

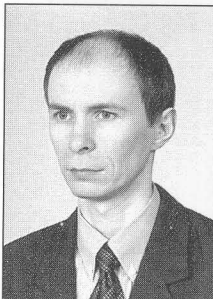
Artur WOLLEK

ZAKŁAD METROLOGII, INSTYTUT AUTOMATYKI PRZEMYSŁOWEJ, POLITECHNIKA SZCZECIŃSKA

Metoda usuwania strat próbek podczas filtracji wagowej sygnałów pomiarowych

Dr inż. Artur WOLLEK

Ukończył studia na kierunku Elektronika na Politechnice Szczecińskiej. Tytuł doktora uzyskał w roku 2000. Pracuje w Zakładzie Metrologii Instytutu Automatyki Przemysłowej na Politechnice Szczecińskiej na stanowisku adiunkta. Zajmuje się przetwarzaniem sygnałów pomiarowych i systemami pomiarowymi.



Streszczenie

Filtracja wagowa jest jedną z metod ograniczania zakłóceń sygnałów dyskretnych. Jakość filtracji rośnie wraz z szerokością okna wagi. Skutkiem ubocznym filtracji wagowej jest utrata pewnej liczby próbek w stosunku do sygnału wejściowego. Wiąże się ona z samą ideą filtracji wagowej i jest tym większa im szersze jest okno wagi. Może to powodować znaczną utratę informacji o sygnale pomiarowym. Powstaje więc konflikt pomiędzy jakością filtracji, a liczbą traconych próbek sygnału. Proponowane przez autora podejście pozwala na ograniczenie strat liczby próbek w wyniku filtracji wagowej, a tym samym na uniknięcie wspomnianego wcześniej konfliktu.

Abstract

The weight filtration is one of methods which can remove noises from measure signals. The matter consist in multiply discrete samples by the weight function called weight window and summation obtained quotients along all width of the weight window. The quality of the filtration is growing with the width of the weight window, but with the larger window the number of the usable samples is going down rapidly. Those two conditions are in opposition to each other. The author's resolve give the permission to make the weight filtration loss less.

Słowa kluczowe: filtracja wagowa, funkcja wagi, okno wagi

Keywords: weight filtration, weight function, weight window

1. Wstęp

Filtracja wagowa jest jedną z metod ograniczania zakłóceń występujących w sygnałach dyskretnych, w tym także pomiarowych. W porównaniu z cyfrowymi filtrami FIR (*ang. Finite Impulse Response*) lub IIR (*ang. Infinite Impulse Response*) jest ona prostsza, gdyż nie wymaga dodatkowych przekształceń sygnału w dziedzinie częstotliwości (np. Laplace'a lub Z [1]) i odwrotnych do nich, co ma miejsce w filtrach FIR i IIR [2]. Operację filtracji wagowej wykonuje się bezpośrednio na sygnale dyskretnym w dziedzinie czasu, mnożąc wartości odpowiednich próbek przez funkcję wagi (zwaną też *oknem wagowym*), a następnie sumując uzyskane iloczyny w całej długości okna. Cechą charakterystyczną funkcji wagi jest to aby suma jej składników była równa jedności [3]:

$$\sum_{i=-k}^{+k} w_i = 1 \quad (1)$$

W praktyce liczba funkcji wagi jest nieograniczona. Funkcje wagi mogą być kształtowane dowolnie w zależności od pomysłowości projektanta. Jedynym ograniczeniem jest spełnienie przez nie warunku (1).

Filtr wagowy jest filtrem dolnoprzepustowym o nieostrej częstotliwości granicznej. Jakość filtracji rośnie wraz z szerokością okna funkcji wagi [4].

2. Problematyka utraty liczby próbek wskutek filtracji wagowej

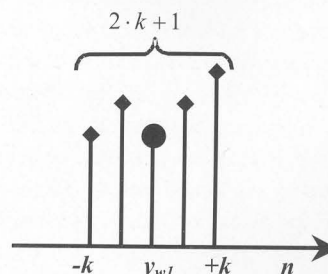
W przypadku, gdy liczba próbek L zarejestrowanego dyskretnego sygnału pomiarowego jest dużo większa od liczby próbek N ($L \gg N$) sygnału y_w (zwanego dalej sygnałem wejściowym filtracji), filtrację wagową można przedstawić zależnością:

$$y_{fj} = \sum_{i=-k}^k w_i \cdot y_{w_{i+j}} \quad \text{dla } j = 1, \dots, N \quad (2)$$

gdzie:

- $y_{w_{i+1}}$ - sygnał wejściowy filtracji,
- y_{fj} - sygnał odfiltrowany,
- w_i - funkcja (okno) wagi,
- k - parametr szerokości okna wagi (szerokość okna wynosi $2k+1$),
- N - liczba próbek sygnału pomiarowego poddanego filtracji.

