

Jacek WESOŁOWSKI

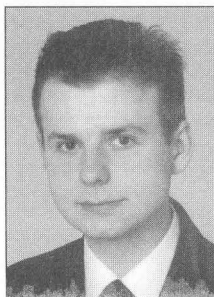
POLITECHNIKA SZCZECIŃSKA, INSTYTUT AUTOMATYKI PRZEMYSŁOWEJ

Nowa metoda określania zastępczego rzędu modelu dynamiki

mgr inż. Jacek WESOŁOWSKI

Doktorant Politechniki Szczecińskiej. Ukończył studia magisterskie z wynikiem bardzo dobrym na Wydziale Elektrycznym Politechniki Szczecińskiej. Przedstawił pracę magisterską na temat: „Metody pomiaru temperatury w przemyśle”. Prowadzi badania w specjalności modele dynamiki obiektów i ich nieparametrycznej identyfikacji.

jacekw@ps.pl



Streszczenie

W artykule zaproponowano nową nie stosowaną dotychczas metodę określania rzędu modelu dynamiki opierającą się o pomiar charakterystyki skokowej. Wprowadzono pojęcie klasy modelu oraz siatki identyfikacyjnej wzorcowej umożliwiającą dokonanie wstępnej analizy badanego obiektu. Zwrócono uwagę nie tylko na możliwość tworzenia nowych algorytmów identyfikacji, ale rozważono użyteczność metody potwierdzoną praktycznymi eksperymentami na przykładzie dynamiki modelu obiektów cieplnych, wyrażających się za pomocą transmitancji operatorowych.

Abstract

The article proposes a new method for determining the dynamics model order, which has not been applied yet; this method is based on the measurements of step characteristics. There is introduced the notion of model class and standard identification scale to enable the execution of preliminary analysis of the examined object. Emphasis is put not only on the possibility of creating new identification algorithms, but the applicability of the method has also been examined and proven by practical experiments on the basis of thermal objects.

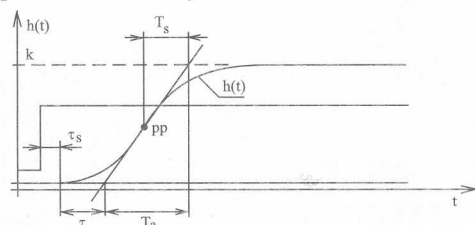
Słowa kluczowe: rząd dynamiki, identyfikacja, model dynamiki, siatki modelu

Keywords: dynamics order, identification, dynamics model, model grid

1. Wstęp

Własności dynamiczne wykazują układy fizyczne, w przypadku których występuje zjawisko magazynowania energii, która nie może zmieniać się skokowo. Związane jest to z tym, że w świetle praw fizyki, wymagałoby to nieskończenie dużych mocy. W związku z powyższym, w przypadku obiektów cieplnych ciało o pewnej temperaturze początkowej nie może skokowo zmienić swego stanu.

Przykładowe przebiegi zmiennych wyjściowych obiektów poddanych skokowej zmianie sygnału wejściowego, jakim może być skok napięcia przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Przykładowy przebieg zmiennej wyjściowej
Fig. 1. Step characteristic

Znając klasę modelu [1] można na podstawie przebiegu przejściowego wyznaczyć jego parametry stosując przykładowo model Kūpfmiera lub Strejca [2] dla dużego rzędu n . Jednakże bez przeprowadzenia dodatkowych analiz przebiegu przejściowego nie można wyciągać konkretnych wniosków na temat rzędu modelu dynamiki.

Przedstawiona w tym artykule metoda określania zastępczego rzędu modelu dynamiki bazująca na siatkach identyfikacyjnych wzorcowych i opierająca się o pomiar charakterystyki skokowej może być wykorzystana nie tylko w rozważaniach teoretycznych ale również w praktycznych eksperymentach w zastosowaniu nie tylko do obiektów cieplnych ale również innych modeli dynamiki wyrażających się za pomocą transmitancji operatorowych.

2. Siatki identyfikacyjne

Przystępując do właściwej identyfikacji modelu dynamiki obiektu niezbędne jest przeprowadzenie szeregu czynności przygotowawczych, do których należy zaliczyć określenie i stworzenie siatek identyfikacyjnych wzorcowych.

