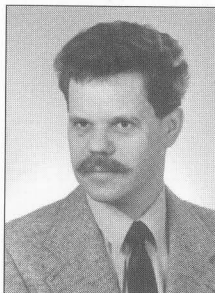


Andrzej CELLARY

POLITECHNIKA POZNAŃSKA, INSTYTUT TECHNOLOGII MECHANICZNEJ, ZAKŁAD METROLOGII I SYSTEMÓW POMIAROWYCH

Uprozczone metody pomiaru błędów kształtu przedmiotów statystycznie powtarzalnych

Dr inż. Andrzej CELLARY



Absolwent Wydziału Budowy Maszyn Politechniki Poznańskiej z roku 1977. W 1987 roku uzyskał tytuł doktora nauk technicznych ze specjalności Metrologia Techniczna. Absolwent Studium Pedagogicznego przy Politechnice Poznańskiej oraz Matematycznego Studium Teorii Niezawodności. Adiunkt w Zakładzie Metrologii i Systemów Pomiarowych Politechniki Poznańskiej. Zainteresowania naukowe to Metrologia Wielkości Geometrycznych ze szczególnym uwzględnieniem pomiarów odchyłek kształtu i topografii powierzchni oraz pomiarów pneumatycznych. Autor ponad 70 publikacji z dziedziny Metrologii Długości i Kąta wydanych w Polsce i za granicą. Uczestniczy w pracach normalizacyjnych PKN. Jest członkiem Sekcji Metrologii w Inżynierii Jakości i Diagnostyce Komitetu Metrologii i Aparatury Naukowej PAN.

andrzej.cellary@put.poznan.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono wielopunktowe metody pomiaru błędów kształtu. Polegają one na pomiarze odchyłek kształtu powierzchni przedmiotu w niewielkiej liczbie wybranych punktów równomiernie na niej rozmieszczonych i obliczeniu na ich podstawie wartości odchyłki kształtu. Można to wykonać dwójako, albo wybierając do obliczeń albo 2, 4 lub 6 punktów, albo interpolować profil rzeczywisty korzystając ze wszystkich punktów. Przedmioty nadające się do takich pomiarów, produkowane są seryjnie lub masowo w ustabilizowanych procesach technologicznych i mają charakterystyczne dla tych procesów kształty, powtarzalne w ujęciu statystycznym. Metody wielopunktowe są statyczne i mogą znaleźć zastosowanie w urządzeniach zmechanizowanych i automatach kontrolno-sortujących oraz jako oprogramowanie uzupełniać pomiary wykonywane na maszynach współrzędnościowych. Zasadniczym elementem jest właściwy dobór liczby punktów pomiarowych. Przyjmując jako podstawę błąd pomiaru odchyłki kształtu równy 10% uzyskano zależności pomiędzy liczbą podziałów odcinka pomiarowego a parametrem gładkości profilu kształtu dla okrągłości i prostoliniowości.

Abstract

Multipoint methods of form errors measurement have been described. They consist in measurement of form deviations of a workpiece in a few uniformly distributed selected points and in subsequent calculation of form deviation values. Two approaches are usually applied: selection of 2, 4 or 6 points or interpolation of real profile using all the points. Workpieces suitable for multipoint methods are lot/mass fabricated, using stable technologies and possess statistically repeatable, characteristic forms. Multipoint methods are static and can be exploited on mechanised devices, controlling/sorting automates and as software complementing measurements performed on coordinate machines. The essential point is the proper choice of a number of measuring points. Assuming as a base 10% form deviation error a relation has been obtained between a number of divisions of gauge length and a parameter of form smoothness for roundness and straightness measurement.

Słowa kluczowe: pomiary prostoliniowości, pomiary okrągłości, maszyny współrzędnościowe

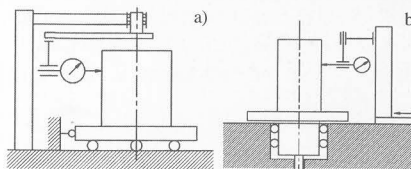
Keywords: straightness/roundness measurement, coordinate machine

1. Wprowadzenie

Dynamiczny rozwój techniki wymaga wykonywania wyrobów o wysokiej jakości. W celu jej uzyskania konieczne jest kontrolowanie przebiegu technologicznego tak, aby uzyskać minimalizację różnego rodzaju odchyłek wytwarzanych części maszyn. Wśród tych odchyłek ważne miejsce zajmują odchyłki kształtu i położenia, z których w przypadku elementów walcowych, najistotniejsze są odchyłki bicia, okrągłości i prostoliniowości. Występowanie ich ma szczególnie negatywny wpływ na dalszy proces obróbczy, utrudnia mon-

taż i obniża własności funkcjonalne gotowych wyrobów, zmniejszając ich trwałość, powodując nieszczelności i zmienne opory ruchu.