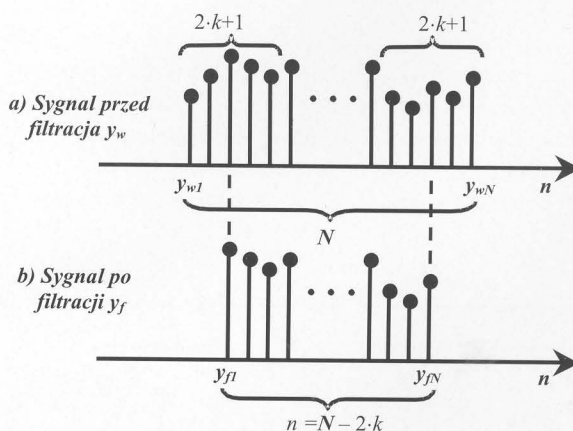
Funkcja wagi w_i jest oknem o szerokości przedziału $2k+1$ i jest funkcją symetryczną względem punktu środkowego okna. Wynika stąd, że w celu otrzymania wartości pierwszego odfiltrowanego punktu y_{f1} wykorzystuje się k poprzednich jak i k następných



Rys. 1. Ilustracja procesu filtracji wagowej

próbek wokół punktu y_{w1} tak jak to pokazano na rys.1.

Podobna sytuacja będzie miała miejsce w przypadku ostatniego odfiltrowanego punktu sygnału pomiarowego y_{fN} . Efektem tego



Rys. 2. Wpływ filtracji wagowej na liczbę próbek n

jest utrata pierwszych i ostatnich k próbek sygnału y_w , tak jak to pokazano na rys.2.

A zatem jeżeli poddany filtracji dyskretny sygnał pomiarowy y_w ma N próbek, a szerokość okna wagi wynosi $2k+1$ to na wyjściu filtru wagowego otrzymuje się liczbę próbek:

$$n = N - 2k \quad (3)$$

W związku z tym w przypadku gdy liczba N próbek sygnału wejściowego filtracji y_w jest równa liczbie L próbek sygnału zarejestrowanego podczas próbkowania ($N = L$), zależność (2) poddana jest ograniczeniu do postaci:

$$y_{fj} = \sum_{i=-k}^k w_i \cdot y_{w_{i+j}} \quad \text{dla } j = k+1, \dots, N-1 \quad (4)$$

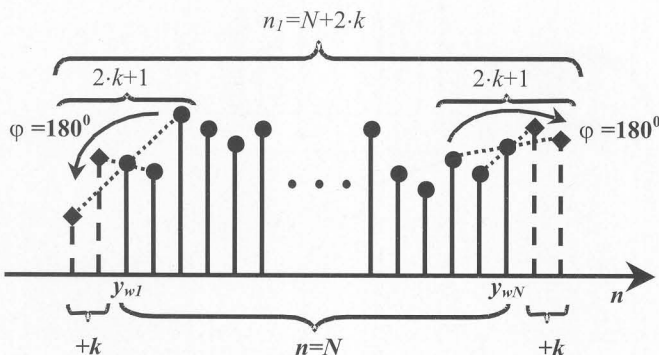
Można zatem stwierdzić, że jedną z cech filtracji wagowej w wykonaniu klasycznym, wynikającą z jej idei, jest utrata liczby $2 \cdot k$ próbek w stosunku do liczby N próbek sygnału przed filtracją. Może to być przyczyną utraty części informacji niesionej przez sygnał pomiarowy, tym większą im szersze jest okno wagi. Prowadzi to do konfliktu, w którym jakość filtracji rośnie wraz z szerokością okna wagi, natomiast liczba n próbek sygnału dostępnych po filtracji maleje.