W celu stworzenia siatek identyfikacyjnych wzorcowych należy wziąć pod uwagę element inercyjny n -tego rzędu określony równaniem (1) za pomocą trzech parametrów: wzmocnienia statycznego k_m , stałej czasowej \bar{T} oraz rzędu n .

$$K(s) = \frac{k_m}{(1 + s\bar{T})^n}, \quad \bar{T} = \frac{T}{n} \quad (1)$$

Dla tak określonego modelu, stanowiącego wzorec w porównaniu z innymi modelami dynamiki można wyznaczyć wzór rekurencyjny (4) określający odpowiedź skokową w dziedzinie czasowej.

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} t^{n-1} e^{-t} dt, \quad \Gamma\left(n, \frac{t}{\bar{T}}\right) = \int_{t/\bar{T}}^{\infty} t^{n-1} e^{-t} dt \quad (2, 3)$$

$$h_n(t) = k_m \left(1 - \frac{\Gamma\left(n, \frac{t}{\bar{T}}\right)}{\Gamma(n)} \right) \quad (4)$$

Pomimo wykorzystania niepełnej funkcji Gamma (2, 3), cechą szczególną przedstawionego powyżej wzoru (4) jest jego prosta konstrukcja. Jednym ze sposobów stworzenia siatki identyfikacyjnej wzorcowej jest wykreślenie rodziny krzywych na płaszczyźnie X, Y poprzez wykorzystanie zależności (4) dla całkowitego $n = 1..5$, oraz $k_m = 1, \bar{T} = 1$, przy czym współrzędne X, Y określone są w postaci parametrycznej za pomocą pary funkcji (5, 6) tworzących algorytm identyfikacyjny.

$$X = F_1(\varphi_n(t), \varphi_n(t/a)), \quad Y = F_2(\varphi_n(t), \varphi_n(t/a)) \quad (5, 6)$$

przy czym:

$$\varphi_n(t/a) = \frac{1}{k_m} \cdot \left(h_n\left(\frac{t}{a}\right) - h_n(0) \right) \text{ gdzie: } k_m = (h_n(\infty) - h_n(0)) \quad (7)$$

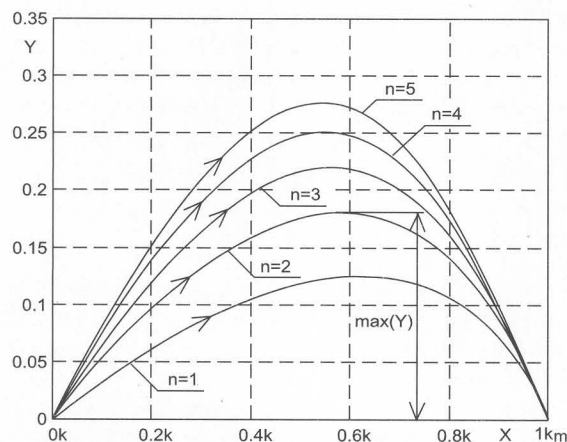
W przedstawionym artykule szczególne znaczenie ma funkcja $F_2(\cdot)$, postać której w przypadku tworzenia algorytmu identyfikacyjnego zależy w sposób istotny od rzędu dynamiki obiektu. Jednak nie oznacza to, że nie ma możliwości tworzenia par funkcji w przypadku których sposób określania rzędu obiektu jest uwarunkowany charakterem postaci funkcji $F_1(\cdot)$.

Istotne znaczenie ma również określenie wartości parametru a , który jest powiązany z ilością wykorzystanych dyskretnych wartości $h(t)$. Optymalne rozwiązanie niesie ze sobą przyjęcie $a = 2$. W przypadku wykorzystania $a > 2$ ulega zmniejszeniu liczba próbek przebiegu $h(t)$, jakie wykorzystano podczas tworzenia rzeczywistej siatki identyfikacyjnej. Aczkolwiek nie wyklucza to możliwości stosowania takiego algorytmu.

