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny xy i jest ustawiony na kierunku prostopadłym do BC.

Z rozkładu wektora prędkości tego punktu wynika że jego rzuty na osie x i y układu bazowego, spełniają następujące równanie [6,13,14]:

$$\dot{y}_A = \dot{x}_A \operatorname{tg} \beta \quad (2.1)$$

tzn. że na wektor prędkości punktu A narzucone są ograniczenia czyli więzy, które są nieholonomiczne, to analizowany układ jest rów-

niez układem nieholonomicznym. Z rozkładu wektorów prędkości wybranych punktów A, B, C i H pokazanych na rys. 1b, wynika układ równań, które umożliwiają określenie wszystkich interesujących nas parametrów ruchu. Natomiast z geometrii układu wynika że współrzędne punktów H i A w układzie xy związane są zależnością:

$$\begin{aligned} x_H &= x_A + l_3 \cos \beta \\ y_H &= y_A + l_3 \sin \beta \end{aligned} \quad (2.2)$$

różniczkując te zależności względem czasu dostaniemy następujący układ równań:

$$\begin{aligned} \dot{x}_H &= \dot{x}_A - l_3 \dot{\beta} \sin \beta \\ \dot{y}_H &= \dot{y}_A + l_3 \dot{\beta} \cos \beta \end{aligned} \quad (2.3)$$

Jeżeli założymy wartość wektora prędkości punktu A, to rzuty tego wektora na osie układu xy określone będą jako:

$$\begin{aligned} \dot{x}_A &= v_A \cos \beta \\ \dot{y}_A &= v_A \sin \beta \end{aligned} \quad (2.4)$$

Podstawiając (2.3) do układu (2.4) oraz wprowadzając oznaczenie $\dot{\beta} = \omega$ ostatecznie otrzymamy równania ruchu punktu H:

$$\begin{aligned} \dot{x}_H &= v_A \cos \beta - l_3 \omega \sin \beta \\ \dot{y}_H &= v_A \sin \beta + l_3 \omega \cos \beta \\ \dot{\beta} &= \omega \end{aligned} \quad (2.5)$$

3. Zadanie stabilizacji

Rozważmy punkt H należący do 2-kołowego mobilnego robota, rys. 1a, którego ruch w ogólnym przypadku opisuje równanie (2.5) zapisane jako

$$\dot{q}_H = f(q_H)u \quad (3.1)$$

Jest to tzw. układ bezdryfowy gdzie $q_H \in \mathbb{R}^n$ jest wektorem stanu a $u \in \mathbb{R}^m$ jest wektorem sterowań. Mówi się, że powierzchnia $M = \{q \in \mathbb{R}^n / \Phi(q) = 0, \Phi(\cdot) \in \mathbb{R}^k\}$ o wymiarze $k \leq m$ jest inwariantna dla układu sterowania (1) jeżeli trajektoria układu rozpoczyna się w M dla $t = t_0$ to pozostaje na tej powierzchni dla $t \geq t_0$. Oznacza to, że pochodna Liego funkcji $\Phi(\cdot)$ wzdłuż pola wektorowego f jest zero ($L_f \Phi(q) = 0$) dla każdego $q \in M$. Ponadto, powierzchnia M jest asymptotycznym atraktorem w otwartym obszarze Ω przestrzeni jeżeli dla każdego $t_0 \in \mathbb{R}_+$, takiego, że $q(t_0) \in \Omega$, zachodzi $\lim_{t \rightarrow \infty} q(t) \in M$.

Zadaniem projektowym jest wyznaczenie nieciągłego sterowania $u = [u_v, u_\beta]^T$ od stanu, spełniającego ograniczenia

$$|u_v| \leq V_{Hmax}, |u_\beta| \leq \beta_{max} \quad (3.2)$$

które stabilizuje układ (3.1) wokół zadanego stanu końcowego $q_f \in M$.