Nie stanowi to problemu w przypadku gdy dysponuje się odpowiednio dużą liczbą próbek w stosunku do szerokości okna funkcji wagi i gdy utrata $2 \cdot k$ próbek nie wywołuje znaczącego ubytku informacji o sygnale pomiarowym. Gdy warunek ten nie jest spełniony wyjściem z sytuacji może być zwiększenie liczby próbek poprzez zwiększenie częstotliwości próbkowania lub zagęszczenie próbek poprzez interpolację [5]. Innym rozwiązaniem może być wydłużenie czasu rejestracji sygnału, czyli *próbkowanie z nadmiarem*. Polega ono na rozpoczęciu próbkowania sygnału k próbek przed początkiem właściwego sygnału pomiarowego i zakończeniu po pobraniu k próbek więcej po nim. Konsekwencją tego jest wstępne zwiększenie liczby próbek do $n_I = N + 2 \cdot k$. Rozwiązania te na ogół możliwe są do realizacji w przypadku sygnałów periodycznych lub gdy w kręgu zainteresowania operatora wykonującego pomiary leży tylko ograniczony fragment sygnału aperiodycznego. Problemy pojawiają się w przypadku, gdy próbkowany sygnał jest sygnałem o skończonym czasie trwania, a filtracji poddawany jest cały sygnał. Ponadto powyższe zabiegi wymagają dużej wiedzy apriorycznej o próbkowanym sygnale w celu dobrania optymalnych parametrów próbkowania i filtracji sygnału [6,7].

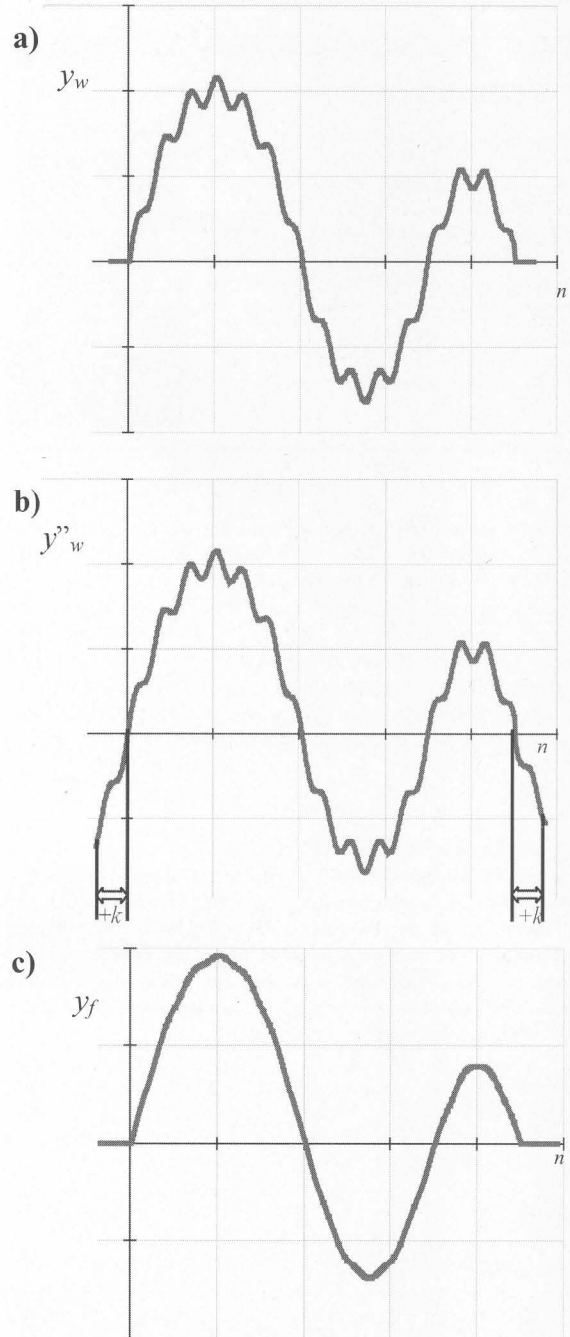
3. Propozycja rozwiązania problemu utraty próbek w filtracji wagowej

Jak już wspomniano wcześniej w ujęciu klasycznym filtracji wagowej (zgodnie z rys.2), w celu wyznaczenia wartości pierwszej próbki y_{f1} , konieczna jest znajomość k poprzednich próbek, a dla wyznaczenia wartości ostatniej próbki y_{fN} , k próbek następných. Zatem wyznaczenie sygnału odfiltrowanego w całości wymagało by znajomości o $2 \cdot k$ próbek więcej niż wynosi liczba próbek sygnału wejściowego y_w .