Rys. 2 przedstawia siatkę identyfikacyjną wzorcową stworzoną dla różnych wartości rzędu n , w oparciu o parę funkcji (5, 6), której szczegóły budowy określa algorytm (8, 9).

$$X = \frac{\varphi_n(t) + \varphi_n(t/2)}{2} \quad (8)$$

$$Y = \frac{\varphi_n(t) - \varphi_n(t/2)}{2} \quad (9)$$



Rys. 2. Siatka identyfikacyjna wzorcową stworzoną w oparciu o algorytm (8, 9)
Fig. 2. Identification grid created by algorithm (8, 9)

Cechą charakterystyczną przedstawionej siatki jest zbieżność rodziny krzywych dla klasy elementów inercyjnych n -tego rzędu w punktach $(0,0)$ oraz $(k_m,0)$ zwanych odpowiednio „punktem początkowym” i „końcowym” lub ogólnie „punktami krańcowymi”.

Zbieżność ta wynika z istnienia pary granic skończonych (10) dla punktu początkowego:

$$\lim_{t \rightarrow 0} (X(t)) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow 0} (Y(t)) = 0 \quad (10)$$

oraz pary granic (11) dla punktu końcowego:

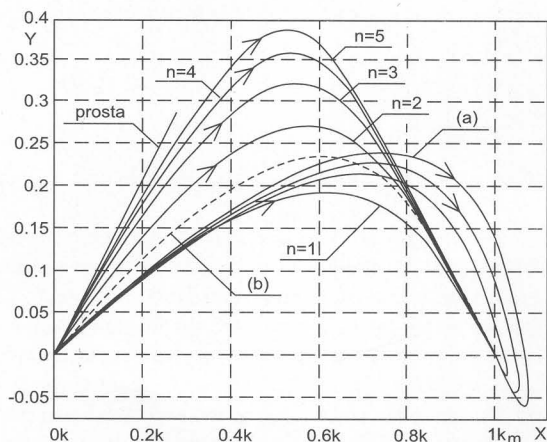
$$\lim_{t \rightarrow \infty} (X(t)) = k_m, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} (Y(t)) = 0 \quad (11)$$

Na rys. 3 przedstawiono siatkę identyfikacyjną wzorcową tego samego typu opierając się o parametr $a=3$, czyli parę funkcji określonej związkami (12, 13).

$$X = \frac{\varphi_n(t) + \varphi_n(t/3)}{2} \quad (12)$$

$$Y = \frac{\varphi_n(t) - \varphi_n(t/3)}{2} \quad (13)$$

Pomimo wprowadzenia modyfikacji, rozważana rodzina krzywych zachowuje w punktach krańcowych te same wartości.



Rys. 3. Siatka identyfikacyjna wzorcową stworzoną w oparciu o algorytm (12, 13)
Fig. 3. Identification grid created by algorithm (12, 13)

Istnieje również możliwość tworzenia siatek identyfikacyjnych wzorcowych opierających się o inaczej zdefiniowane współrzędne X, Y , przykładowo określone równaniami (8, 14).

$$Y = \frac{\varphi_n^2(t) - \varphi_n^2(t/2)}{2} \quad (14)$$

Na podstawie powyżej przedstawionych siatek identyfikacyjnych reprezentujących dwa różne katalogi można wyróżnić krzywą (a) przedstawiającą obiekt minimalnofazowy postaci (15):

$$K(s) = \frac{k_m(1 + sT_3)}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)} \quad (15)$$

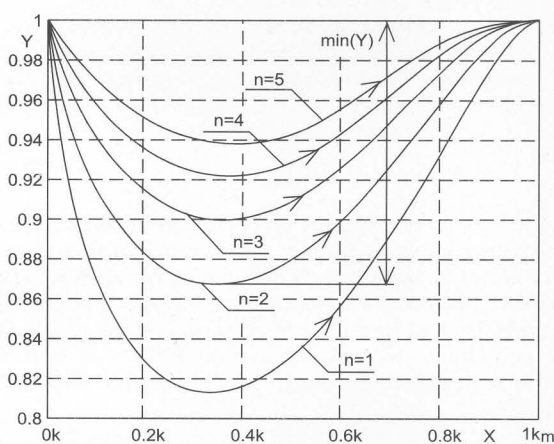
Rodzina krzywych dla danej klasy obiektów (15) w przypadku spełnienia warunku (16) nigdy nie przetnie krzywej wykreślonej dla elementu inercyjnego pierwszego rzędu, przecinając pozostałe krzywe.

$$T_3 > \max\{T_1, T_2\} \quad (16)$$

Powyższe rozumowanie umożliwia wyodrębnienie spośród rozważanych elementów wieloinercyjnych nowej klasy obiektów, którymi w niniejszym artykule nie będziemy się zajmować w odróżnieniu od przypadków dla których warunek (16) nie jest spełniony, co ilustruje krzywa (b).