Wykonanie klasycznych pomiarów odchyłek okrągłości i prostoliniowości jest trudne ze względu na konieczność dysponowania specjalizowanym urządzeniem zapewniającym dokładną realizację bazy odniesienia [1, 14], lub maszyną współrzędnościową z głowicą skaningową. Pomiary bezodniesieniowe realizowane są na dwóch typach urządzeń obrotowych z ruchomym stołem lub wrzecionem (rys. 1). Są czasochłonne ze względu na konieczność dokładnego centrowania i pionowania mierzonego przedmiotu. Nieosiowe i mimośrodowe ustawienie części powoduje powstawanie dodatkowych odchyłek kształtu w rzeczywistości nieistniejących, choć prowadzone są prace mające na celu skrócenie czasu pomiaru, szczególnie poprzez większą tolerancję na błędy właściwego ustawienia przedmiotu [14, 15]. Metody bezodniesieniowe wrażliwe są również na liniowe przesunięcie kierunku pomiarowego czujnika. Wymagają laboratoryjnych warunków i nie można ich stosować do pomiarów na produkcyjnym stanowisku kontrolnym.

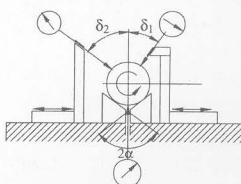


Rys. 1. Pomiar okrągłości metodą bezodniesieniową na urządzeniu z obrotowym wrzecionem (a) i obrotowym stołem (b)

Fig. 1. Roundness measurement by referenceless method using a device with rotary spindle (a), rotary table (b)

Pomiary tego typu mogą być realizowane również na przyrządzie kłowym lub na maszynie współrzędnościowej. W pierwszym przypadku można mierzyć tylko przedmioty posiadające nakiełki, a błędy pomiaru zależą od dokładności ich wykonania i sposobu oceny wykresu, w drugim przypadku można zazwyczaj mierzyć przedmioty o odchyłkach kształtu nie mniejszych od 10 μm [3].

Drugi rodzaj metod pomiarów okrągłości to pomiary odniesieniowe [1]. Można wykonywać te pomiary według schematów symetrycznych i asymetrycznych oraz jako trój- i wielopunktowe. Przykład pomiaru realizowanego w przymie w układzie asymetrycznym przedstawiono na rys. 2. Analiza pomiarów może przebiegać w sposób tradycyjny, gdzie wynikiem pomiaru jest maksymalna różnica wskazań czujnika podczas pełnego obrotu przedmiotu pomnożona przez współczynnik wykrywalności, lub z zastosowaniem analizy pełnego profilu. Stosując analizę harmoniczną i modyfikując odpowiednio amplitudy poszczególnych harmonicznych można uzyskać zarys rzeczywisty. Przy podejściu tradycyjnym wymaga się, aby przedmioty mierzone miały pojedyncze dominujące harmoniczne o znanym numerze. Wtedy można zastosować właściwy współczynnik wykrywalności zależny od tego numeru oraz kątów przymy i położenia czujnika. Metodę, z analizą i przekształceniem pełnego profilu, można stosować do znacznie bardziej złożonych zarysów, lecz każda z harmonicznymi modyfikowana jest przez inne współczynniki, stąd dla każdej z nich występują inne wartości błędów.



Rys. 2. Pomiar okrągłości metodą odniesieniową w układzie asymetrycznym

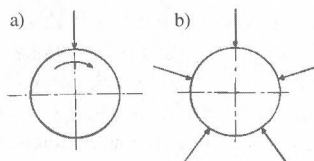
Fig. 2. Roundness measurement by reference method in an asymmetric layout

Inną metodą pomiarów odniesieniowych odchyłek kształtu, zarówno okrągłości jak i prostoliniowości, jest metoda wielopunktowa. Ma ona zastosowanie do pomiarów przedmiotów

produkowanych seryjnie lub masowo w ustabilizowanych procesach technologicznych. W takim przypadku, przedmioty te mają charakterystyczne dla tych procesów kształty powtarzalne w ujęciu statystycznym, co jest warunkiem koniecznym stosowania tych metod [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10].