Propozycja autora sprowadza się do rozszerzenia, w wyniku ope-



Rys. 3. Idea wstępnego zwiększania liczby próbek przed filtracją wagową według propozycji autora



Rys.4. Wyniki symulacji metody wstępnego zwiększania liczby próbek przed filtracją według propozycji autora

racji matematycznych, wejściowego sygnału pomiarowego y_w o $2 \cdot k$ próbek (odpowiednio k próbek przed początkiem i k próbek po zakończeniu sygnału). Następuje to poprzez symetrię przez obrót o kąt $\varphi = 180^\circ$, k próbek względem pierwszego (y_{f1}) i k próbek względem ostatniego (y_{fN}) punktu zarejestrowanego zbioru N próbek wejściowego sygnału pomiarowego y_w . Powyższą sytuację pokazano na rys.3.

Wartości próbek dodanych określa się następująco:

- dla początku sygnału:

$$y''_{w-I} = y_{wI} - y_{wI} + y_{wI} = 2 \cdot y_{wI} - y_{wI} \quad (5)$$

- dla końca sygnału:

$$y''_{wN+i} = y_{wN} - y_{wN-i} + y_{wN} = 2 \cdot y_{wN} - y_{wN-i} \quad (6)$$

W efekcie wykonania takiej operacji otrzymuje się wstępną liczbę $n_I = N + 2 \cdot k$ próbek wejściowego sygnału pomiarowego y''_w . Ostatnią czynnością przed filtracją jest uporządkowanie in-

deksów próbek w nowo otrzymanym zbiorze wartości próbek sygnału wejściowego y''_w .

Na tak rozszerzonym sygnale y''_w wykonywana jest operacja filtracji wagowej, po której zgodnie z przedstawionymi wcześniej jej własnościami otrzymuje się ostatecznie liczbę próbek wynoszącą:

$$n = n_I - 2 \cdot k = (N + 2 \cdot k) - 2 \cdot k = N \quad (7)$$

Poniżej na rys.4 pokazano działanie zaproponowanej przez autora metody w warunkach symulacji. W prezentowanym przykładzie symulowany sygnał pomiarowy y_w (rys.4a) jest sygnałem zakłóconym harmoniczną o amplitudzie równej około 4% wartości maksymalnej sygnału niezakłóconego. Na rys.4b pokazano sygnał y''_w rozszerzony o liczbę $2 \cdot k = 30$ próbek (odpowiednio po $k=15$ próbek na początku i na końcu sygnału). Na rys.4c pokazano sygnał y_f po odfiltrowaniu zakłóceń za pomocą filtru wagowego z oknem prostokątnym określonym wyrażeniem:

$$w_i = \frac{1}{2 \cdot k + 1} \quad (8)$$

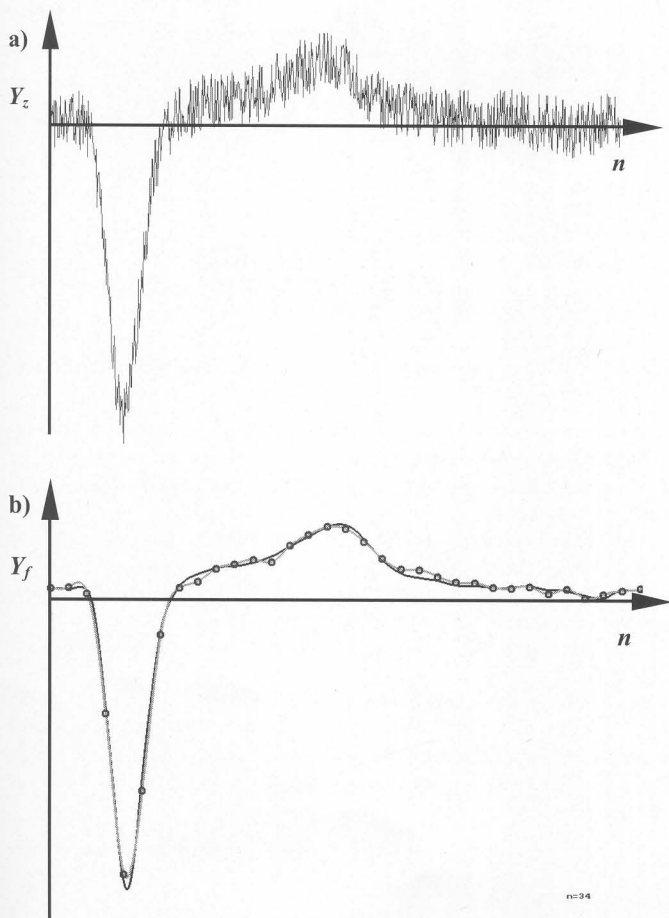
gdzie:

- $2 \cdot k + 1$ - szerokość okna wagi.