Procedura wyznaczania sterowań stabilizujących przebiega w dwóch etapach [1, 11]. W pierwszym etapie należy wyznaczyć takie sterowania układu nieholonomicznego (1), które sprowadzają układ ze stanu początkowego q_0 na powierzchnię M (do stanu $q_c \in M$). W drugim etapie sterowania mają przeprowadzić układ ze stanu $q_c \in M$ w stan końcowy $q_f \in M$. Aby przeprowadzić układ (3.1) na powierzchnię M przyjmijmy oznaczenie $e = q_H - q_M \in \mathbb{R}^n$ i zdefiniujemy odległość punktu $q_H \in \mathbb{R}^n$ od powierzchni M w postaci propozycji funkcji Lapunowa

$$V_M(q_H) \equiv \min_{q_M \in M} (e^T P e) \quad (3.3)$$

gdzie macierz P jest symetryczna i dodatnia. Jeżeli przyjmijmy rozwiązanie (3.3) w postaci

$$q_c(q_H) \equiv \arg \min_{q_M \in M} (e^T P e) \quad (3.4)$$

wówczas

$$V_M(q_H) = (e_c^T P e_c) \quad (3.5)$$

gdzie $e_c = q_H - q_c$. Wyznaczając pochodną funkcji (3.5) wzdłuż trajektorii układu (3.1) otrzymamy

$$\dot{V}_M = 2e_c^T P \nabla e_c f(q_H) u \quad (3.6)$$

Przyjmując w ogólnej postaci nieliniowe prawo sterowania od stanu $u = -K(q_H)$ otrzymamy

$$\dot{V}_M = -2e_c^T P \nabla e_c f(q_H) K(q_H) \quad (3.7)$$

Wówczas, warunkiem wystarczającym globalnej zbieżności asymptotycznej $\forall q_H \in \{\mathbb{R}^n - M\}$ jest spełnienie nierówności

$$e_c^T P \nabla e_c f(q_H) K(q_H) > 0 \quad (3.8)$$

Spełnienie tego warunku oznacza, że wektor stanu układu (3.1) jest dowolnie blisko inwariantnej powierzchni M.

Niech $q_H = [x_H, y_H, \beta]^T$ będzie wektorem stanu. Załóżmy, że chcemy przeprowadzić punkt H mobilnego robota ze stanu początkowego do stanu końcowego umieszczonego w początku układu współrzędnych $q_f = [0, 0, 0]^T$, poprzez wybór odpowiedniego wektora sterowań

$$u = [u_v, u_\beta]^T \quad (3.9)$$

spełniającego ograniczenia (3.2). Przyjmujemy równanie powierzchni inwariantnej w postaci

$$M = \{q_H \in \mathbb{R}^3 / \Phi_1(q_H) = 0, \Phi_2(q_H) = 0\} \quad (3.10)$$

gdzie

$$\Phi_1(q_H) = \beta = 0, \Phi_2(q_H) = y_H = 0 \quad (3.11)$$

wówczas

$$q_c = [x_H, 0, 0]^T \quad (3.12)$$

Przyjmując $P = I_3$, odległość wektora stanu od powierzchni M wyznaczono z równania (3.5)

$$V_M(q_H) = y_H^2 + \beta^2 \quad (3.13)$$

Różniczkując zależność (3.13) otrzymamy

$$\begin{aligned} \dot{V}_M(q_H) &= 2y_H \dot{y}_H + 2\beta \dot{\beta} \\ &= 2u_v y_H \sin \beta + 2u_\beta (l_3 y_H \cos \beta + \beta) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Na podstawie zależności (3.14) można wyznaczyć różne formy wektora sterowań przeprowadzającego analizowany układ ze stanu początkowego na powierzchnię inwariantną w skończonym czasie. W dalszych rozważaniach założono, że wektor sterowań ma postać

$$u_v = -V_{Hmax} \operatorname{sgn}(y_H \sin \beta) \quad (3.15)$$

$$u_\beta = -\beta_{max} \operatorname{sgn}(l_3 y_H \cos \beta + \beta) \quad (3.16)$$

co oznacza, że zależność (3.13) jest funkcją Lapunowa a jej pochodna jest ujemnie półokreślona

$$\dot{V}_M(q_H) = -2V_{Hmax} w_v \operatorname{sgn}(w_v) - 2\beta_{max} w_\beta \operatorname{sgn}(w_\beta) \leq 0 \quad (3.17)$$