Aby ustalić, do których przedmiotów można zastosować pomiary wielopunktowe, należy określić charakterystyczne cechy profilu kształtu, badając statystycznie partię przedmiotów na urządzeniach dokładnych, mierzących pełny profil kształtu metodą bezodniesieniową. Statystyczną powtarzalność kształtów należy kontrolować stosując analizę harmoniczną, porównując rozkłady wartości odchyłki kształtu i amplitud znaczących harmonicznymi przy pomocy testów statystycznych. Do tego porównania można zastosować test Kołmogorowa-Smirnowa lub zweryfikować hipotezy o równości wartości oczekiwanych sprawdzanych elementów. Można też zastosować metodę porównania amplitud i przesunięć fazowych wg [2].

Metody wielopunktowe są statyczne, czyli nie wymagają obrotu przedmiotu mierzonego podczas pomiaru, co znacznie upraszcza konstrukcję przyrządów. Sposób pomiaru wielopunktowego można schematycznie przedstawić na rys. 3. Polega on na pomiarze odchyłek kształtu badanego przedmiotu w niewielkiej liczbie wybranych punktów i obliczeniu na ich podstawie wartości odchyłki kształtu. Przedmioty nadające się do pomiarów tymi metodami mają profile regularne o niskich dominujących harmonicznymi i małej liczbie wierzchołków. Prace w tym zakresie dotyczące pomiarów bicia, okrągłości, prostoliniowości i walcowości były prowadzone w Zakładzie Metrologii i Systemów Pomiarowych.



Rys. 3. Schemat pomiaru okrągłości metodami tradycyjnymi (a) i metodą wielopunktową (b)
Fig. 3. Scheme of roundness measurement by traditional method (a), multipoint method (b)

Na coraz częściej obecnie stosowanych w zakładach przemysłowych maszynach współrzędnościowych, które w prostszej i tańszej konfiguracji posiadają przełączającą sondę pomiarową, można wykonywać pomiary odchyłek kształtu opisywaną metodą. W takim przypadku końcówka sondy pomiarowej styka się z badanym przedmiotem w niewielkiej liczbie wybranych punktów, równomiernie rozłożonych na badanym obszarze, co może znacznie skrócić czas pomiaru w stosunku do badań tradycyjnych i wyeliminować konieczność zakupu urządzeń specjalizowanych.

2. Metodyka analizy odchyłek kształtu

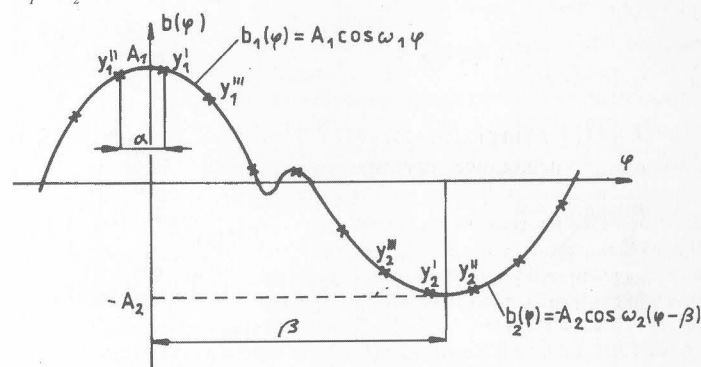
Zmierzone rzędne profilu kształtu rozłożone równomiernie można opracować na szereg sposobów. Wpierw należy ustalić bazę pomiarową w zależności od rodzaju sprawdzanej odchyłki. W przypadku bicia osiowego lub promieniowego, urządzenie powinno zapewnić takie ustawienie przedmiotu, przy którym pokrywa się oś odniesienia z osią głowicy pomiarowej. W przypadku pomiarów odchyłek kształtu należy wyznaczyć element średniokwadratowy (prostą, okrąg), a następnie skorygować rzędne profilu kształtu wprowadzając odpowiednie przeliczenia.

Opracowanych zostało kilka sposobów wyliczenia odchyłek kształtu lub bicia. Można wybrać 2, 4 lub 6 wartości odchyłek spośród wszystkich i na ich podstawie wyliczyć odchyłki, lub wziąć pod uwagę wszystkie wskazania i interpolować profil rzeczywisty.

W pierwszym sposobie wybiera się dwa wskazania o skrajnych wartościach rzędnych: największej y'_1 i najmniejszej y'_2 (rys. 4). Różnica tych wskazań stanowi podstawę do wyznaczenia wartości odchyłki bicia lub kształtu Δ_k .

Na rys. 4 przedstawiono schematycznie rozwinięcie zmierzonego profilu z zaznaczeniem czujników wybieranych w pierwszych trzech sposobach obliczania odchyłek. Jak widać, wokół najwyższego wierzchołka i największego wgłębienia przyjęto, że profil zmienia się

zgodnie z pewnymi funkcjami cosinusoidalnymi o odpowiednich parametrach. Układ współrzędnych jest tak usytuowany, aby szczyt wierzchołka leżał na osi rzędnych. Najniższy punkt wgłębienia przesunięty jest względem wierzchołka o wartość β . Amplitudy funkcji cosinusoidalnych dla wierzchołka i wgłębienia wynoszą A_1 i A_2 , natomiast ich szerokości są reprezentowane przez współczynniki ω_1 i ω_2 .