Rys. 4 przedstawia siatkę identyfikacyjną wzorcową bazującą na algorytmie (8, 17).

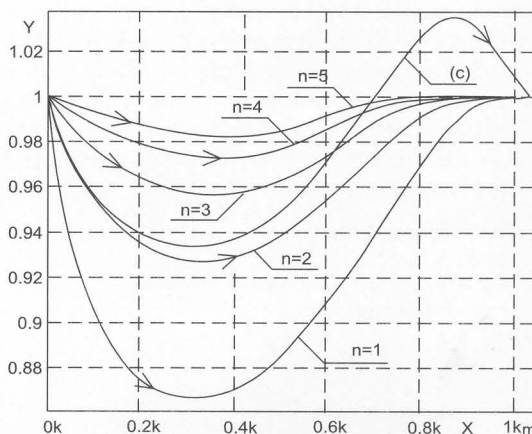
$$Y = \varphi_n(t)^{\varphi_n(t/2)} \quad (17)$$



Rys. 4. Siatka identyfikacyjna wzorcową stworzoną w oparciu o algorytm (8, 17)
Fig. 4. Identification grid created by algorithm (8, 17)

Dla tak stworzonego algorytmu zmodyfikowano postać pary funkcji o parametr $a=3$ określonej równaniami (12, 18), której rodzinę krzywych dla kolejnych rzędów inercji przedstawiono na rys. 5.

$$Y = \varphi_n(t)^{\varphi_n(t/3)} \quad (18)$$



Rys. 5. Siatka identyfikacyjna wzorcową stworzoną w oparciu o algorytm (12, 18)
Fig. 5. Identification grid created by algorithm (12, 18)

Rozważając przytoczoną siatkę wzorcową można stwierdzić, że krzywą (c) oznaczono klasę obiektów o charakterze minimalnofazowym rzędu wyższego niż krzywą (b).

Dodatkowo analizując przedstawione siatki identyfikacyjne wzorcowe można wysunąć wniosek, że wraz ze zwiększeniem wartości

parametru a rodzina krzywych przedstawiona na rys. 3 w porównaniu z krzywymi przedstawionymi na rys. 2 zarówno w początkowej fazie wykresu jak i końcowej nabiera charakteru funkcji zbliżonej do linii prostej. Zjawisko to w mniejszym stopniu wpływa na charakter rodziny krzywych pokazanych na rys. 6, co ma istotne znaczenie przy identyfikacji rzędu modelu dynamiki obiektu na podstawie początkowej fazy wykresu.

3. Zastępczy rząd dynamiki

Wiele powszechnie stosowanych metod określania rzędu modelu dynamiki obiektu opiera się o wykorzystanie wzorów przy obliczaniu których niezbędne jest podanie czasu t_p , po którym przebieg przejściowy osiąga punkt przegięcia, przykładowo określonej zależności (19) [3]:

$$n = 1 + 2\pi \left(\frac{t_p}{T_a} \right)^2 \quad (19)$$

Obecność zakłóceń mających wpływ na dokładność odpowiedzi skokowej uniemożliwia uzyskanie rzeczywistej wartości rzędu modelu dynamiki poprzez wykorzystanie zależności (19). Powyższa sytuacja może zaistnieć w przypadkach gdy obecność zakłóceń w otoczeniu punktu przegięcia charakterystyki skokowej jest na tyle duża że nie da się dokładnie wyznaczyć wartości czasu t_p , czyli czasu po jakim odpowiedź skokowa osiąga punkt przegięcia. Ponadto niewielka zmiana wartości współczynnika kierunkowego stycznej wykreślonej w punkcie przegięcia do charakterystyki skokowej, może wpływać również na otrzymaną wartość stałej czasowej T_a , co w konsekwencji prowadzi do znacznych różnic pomiędzy rzeczywistym rzędem modelu dynamiki a otrzymanym poprzez wykorzystanie wzoru (19).