gdzie

$$w_v = y_H \sin \beta \quad (3.18)$$

$$w_\beta = l_3 y_H \cos \beta + \beta \quad (3.19)$$

co oznacza, że może przyjmować wartość równą zero poza stanem równowagi $q_c = [x_H, 0, 0]^T$. Analizując maksymalną inwariantną powierzchnię wynikającą z zależności $\dot{V}_M(q_H) = 0$, otrzymamy punkt równowagi układu zamkniętego $q_r = [x_H, \pm\pi/l_3, \pm\pi]^T$. Jeżeli przyjmijemy, że spełniona jest nierówność

$$V_M(q_r) > V_M(q_H(0)) \quad (3.20)$$

to wówczas układ zostanie sprowadzony do powierzchni M poprzez sterowania (3.15), (3.16) spełniające ograniczenia (3.2).

W drugim etapie przyjętej procedury należy wyznaczyć takie sterowania, które przeprowadzą układ (3.1) ze stanu $q_H \in M$ do stanu końcowego $q_f \in M$. Przyjmując funkcję Lapunowa jako miarę odległości bieżącego stanu $q_H \in M$ od stanu końcowego

$$V_f(q_H) = (q_f - q_H)^T P (q_f - q_H) \quad (3.21)$$

oraz $P = I_3, q_f = [0, 0, 0]^T$ otrzymamy

$$V_f(q_H) = x_H^2 \quad (3.22)$$

Pochodna funkcji Lapunowa

$$\dot{V}_f(q_H) = 2u_v x_H \cos \beta - 2u_\beta l_3 x_H \sin \beta \quad (3.23)$$

będzie ujemnie określona jeżeli wektor sterowań przyjmijemy podobnie jak poprzednio

$$u_v = -V_{Hmax} \operatorname{sgn}(x_H \cos \beta) \quad (3.24)$$

$$u_\beta = \beta_{max} \operatorname{sgn}(l_3 x_H \sin \beta) \quad (3.25)$$

Przyjęte sterowania (3.14), (3.15), (3.24), (3.25) umożliwiają w skończonym czasie uzyskanie rozwiązań. Ponieważ są nieciągłe ich realizacja związana jest z wysoką częstotliwością przełączeń układu wykonawczego. Dlatego w rozwiązaniach praktycznych stosuje się różne aproksymacje sterowań nieciągłych. W dalszych rozważaniach

w miejsce funkcji $\text{sgn}(\cdot)$ przyjęto funkcję sigmoidalną o postaci

$$h(x) = \frac{2}{1 + e^{(-\alpha x)}} - 1 \quad (3.26)$$

gdzie α jest dodatnim parametrem projektowym. Funkcja $h(x)$ posiada następujące właściwości:

$$\begin{aligned} &h(x) \text{ jest ciągła} \\ &xh(x) \geq 0 \text{ oraz } xh(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \\ &-1 < h(x) < 1 \\ &\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = 1 \\ &\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = -1 \end{aligned} \quad (3.27)$$

Wprowadzona aproksymacja oraz właściwości (3.27) nie zmieniają prawdziwości wcześniejszych rozważań a ponadto otrzymujemy ciągłe sterowanie $u = [u_v, u_\beta]^T$, w każdym etapie, realizujące strategię sterowania sprowadzenia układu nieholonomicznego ze stanu początkowego do powierzchni inwariantnej a następnie do stanu końcowego należącego do tej powierzchni. Osiągnięcie powierzchni inwariantnej M w skończonym czasie zastąpione jest teraz zbieżnością asymptotyczną co w konsekwencji prowadzi do wolniejszych rozwiązań. Mając na uwadze rozwiązania praktyczne strategię przełączenia sterowań z jednego stanu sterowania do drugiego można wyznaczyć następująco. Niech kwadrat odległości wektora stanu od powierzchni M wynosi

$$\|e(q_H)\|^2 = y_H^2 + \beta^2 \quad (3.28)$$

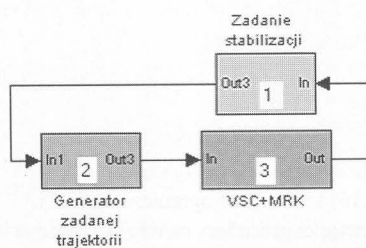
Wówczas można przyjąć, z uwzględnieniem (3.26), że

$$(u_v, u_\beta) = \begin{cases} (3.15), (3.16) \text{ dla } \|e(q_H)\|^2 \geq \varepsilon > 0 \\ (3.24), (3.25) \text{ dla } \|e(q_H)\|^2 < \varepsilon \end{cases} \quad (3.29)$$