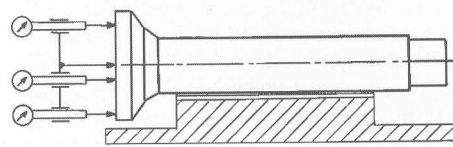
Rys. 4. Schemat rozmieszczenia czujników przy wyborze 2, 4 lub 6 wskazań
Fig. 4. Scheme of gauge distribution in the layout of 2, 4 or 6 indications

Jak łatwo zauważyć różnica y'_1 i y'_2 przyjmuje wartości mniejsze lub równe rzeczywistej wartości szukanej odchyłki Δ_k . Należy zatem zastosować współczynnik korekcyjny, a odchyłkę obliczać ze wzoru (1):

$$\Delta_k = k(y'_1 - y'_2) \quad (1)$$

Wartość tego współczynnika k wyznacza się po przebadaniu statystycznym partii przedmiotów. Jak wcześniej wspomniano badanie to ma potwierdzić powtarzalność charakteru kształtów a między innymi ustalić zakres zmienności szerokości najwyższych wierzchołków i najniższych wgłębien oraz odległości pomiędzy nimi. Szczegółowy tok postępowania zawarty jest w pracy [10].

Ta najprostsza metoda z powodzeniem została zastosowana do pomiarów bicia czołowego popychaczy grzybkowych silników MFP „Perkins” (rys. 5) [9]. W takim przypadku najczęściej odchyłki kształtu (płaskość, okrągłość) są pomijalnie małe w stosunku do odchyłek położenia (nieprostokątność, przesunięcie osi), a funkcję rozwinięcia profilu można przedstawić w postaci pojedynczej sinusoidy. Najmniejsze wartości błędów metody otrzymuje się dla nieparzystej liczby punktów a błędy względne dla 5 zastosowanych w tym przypadku czujników nie przekraczały 2,5% bez uwzględnienia błędów przypadkowych samych czujników.



Rys. 5. Schemat pomiaru bicia osiowego popychaczy grzybkowych silników MFP „Perkins”

Fig. 5. Scheme of axial run-out measurement of mushroom followers of MFP „Perkins” engines

W drugim sposobie wybiera się cztery wskazania. Dwa pierwsze o skrajnych wartościach rzędnych y'_1 i y'_2 a dwa kolejne są sąsiednimi względem skrajnych o najbardziej zbliżonej nich wartości y''_1 i y''_2 (rys. 4). W tym przypadku należy wstępnie określić średnie szerokości skrajnych wierzchołków i wgłębien reprezentowane przez zmienne ω'_1 i ω'_2 [10] a odchyłkę Δ_k można obliczyć ze wzoru (2):

$$\Delta_k = A_1 + A_2 \quad (2)$$

$$\text{gdzie: } A_1 = \frac{\sqrt{y_1'^2 + y_1''^2 - 2y_1'y_1''\cos(\omega'_1\alpha)}}{\sin(\omega'_1\alpha)}, \quad A_2 = \frac{\sqrt{y_2'^2 + y_2''^2 - 2y_2'y_2''\cos(\omega'_2\alpha)}}{\sin(\omega'_2\alpha)}$$

W trzecim sposobie wybiera się sześć wskazań. Dwa pierwsze o skrajnych wartościach rzędnych y'_1 i y'_2 oraz po dwa do każdego wskazania skrajnego z nim sąsiadującego po obydwu stronach y''_1 ,

y_1''' i y_2''' , y_2''' (rys. 4). Odchyłkę Δ_k można obliczyć w tym przypadku ze wzoru (3):

$$\Delta_k = A_1 + A_2 \quad (3)$$

$$\text{gdzie: } A_1 = \frac{\sqrt{y_1'^2 + y_1''^2 - 2y_1'y_1''\cos(\omega_1\alpha)}}{\sin(\omega_1\alpha)}, \quad A_2 = \frac{\sqrt{y_2'^2 + y_2''^2 - 2y_2'y_2''\cos(\omega_2\alpha)}}{\sin(\omega_2\alpha)},$$

$$\omega_1 = \frac{1}{\alpha} \arccos \frac{y_1'' + y_1'''}{2y_1'}, \quad \omega_2 = \frac{1}{\alpha} \arccos \frac{y_2'' + y_2'''}{2y_2'}$$

W sposobach z wyborem 4 i 6 wskazań występuje ograniczenie związane z odstępem pomiędzy czujnikami oraz szerokościami wierzchołków i wgłębień. Istnieje mianowicie minimalna graniczna liczba punktów pomiarowych poniżej której otrzymuje się błędne wyniki. Wiąże się to bezpośrednio z tym aby wskazania opisujące wierzchołki lub wgłębienie były tego samego znaku. Szczegółowe wyjaśnienie tego problemu można znaleźć w pracy [10].