Dobre rezultaty można uzyskać w przypadku wykorzystania metody określonej w pracach [4, 5] polegającej na pomiarze dwóch krańcowych wartości argumentów otoczenia punktu w którym przecinają się wszystkie krzywe dla modeli kolejnych rzędów, określonej związkami (20):

$$n \equiv \frac{\pi}{2} \left(\frac{D \cdot t_k}{k \cdot t_1} \right)^2 \phi_3(n) \quad (20)$$

Ponieważ zależność (20) została stworzona dla klasy modeli Strejca, więc dokładną wartość rzędu można uzyskać tylko dla tego typu modeli. Jeżeli identyfikacji podlega klasa modeli wieloinercyjnych o różnych stałych czasowych wówczas nie uzyska się na podstawie wzoru (20) wartości dokładnej.

W porównaniu z zacytowanymi dwiema metodami, zaletą przedstawionej metody jest możliwość uzyskania informacji o rzeczywistym rzędzie modelu dynamiki już w początkowej fazie przebiegu krzywej wykreślonej na tle siatki wzorcowej, potwierdzając założenia postawione w pracy [6].

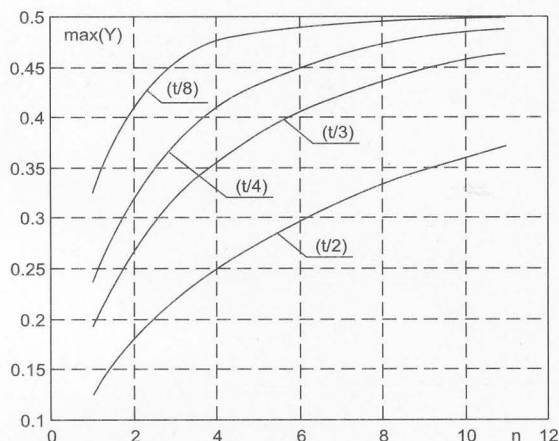
Wychodząc z założenia, że dany jest model opisany transmitancją (1) w przypadku wystąpienia niecałkowitego rzędu inercji n , można przekształcić go do postaci (21) [7]:

$$K(s) = \frac{k_m e^{-s\tau}}{(1+sT)^n} \quad (21)$$

Wówczas rząd inercji zaokrąglić należy do wartości całkowitej, natomiast opóźnienie czasowe wyraża się jako moduł różnicy pomiędzy iloczynem wartości stałej czasowej \bar{T} i nie zaokrąglonym rzędem inercji a iloczynem wartości tej stałej czasowej i rzędem zaokrąglonym (22).

$$\tau = |\bar{T} \cdot n - \bar{T} \cdot n_{zaokr.}| \quad (22)$$

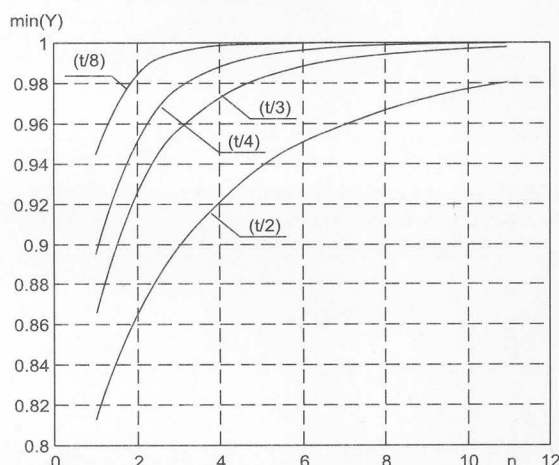
W drodze porównania przebiegu krzywej badanego obiektu z siatką identyfikacyjną wzorcową znając maksimum badanej krzywej odczytuje się na podstawie rys. 6 wartość rzeczywistą rzędu.



Rys. 6. Aproxymacja maksimów w oparciu o siatkę z rys. 2 i 3 dla różnego parametru a

Fig. 6. Approximation of maxima based on grid from fig. 2 and 3 for different parameter a

W zależności od obranego typu siatki wzorcowej rozumowanie powyższe można przeprowadzić przyjmując za kryterium minimum wartości funkcji określonej wzorem (17), co ilustruje rys. 7.