Należy zauważyć, że kwadrat odległości (3.28) będzie mniejszy od ε w skończonym czasie. Przyjmując małą wartość ε , mobilny robot zbliży się do powierzchni M na odległość, którą można przyjąć z praktycznego punktu widzenia za dokładność parkowania.

4. Weryfikacja numeryczna

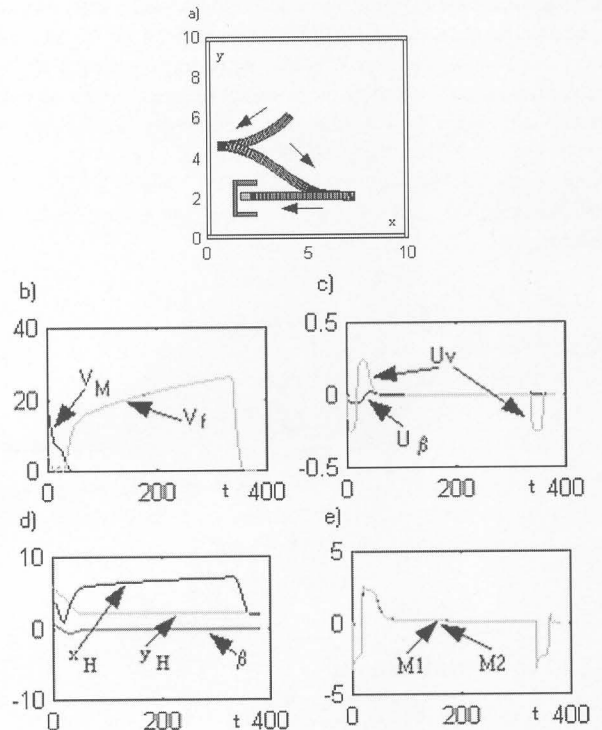
W tym rozdziale zamieszczono wybrane wyniki symulacji zadania stabilizacji punktu H mobilnego robota z danego stanu początkowego q_H do danego stanu końcowego q_f . Symulację zadania stabilizacji przeprowadzono według schematu wygenerowanego w pakiecie Matlab/Simulink i pokazanego na rys.2.



Rys.2. Schemat realizacji zadania stabilizacji.

W bloku '1' stanowiącego nadrzędny poziom sterowania są generowane sygnały sterowania według (3.29), które zapewniają realizację zadania stabilizacji. Na podstawie tych sygnałów w bloku '2' generowane są parametry ruchu mobilnego robota według (2.5), które stanowią trajektorię zadaną, którą realizuje układ sterowania odpornego zamodelowany w bloku '3' według algorytmu podanego w pracy [..]. Jako ograniczenia sygnałów sterowania przyjęto w symulacji następujące wartości: $V_{Hmax} = 0.5[m/s]$, $\beta_{max} = 1[rad/s]$ a dla pozostałych danych przyjęto wartości: $l_3 = 0.5[m]$, $\alpha = 5$, $\varepsilon = 0.01$. Zamieszczono wyniki symulacji dla trzech różnych warunków początkowych kąta orientacji ramy mobilnego robota. Pierwszy test symulacji przeprowadzono dla zadania sprowadzenia punktu H mobilnego robota ze stanu początkowego $q_H = [4,6,\pi/4]^T$ do stanu końcowego $q_f = [2,2,0]^T$ a uzyskane wyniki zamieszczono na rys.3.