Kolejnymi sposobami wyliczenia odchyłek kształtu lub bicia jest interpolacja profilu pomiędzy punktami pomiarowymi. Istnieje kilka sposobów interpolacji które można zastosować w tym przypadku. Są to mianowicie: interpolacja liniowa, szeregiem trygonometrycznym i funkcją sklejaną trzeciego stopnia. Ogólny sposób obliczeń można przedstawić następująco. Po zmierzeniu rzędnych profilu w wybranych punktach równomiernie rozłożonych na długości pomiarowej, należy wykonać obliczenia interpolacyjne. W przypadku obliczania odchyłek kształtu, na podstawie interpolowanego profilu należy wyznaczyć element średni metodą najmniejszych kwadratów i ponownie obliczyć rzędne profilu jako odległości od elementu średniego. Z ostatecznie otrzymanego profilu można obliczyć szukaną odchyłkę Δ_k jako różnicę ekstremalnych wartości rzędnych na długości całego profilu.

Podczas interpolacji liniowej profilu prostoliniowości otrzymuje się linię łamaną. W przypadku okrągłości wobec liniowej zmiany promienia pomiędzy węzłami interpolacji otrzymuje się łuki spirali Archimedesesa. Dla węzłów interpolacji oznaczonych przez (x_i, y_i) , rzędne $L_i(x)$ zatem można obliczyć z równania (4) [11]:

$$L_i(x) = ty_i + (1-t)y_{i-1} \quad (4)$$

gdzie: $i=1,2,\dots,n$, $n+1$ - liczba punktów pomiarowych,

$$t = \frac{(x - x_{i-1})}{h_i} \text{ dla } x \in [x_{i-1}, x_i], \quad h_i = x_i - x_{i-1}$$

Odcięte x_i przyjmują postać wymiaru długościowego lub kąтового.

Drugim sposobem przybliżenia profilu pomiędzy punktami pomiarowymi jest interpolacja trygonometryczna [11, 12, 13]. Rzędne $T(x)$ można obliczyć z równania (5):

$$T(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^m \left[a_k \cos\left(k \frac{2\pi}{T} x\right) + b_k \sin\left(k \frac{2\pi}{T} x\right) \right] + \gamma \frac{a_{m+1}}{2} \cos\left[(m+1) \frac{2\pi}{T} x\right] \quad (5)$$

gdzie: $\gamma=0$ i $m=\frac{n}{2}$ dla n parzystego, $\gamma=1$ i $m=\frac{n-1}{2}$ dla n nieparzystego, a_p, b_i - współczynniki szeregu trygonometrycznego.

W przypadku okrągłości jest to naturalna interpolacja funkcji okresowej i obliczenia przebiegają według przedstawionego ogólnego schematu. Natomiast w przypadku prostoliniowości, ponieważ nie jest to funkcja okresowa, przyjęto, że badany odcinek będzie 1/4 długości odcinka interpolowanego funkcją trygonometryczną. W ten sposób unika się niewłaściwego przebiegu funkcji interpolacyjnej szczególnie w początkowym i końcowym obszarze.

Trzecim sposobem odtworzenia profilu pomiędzy punktami pomiarowymi jest interpolacja funkcjami sklejanymi trzeciego stopnia [11, 13]. Rzędne $Q_i(x)$ można w tym przypadku obliczyć z następującego wzoru:

$$Q_i(x) = ty_i + (1-t)y_{i-1} + h_i t(1-t)[(k_{i-1} - d_i)(1-t) - (k_i - d_i)t] \quad (6)$$

$$\text{gdzie: } i=1,2,\dots,n, \quad h_i = x_i - x_{i-1}, \quad d_i = \frac{(y_i - y_{i-1})}{h_i}, \quad t = \frac{(x - x_{i-1})}{h_i} \text{ dla } x \in [x_{i-1}, x_i],$$

k_i - współczynniki równania funkcji sklejaney.