Rys. 7. Aproxymacja minimów w oparciu o siatkę z rys. 4 i 5 dla różnego parametru a

Fig. 7. Approximation of minima based on grid from fig. 4 and 5 for different parameter a

Z analizy przytoczonych charakterystyk wynika, że tworzenie siatek wzorcowych dla dużych wartości parametru a jest niewskazane. Związane jest to nie tylko z możliwością niewykorzystania maksymalnej liczby dostępnych dyskretnych wartości przebiegu $h(t)$, ale również zawężeniem różnicy pomiędzy wartością minimalną a maksymalną dla danego wielomianu aproksymacyjnego, utrudniając tym samym identyfikację.

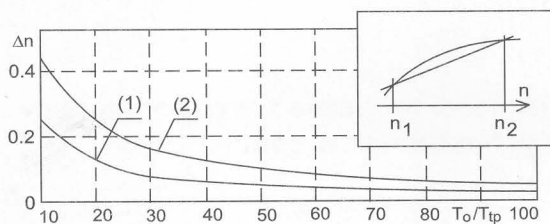
4. Eksperymenty rzeczywiste

W celu przedstawienia idei metody oraz pokazania jej praktycznego zastosowania wykonano eksperyment polegający na określeniu modelu i zbadaniu dynamiki lutownicy, przedstawionej odpowiednio na rys. 8a i 8b.

Podając na wejście skok napięcia zdjęto charakterystyki skokowe przedstawione na rys. 9 dla lutownicy (a) i (b) z dokładnością do 1°C oraz czasem próbkowania wynoszącym odpowiednio 5 s i 10 s. Wykorzystano termoparę typu K bez osłony, która ma charakter inercji 1 rzędu o bardzo małej stałej czasowej.

Wyniki eksperymentu przedstawiają rys. 10, 11 na podstawie których zauważyć można niewielki wpływ zakłóceń ulegający wzrostowi w końcowej fazie wykresu, co może być związane z wykonaniem pomiarów o niezbyt dużej dokładności. Podczas praktycznej realizacji zdejmowania charakterystyki skokowej wpływ zakłóceń był pomijalnie mały.

identyfikacyjnych wzorcowych stworzonych w oparciu o algorytmy (8, 9) i (8, 17) przyrost wartości rzędu Δn badanego układu w zależności od stosunku stałych czasowych obiektu T_o i termopary T_p w warunkach idealnych.



Rys. 13. Przyrost wartości rzędu Δn badanego układu w zależności od stosunku stałych czasowych obiektu T_o i termopary T_p w warunkach idealnych

Fig. 13. Increase of order value studied objects in dependence from relation T_o constant and T_p constant in ideal conditions

Różnica wartości Δn krzywych (1) oraz (2) dla przypadku wykorzystania odpowiednich siatek wynika z przyjętej aproksymacji za pomocą regresji liniowej odpowiednio maksimum lub minimum charakterystyk stanowiących funkcję nieliniową przedstawioną na rys. 6 oraz 7, dla dwóch kolejnych całkowitych wartości n_1 i n_2 .

Stała czasowa termopary w porównaniu ze stałą czasową obiektu była na tyle mała, że podczas badań uznano ją za czujnik idealny. Postępowanie powyższe jest uzasadnione, i można tłumaczyć następująco: wpływ zakłóceń mających wpływ na rzeczywisty przebieg krzywej identyfikacyjnej badanych lutownic, a tym samym otrzymaną wartość rzędu rzeczywistego n był większy od teoretycznie przewidywanej wartości przyrostu Δn mającego wpływ na otrzymane wyniki w przypadku pominięcia stałej czasowej termopary.

5. Podsumowanie

Do badań i określania rzędu modelu dynamiki mogą być stosowane uniwersalne programy przeznaczone do obliczeń matematycznych. Ze względu na łatwość tworzenia siatek identyfikacyjnych wzorcowych oraz dokonywania analiz i symulacji autor proponuje wykorzystanie pakietu MatLab.

Dokładniejsza analiza siatek identyfikacyjnych przedstawionych na rys. 10 i 11 wykazuje, że w początkowej fazie przebiegu krzywych (a) i (b) wpływ zakłóceń w porównaniu z końcową fazą tych samych krzywych był nieznaczny. Związane jest to z większą wrażliwością badanego układu na czynniki zewnętrzne, wśród których dominujące znaczenie mają wahania temperatury w końcowej części

przebiegu przejściowego $h(t)$. Powyższe stwierdzenie jest dość istotne, bowiem w wielu przypadkach identyfikacji znaczącą rolę odgrywa początkowy przebieg badanej krzywej.