Na rys.3a zamieszczono trajektorię punktu H oraz ślad ramy mobilnego robota a na rys.3d pokazano parametry ruchu punktu H i ramy robota. W pierwszej fazie odbywa się ruch do tyłu a w drugiej fazie ruch do przodu. W tym okresie czasu wynoszącym około 350[s], jest reali-



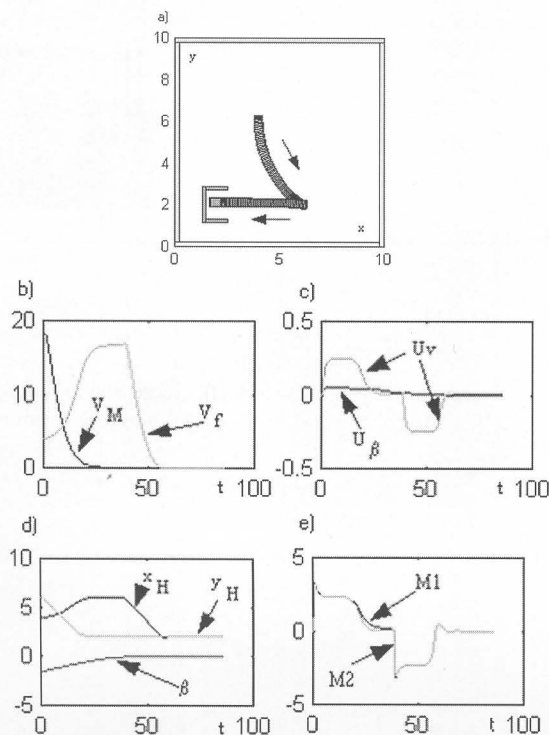
Rys.3. Zadanie stabilizacji dla $\beta(0)=-\pi/4$

zowany pierwszy etap procedury stabilizującej sprowadzającej poprzez odpowiednie sterowania (3.15), (3.16), układ ze stanu początkowego $q_H(0)$ na powierzchnię M (do stanu $q_c \in M$). Okres ten trwa stosunkowo długo ponieważ występuje zbieżność asymptotyczna oceny błędu (3.13) do zadanego warunku przełączenia (3.29) co można zaobserwować na rys 3b. W tym okresie czasu ocena błędu (3.22) rośnie ponieważ punkt H oddala się od zadanego stanu końcowego. To zachowanie potwierdzają przebiegi sterowań generujących zadaną trajektorię ruchu zamieszczone na rys.3c, oraz przebiegi momentów napędzających wygenerowanych przez odporny układ sterowania nadążnego a pokazanych na rys.3e. Po spełnieniu warunku $\|e(q_H)\|^2 < \varepsilon$ następuje przejście do drugiego etapu procedury tzn. w drugim etapie sterowania (3.24), (3.25) generujące zadaną trajektorie ruchu przeprowadzają układ ze stanu $q_c \in M$ w stan końcowy $q_f \in M$ a ocena błędu (3.22) dąży do zera co zaobserwowano na rys.3b. Na podstawie realizacji zadanej trajektorii ruchu przez układ sterowania ten etap jest krótki a czas jego realizacji wynosi około 20[s]. W tym okresie ruchu występuje jazda do tyłu mobilnego robota co pokazują rys.3a,c,e, w celu osiągnięcia zadanej konfiguracji końcowej. Ocena poprawności realizacji zadania parkowania stanowią uzyskane błędy $|y_H - y_f| = 0.1188[m]$, $|\beta_H - \beta_f| = 0.00025[rad]$, $|x_H - x_f| = 5^{(-5)}[m]$.

Drugi test symulacji przeprowadzono dla zadania sprowadzenia punktu H mobilnego robota ze stanu początkowego $q_H = [4,6,-\pi/2]^T$ do stanu końcowego $q_f = [2,2,0]^T$ a uzyskane wyniki zamieszczono na rys.4. Na rys.4a zamieszczono trajektorię punktu H oraz ślad ramy mobilnego robota a na rys.4d pokazano parametry ruchu punktu H i ramy robota. W pierwszej fazie odbywa się ruch do przodu. W tym okresie czasu wynoszącym około 40[s], jest realizowany pierwszy etap procedury stabilizującej sprowadzającej poprzez odpowiednie sterowania (3.15), (3.16), układ ze stanu początkowego $q_H(0)$ na powierzchnię M (do stanu $q_c \in M$). W przeciwieństwie do pierwszego testu, ten trwa stosunkowo krótko co wynika z początkowej konfiguracji mobilnego robota. W tym okresie czasu ocena błędu (3.22) rośnie ponieważ punkt H oddala się od zadanego stanu końcowego. To zachowanie potwierdzają przebiegi sterowań generujących zadaną trajektorię ruchu zamieszczone na rys.4c, oraz przebiegi momentów napędzających wygenerowanych przez odporny układ sterowania nadążnego a pokazanych na rys.4e.