Ponadto należy przyjąć dodatkowe założenia inne dla obu rodzajów profilu. W przypadku prostoliniowości dodatkowo zakładamy, że w skrajnych punktach profilu pierwszym i ostatnim druga pochodna jest równa zero, czyli krzywa przechodzi w linię prostą poza odcinkiem pomiarowym, natomiast w przypadku okrągłości należy założyć, że pierwszy i ostatni punkt mają tę samą rzędną oraz pierwszą i drugą pochodną celem zachowania ciągłości profilu funkcji okresowej.

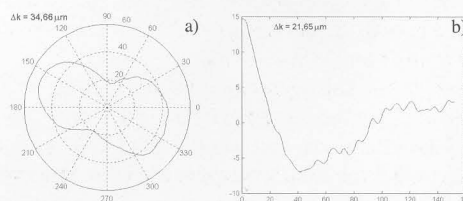
Oprócz powyższych dodatkowych warunków interpolacyjnych reszta obliczeń przebiega według przedstawionego ogólnego schematu.

3. Symulacja wielopunktowych metod pomiaru odchyłek kształtu

Materiał wyjściowy do symulacji pomiarów prostoliniowości i okrągłości metodami wielopunktowymi stanowiły rzeczywiste profile kształtu z kilkunastu tulei cylindrowych, stosowanych w różnych silnikach spalinowych (MWM, Volvo, Dural Dur, Peugeot, Mercedes, Ursus, Case), oraz pierścieni łożysk stożkowych i wałeczkowych po technologicznych obróbkach wstępnych. Pomiaru wymienionych części były wykonane na dokładnym urządzeniu do pomiarów bezodniesieniowych. Z tak otrzymanego pierwotnego materiału badawczego zostały wybrane przedmioty nadające się do zastosowania metod wielopunktowych. We wszystkich przeprowadzonych pomiarach jako bazę odniesienia przyjęto element średni kwadratowy.

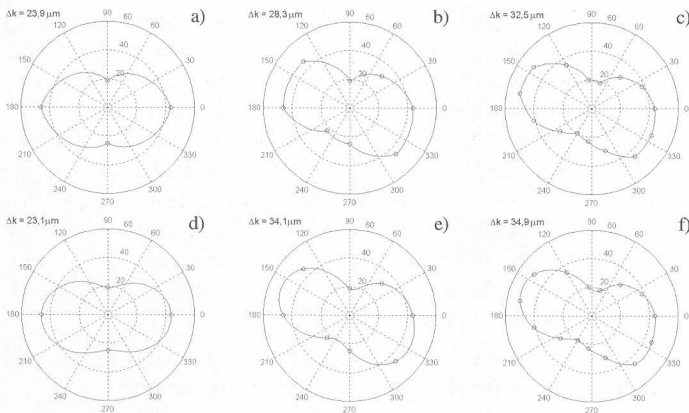
Symulacja pomiarów wielopunktowych przebiegała następująco. Po wczytaniu tablicy z rzędnymi profilu kształtu obliczane były wartości wskazań czujników, które stykałyby się z profilem rzeczywistym podczas pomiarów. W trakcie przeprowadzonych symulacji okazało się, że sposoby wyznaczenia odchyłek kształtu za pomocą interpolacji są dokładniejsze i nie wymagają tylu czynności wstępnych, co sposoby z wyborem 2, 4 lub 6 wskazań. W dalszej części pracy skupiono się zatem na tych właśnie sposobach. Zastosowano równomierne rozłożenie punktów pomiarowych przy podziale profilu na 3 do 30 części. Dla każdego podziału odtwarzano profile rzeczywiste stosując trzy opisane rodzaje interpolacji. Obliczanie błędów kształtu dokonywano w oparciu o 256 wartości rzędnych otrzymanych z profilu interpolowanego. W ten sposób sprawdzono szczegółowo samą metodę pomiarową i zdolność odtwarzania profilu na podstawie ograniczonej liczby punktów.

Na rys. 6 przedstawiono przykładowe rzeczywiste profilogramy okrągłości i prostoliniowości wybranych przedmiotów a w tabeli 1 przedstawiono obliczone dla nich wartości odchyłek okrągłości i prostoliniowości dla trzech rodzajów interpolacji i wszystkich liczb podziałów odcinka pomiarowego. Natomiast na rys. 7 zobrazowano odtworzenie wybranego profilu okrągłości otrzymane przy wykorzystaniu funkcji liniowej i sklejaney dla 4, 8 i 15 węzłów interpolacji a na rys. 8 zobrazowano odtworzenie wybranego profilu prostoliniowości otrzymane przy wykorzystaniu funkcji liniowej i trygonometrycznej dla 3, 4 i 6 węzłów interpolacji.