W prezentowanym przykładzie szerokość okna wagi wynosiła $2 \cdot k + 1 = 31$ próbek.

4. Praktyczne wykorzystanie proponowanej metody

Przykładem praktycznego wykorzystania filtracji wagowej i zaproponowanego rozwiązania dotyczącego zwiększenia liczby



Rys. 5. Zastosowanie filtracji wagowej z oknem prostokątnym do ustalenia położenia węzłów aproksymacji splajnowej trzeciego stopnia [7,8]

próbek mogą być badania przeprowadzone przez autora dotyczące filtracji-aproksymacji [6] zakłóconych sygnałów pomiarowych [7,8]. W tym przypadku filtracja stanowiła podstawę do określenia położenia węzłów aproksymacji splajnowej trzeciego stopnia. Analiza przeprowadzonych symulacji i porównań filtracji IIR, FIR oraz wagowej była bezpośrednią przyczyną wybrania, jako optymalnej, filtracji wagowej z oknem prostokątnym opisanym zależnością (8).

Wybrany fragment wyników badań przedstawiono na rys. 5.

Na rys. 5a przedstawiono sygnał pomiarowy zakłócony szumem losowym o rozkładzie jednostajnym i amplitudzie zakłóceń wynoszącej 10% znormalizowanej wartości amplitudy sygnału pomiarowego. Rys. 5b przedstawia węzły aproksymacji (zaznaczone okręgami) uzyskane w wyniku filtracji wagowej sygnału z rys. 5a.

5. Podsumowanie

Wyniki badań, przeprowadzonych zarówno w warunkach symulacji jak i dla sygnałów rzeczywistych [7,8], potwierdziły przydatność zaproponowanej przez autora metody zwiększania liczby próbek sygnału do filtracji wagowej zakłóconych sygnałów pomiarowych. Dzięki temu możliwe jest uniknięcie konfliktu pomiędzy jakością filtracji rosnącą wraz z szerokością okna wagi, a liczbą próbek traconych w wyniku tejże filtracji.

6. Literatura

- [1] R. King: Digital filtering in one and two dimensions: design and application, Plenum, New York 1989
- [2] L.B. Jackson: Digital Filters and Signal Processing, Second Edition, Kluwer Academic Publishers, 1998
- [3] PM3323 Philips digital oscilloscope, User manual
- [4] A. Wojtkiewicz: Elementy syntezy filtrów cyfrowych, WNT, Warszawa 1984
- [5] A. Wollek: Zastosowanie interpolacji funkcją sklejaną trzeciego stopnia w procesach odtwarzania sygnałów pomiarowych, Systemy pomiarowe w badaniach naukowych i w przemyśle: materiały konferencyjne SP'96, Instytut Metrologii Elektrycznej WSI w Zielonej Górze, Zielona Góra 1996, s.245 - 250
- [6] A. Wollek, S. Kubisa: Reproduction of measured signals. A new approach, Methods and models in automation and robotics - MMAR'95: proceedings of the 2nd International Symposium on ... Institute of Control Engineering Technical University of Szczecin. Międzyzdroje, Poland, 30 August - 2 September 1995. Szczecin 1995, Vol.1. s.335 - 338
- [7] A. Wollek: Wiedza aprioryczna w procedurze odtwarzania sygnałów pomiarowych opartych o filtrację-aproksymację, rozprawa doktorska, Szczecin 1999
- [8] A. Wollek: Wykorzystanie wiedzy apriorycznej w procedurze filtracji-aproksymacji zakłóconego sygnału pomiarowego, XXXII Międzyuczelniana Konferencja Metrologów MKM'2000, Rzeszów-Jawor

Title: Problem of the loss the number of samples during a weight filtration of the measured signals

Artykuł recenzowany

Szanowni Czytelnicy.

W zeszycie nr 4/2004 na stronie 2 zakradł się błąd. W tekście „Od Redakcji” błędnie opublikowano informację o wspomnieniu prof. Kazimierza Kopeckiego. Prawidłowy tekst powinien brzmieć „W bieżącym zeszycie na stronie 3 publikujemy wspomnienie o prof. Stanisławie Trzetrzewińskim.

Przepraszamy za pomyłkę.

Redakcja