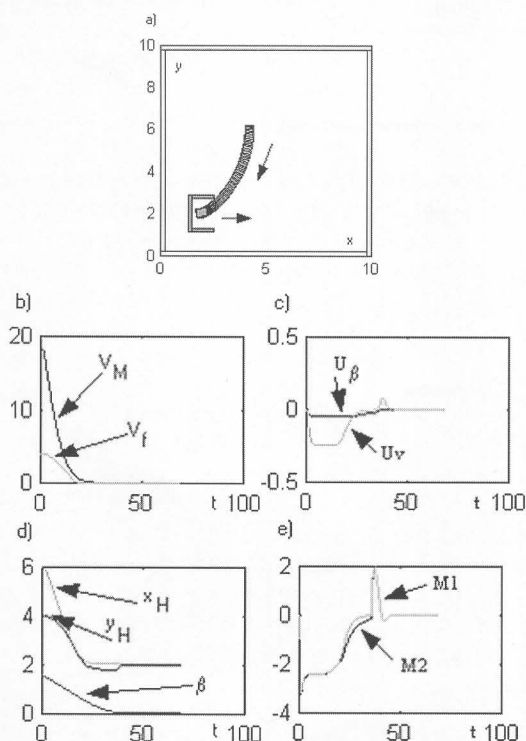
Po spełnieniu warunku $\|e(q_H)\|^2 < \varepsilon$ następuje przejście do drugiego etapu procedury tzn. w drugim etapie sterowania (3.24), (3.25) generujące zadaną trajektorie ruchu przeprowadzają układ ze stanu

$q_c \in M$ w stan końcowy $q_f \in M$ a ocena błędu (3.22) dąży do zera co zaobserwowano na rys.4b. Na podstawie realizacji zadanej trajektorii ruchu przez układ sterowania ten etap jest krótki a czas jego realizacji wynosi około 10[s]. W tym okresie ruchu występuje jazda do tyłu mobilnego robota co pokazują rys.4a,c,e, w celu osiągnięcia zadanej konfiguracji końcowej. Ocenę poprawności realizacji zadania parkowania stanowią uzyskane błędy $|y_H - y_f| = 0.1178[m]$, $|\beta_H - \beta_f| = 0.005[rad]$, $|x_H - x_f| = 0.0001[m]$.



Rys.4. Zadanie stabilizacji dla $\beta(0)=-\pi/2$

Trzeci test symulacji przeprowadzono dla zadania sprowadzenia punktu H mobilnego robota ze stanu początkowego $q_H = [4, 6, \pi/2]^T$ do stanu końcowego $q_f = [2, 2, 0]^T$ a uzyskane wyniki zamieszczone na rys.5. Na rys.5a zamieszczone trajektorie punktu H oraz ślad ramy mobilnego robota a na rys.5d pokazano parametry ruchu punktu H i ramy robota. W pierwszej fazie odbywa się ruch do tyłu.



Rys.5. Zadanie stabilizacji dla $\beta(0)=\pi/2$

W tym okresie czasu wynoszącym około 40[s], jest realizowany pierwszy etap procedury stabilizującej sprowadzającej poprzez odpowiednie sterowania (3.15), (3.16), układ ze stanu początkowego $q_H(0)$ na powierzchnię M (do stanu $q_c \in M$). W tym okresie czasu ocena błędu (3.22) maleje ponieważ punkt H zbliża się od zadanego stanu końcowego. To zachowanie potwierdzają przebiegi sterowań generujących zadaną trajektorię ruchu zamieszczone na rys.5c, oraz przebiegi momentów napędzających wygenerowanych przez odporny układ sterowania nadążnego a pokazanych na rys.5e. Po spełnieniu warunku $\|e(q_H)\|^p < \epsilon$ następuje przejście do drugiego etapu procedury tzn. w drugim etapie sterowania (3.24), (3.25) generujące zadaną trajektorie ruchu przeprowadzają układ ze stanu $q_c \in M$ w stan końcowy $q_f \in M$ a ocena błędu (3.22) dąży do zera co zaobserwowano na rys.5b. Na podstawie realizacji zadanej trajektorii ruchu przez układ sterowania ten etap jest bardzo krótki a czas jego realizacji wynosi około 5[s]. W tym okresie ruchu występuje jazda do przodu mobilnego robota co pokazują rys.5a,c,e, w celu osiągnięcia zadanej konfiguracji końcowej. Przy realizacji tego testu otrzymano następujące błędy stabilizacji: $|y_H - y_f| = 0.0576[m]$, $|\beta_H - \beta_f| = 0.0115[rad]$, $|x_H - x_f| = 3.3 \cdot 10^{-7}[m]$.