Rys. 6. Przykładowe rzeczywiste profilogramy okrągłości (a) i prostoliniowości (b) badanych przedmiotów

Fig. 6. Examples of real roundness (a) and straightness (b) profilograms



Rys. 7. Porównanie odtworzenia profilu okrągłości z rys. 6a funkcją liniową (a, b, c) i sklejaną (d, e, f) przy podziale odcinka pomiarowego na 4 (a, d), 8 (b, e) i 15 (c, f) części

Fig. 7. Comparison of roundness profile reconstruction from Fig. 6a using linear function (a, b, c) spline function (d, e, f) at different gauge length division into 4 (a, d), 8 (b, e) and 15 (c, f) segments

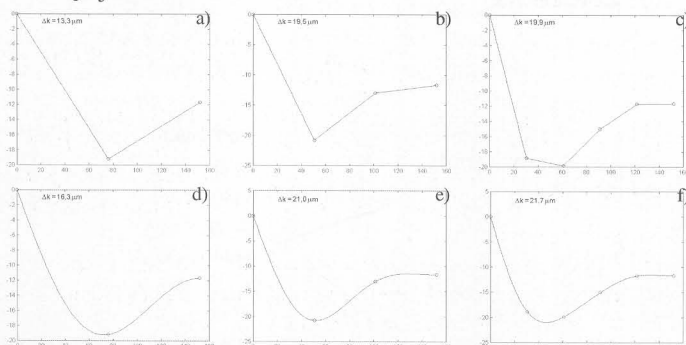
Tabela 1. Obliczone wartości odchyłek okrągłości i prostoliniowości profilu tulei z rys. 6a ($\Delta_k=34,66 \mu\text{m}$) i z rys. 6b ($\Delta_k=21,65 \mu\text{m}$) przy wykorzystaniu interpolacji funkcją liniową (*lin*), trygonometryczną (*try*) i sklejaną (*skl*) dla podziałów odcinka pomiarowego na $n=3+30$ części

Table 1. Calculated values of cylinder roundness and straightness deviations from Fig. 6a ($\Delta_k=34,66 \mu\text{m}$) and from Fig. 6b ($\Delta_k=21,65 \mu\text{m}$) using linear interpolation (*lin*), trigonometric series (*try*) and spline interpolation (*skl*) for division of gauge length into $n=3+30$ segments

a)				b)			
n	$\Delta_k \text{ lin}$	$\Delta_k \text{ try}$	$\Delta_k \text{ skl}$	n	$\Delta_k \text{ lin}$	$\Delta_k \text{ try}$	$\Delta_k \text{ skl}$
4	23,9	23,1	23,1	3	13,3	16,3	13,3
5	29,7	31,7	30,4	4	19,5	21,0	22,2
6	26,5	29,8	28,5	5	20,8	23,1	23,1
8	28,3	35,4	34,1	6	19,9	21,7	21,7
10	31,0	35,4	34,6	8	21,5	21,8	21,6
12	32,4	33,8	33,9	10	20,8	21,4	21,2
15	32,5	35,9	34,9	12	21,6	21,7	21,8
20	33,2	34,3	34,3	15	21,5	21,6	21,5
24	33,6	34,8	34,7	20	21,6	21,7	21,7
30	34,5	34,8	34,8	24	21,5	21,9	21,7
				30	21,6	22,0	21,8

Jak wynika z przykładowej tabeli 1 błąd odchyłki okrągłości nie przekraczał 10%, w zależności od rodzaju interpolacji, dla n większego od 8 do 12 podziałów, natomiast błąd odchyłki prostoliniowości nie przekraczał 10%, dla n większego od 4 do 5 podziałów.

Przedmioty do których można zastosować pomiary wielopunktowe, mają regularne kształty, o niewielkiej liczbie wierzchołków i niskich dominujących harmonicznych. Do dobrego przybliżenia takich profili w przypadku prostoliniowości wystarczy podział odcinka pomiarowego na około 5 do 8 części, a w przypadku okrągłości na 8 do 12 części. Różnice w wartościach błędów kształtu obliczone z tej liczby podziałów w stosunku do wartości rzeczywistych różnią się nie więcej niż o około 8-10%.