W związku z powyższym główną zaletą przedstawionej metody jest nie tylko możliwość określenia rzeczywistego rzędu modelu dynamiki już w początkowej fazie wykresu bez konieczności wyznaczenia stycznej w punkcie przegięcia charakterystyki skokowej, ale również wyróżnienia nowych klas dynamiki obiektów.

Dodatkową zaletą zaprezentowanej metody jest w wielu przypadkach brak konieczności odnoszenia charakterystyk do stanu ustalonego, bowiem takie cechy siatek jak kąt nachylenia ich początkowej fazy, stosunek Y/X w punkcie ekstremum od wzmocnienia transmitancji k_m są niezależne. Jednakże dysponując całkowitym przebiegiem charakterystyki o dostatecznie małym czasie próbkowania można wnioskować na podstawie krzywych identyfikacyjnych nie tylko o rzędzie modelu dynamiki, ale również o innych cechach szczególnych rozważając je na płaszczyźnie X-Y, której wykres nie zależy od skali czasu.

Nie bez znaczenia jest również ilość wykorzystanych dyskretnych próbek wartości przebiegu sygnału mierzonego, umożliwiając dokładniejszą wstępną analizę badanego obiektu, jak i prawidłowe określenie wartości czasu opóźnienia sprzętowego τ_s , którego wartość podczas wykreślania krzywej identyfikacyjnej należy pominąć, ale należy uwzględnić podczas badań.

Literatura

- [1] Eykhoff P.: „System Identification. Parameter and State Estimation”, J. Wiley&Sons Ltd. 1974,
- [2] Thomas Y. P de Larminat: „Automatyka - układy liniowe”, WNT Warszawa 1983,
- [3] Skoczowski S.: „Proste modele obiektów elektrotermicznych dla regulacji temperatury”, Rozprawy elektrotechniczne 1987
- [4] Żuchowski A.: „Wyznaczenie parametrów rozszerzonego modelu Strejca w oparciu o pomiar charakterystyki skokowej”, PAK, Warszawa 2000, nr 7,
- [5] Żuchowski A.: „O pewnej metodzie wyznaczania parametrów modelu Strejca”, PAK, Warszawa 1993, nr 2
- [6] Skoczowski S., „Identyfikacja praktyczna modeli transmitancyjnych na podstawie początkowej fazy odpowiedzi skokowej”. Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji, Warszawa 1995, nr 1
- [7] Papliński J. P.: „Wykorzystanie modelu Strejca dla tworzenia pochodnych modeli dynamiki liniowych obiektów”. Rozprawa doktorska, Szczecin 1996

Title: A new method for determining the equivalent order for the model of dynamics

Artykuł recenzowany

NOWE OBNIŻONE CENY REKLAM W PAK-u CENNIK PUBLIKACJI PŁATNYCH na I półrocze 2004 roku

REKLAMA	Czarno-biała	Kolorowa
*) I okładka	-----	2500 zł
II okładka	-----	2000 zł
III okładka	-----	1900 zł
IV okładka	-----	2300 zł
1 strona (175x225 mm)	900 zł	1350 zł
½ strony (175x125 mm) - pozioma	500 zł	750 zł
½ strony (85x225 mm) - pionowa	500 zł	750 zł
¼ strony (85x125 mm)	300 zł	450 zł
***) ⅛ strony (85x60 mm) - pozioma	200 zł	300 zł
*) dodatkowa informacja na okładce wg uzgodnień	**) tylko wg indywidualnych uzgodnień	

STAŁE WKŁADKI

tematyczne lub firmowe, wydrukowane przez zleceniodawcę

- 1-kartkowe (2-stronicowe) - 1500 zł
- 2-kartkowe (4-stronicowe) - 2200 zł
- wielokartkowe (do 12 stron) - 4000 zł (cena do negocjacji)

ARTYKUŁY TECHNICZNO-INFORMACYJNE

Adresowane do specjalistów na poziomie inżynierskim

1 strona PAK-u - 800 zł (+50% kolor)

Cena do uzgodnienia w zależności od liczby stron i sponsorowanego tematu

Do wszystkich cen doliczamy podatek VAT 22%