5. Uwagi i wnioski

W niniejszej pracy do rozwiązania zadania stabilizacji, zastosowano strukturę hierarchiczną. Na wyższym poziomie układu hierarchii wygenerowano zadaną trajektorię ruchu mobilnego robota bazując na pojęciu inwariantnej powierzchni. Metoda z zastosowaniem inwariantnej powierzchni polega na doborze takiej strategii aby układ nieholonomiczny ze stanu początkowego doprowadzić do powierzchni inwariantnej a następnie sprowadzić do stanu końcowego należącego do danej powierzchni. Wygenerowana trajektoria stanowiła zadaną trajektorie ruchu realizowaną przez odporny algorytm sterowania zrealizowany na niższym poziomie hierarchii. Poprawność rozwiązania generatora zadanej trajektorii oraz układu sterowania nadążnego w zadaniu stabilizacji została potwierdzona w badaniach symulacyjnych. Uzyskanie zadawalających wyników symulacji stwarza możliwość realizacji analizowanego zadania na obiekcie rzeczywistym.

Literatura

- [1]. Astolfi A.: Discontinuous control of nonholonomic systems, *Systems Control Lett*, 27, 1996, 37-45.
- [2]. Bloch A.M.: Stabilizability of nonholonomic control systems, *Automatica*, Vol. 28, No.2, 1992, 431-435.
- [3]. Bloch A.M., reyhanoğlu M., McClamroch N.H.: Control and stabilization of nonholonomic dynamic systems, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol.37, No.11, 1992, 1746- 1756.
- [4]. Canudas de Wit C., Sordalen O.J.: Exponential stabilization of mobile robots with nonholonomic constraints, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol.37, No.11, 1992, 1791-1797.
- [5]. Canudas de Wit C., Siciliano, B. Bastin G.: *Theory of robot control*, Springer-Verlag, 1997.
- [6]. Giergiel J., Hendzel Z., Żylski W.: Modelowanie i sterowanie mobilnych robotów kołowych, PWN, Warszawa, 2002
- [7]. Hendzel Z.: Algorytm sterowania ruchem nadążnym mobilnego robota kołowego, *Przegląd Mechaniczny*, Z. 11-12/97, 1997, 9-12.
- [8]. Hendzel Z.: Robust tracking control of wheeled mobile robot, *Archiwum Budowy Maszyn*, Vol. XLIV, Z. 1, 1997, 43-62.
- [9]. Li Z., Canny J.F.: *Nonholonomic Motion Planning*, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 1993.
- [10]. Murray R.M., Sastry S.S.: Nonholonomic motion planning: Steering using sinusoids, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol.38, 1993, 700-713.
- [11]. Pappas G.J., Kyriakopoulos K.J.: Stabilization of nonholonomic vehicles under kinematic constraints, *Int. J. Control*, vol.61, No.4, 1995, 933-947.
- [12]. Samson C.: Time-varying feedback stabilization of car-like wheeled mobile robots, *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 12, No.1, 1993, 55-64.
- [13]. Żylski W.: Kinematyka i dynamika mobilnych robotów kołowych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów, 1996
- [14]. Żylski W.: Opis ruchu mobilnego robota kołowego, *Przegląd Mechaniczny*, Z. 14/97.

Praca została zrealizowana w ramach Grantu KBN, nr 5 T07C 007 22.

Title: Stabilization of motion of a mobile wheeled robot

Artykuł recenzowany