Rys. 8. Porównanie odtworzenia profilu prostoliniowości z rys. 6b funkcją liniową (a, b, c) i trygonometryczną (c, d, f) przy podziale odcinka pomiarowego na 3 (a, d), 4 (b, e) i 6 (c, f) części

Fig. 8. Comparison of straightness profile reconstruction from Fig. 6b using linear function (a, b, c) trigonometric function (d, e, f) at different gauge length division into 3 (a, d), 4 (b, e) and 6 (c, f) segments

Analizując obliczenia błędów kształtu metodami wielopunktowymi, można stwierdzić, że najlepsze przybliżenia w stosunku do wartości rzeczywistych wykazuje funkcja sklejana trzeciego stopnia, to znaczy przy najmniejszej liczbie podziałów odcinka pomiarowego daje już zbliżone wyniki do rzeczywistych. Również interpolacja tym sposobem daje najmniejsze rozrzuty w obliczonych wartościach podczas zwiększania liczby podziałów n . Jednakże obserwujemy również asymetrię rozkładu wartości błędów kształtu obliczonych funkcją sklejaną, i średnio przesuniętą o około 4% w kierunku wartości mniejszych. Stosując zatem dla tak obliczonych wartości mnożnik 1,04 - otrzymamy wartości bliższe rzeczywistym. Porównując obliczone wartości błędów kształtu dwóch rodzajów interpolacji względem wyników otrzymanych z interpolacji funkcjami sklejanymi trzeciego stopnia możemy zauważyć następujące prawidłowości:

- wartości otrzymane z funkcji liniowej są średnio 2+4% mniejsze dla prostoliniowości i 1+3% mniejsza dla okrągłości,
- wartości otrzymane z szeregu trygonometrycznego są średnio 0,5+2% mniejsze dla prostoliniowości i 1+1,5% większe dla okrągłości.

Wyżej wymienione prawidłowości odnoszą się do takich liczb podziału odcinka pomiarowego n , przy których interpolacja funkcją sklejaną nie różniła się więcej niż o około 10% w stosunku do wartości rzeczywistych.

Aby zanalizować wpływ błędów przypadkowych, w poszczególnych punktach pomiarowych (e_p), na błędy pomiarów wykonywanych metodami wielopunktowymi, przeprowadzono symulację tych pomiarów dla takich samych profili wejściowych raz z generacją tych błędów a drugi raz bez niej. Porównując wyniki tych obliczeń można wyciągnąć następujące wnioski. Przy małym stosunku odchyłki kształtu (Δ_k) do błędu przypadkowego (e_p) $\Delta_k/e_p=5$ otrzymujemy rozrzuty w obliczeniach odchyłek kształtu rozłożone niesymetrycznie od $-1,5e_p$ do $+1,7e_p$ natomiast przy zwiększaniu wartości tego stosunku do $\Delta_k/e_p=20$ rozrzuty przyjmują rozkład symetryczny równy $\pm 1,7e_p$. Można zatem powiedzieć, że błędy przypadkowe, w poszczególnych punktach, generują błędy w obliczeniach odchyłek kształtu o około 70% większe niż one same przyjmują.

4. Dobór parametrów pomiarowych metod wielopunktowych

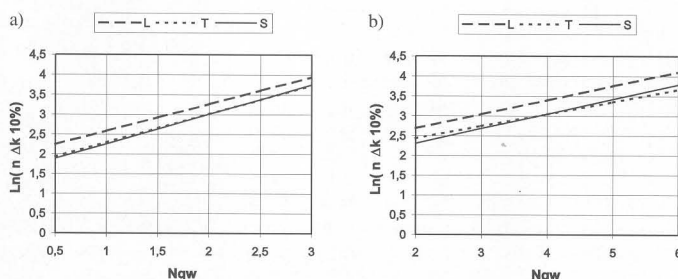
Aby wyrazić zależność pomiędzy charakterem profilu kształtu, błędami pomiaru oraz liczbą podziałów odcinka pomiarowego n , rozpatrywano różne parametry charakteryzujące profile kształtu. Były to parametry związane z rozkładem harmonicznym np. średnie ważone dominujących harmonicznych przenoszące określoną moc sygnału czy względna średniokwadratowa długość fali profilu kształtu. Najsilniej skorelowanym parametrem z liczbą podziałów odcinka pomiarowego okazała się średnia kwadratowa ważona harmonicznych (N_{gw}), którą można wyrazić wzorem:

$$N_{gw} = \sqrt{\frac{1}{\sum_i c_i^2} \sum_i (c_i^2 N_i^2)} \quad (7)$$

gdzie: c_i - amplituda i-tej harmonicznej, N_i - numer i-tej harmonicznej.

Parametr N_{gw} jest miarą gładkości profilu kształtu. Im większa liczba wierzchołków i wgłębień przyjmuje on coraz większe wartości. Średnia kwadratowa ważona harmonicznych była obliczana dla badanych profili kształtu poddanych wstępnemu wygładzeniu w celu eliminacji błędów przypadkowych. Dla profili okrągłości N_{gw} zawierała się w granicach od 2,0 do 5,6, a dla profili prostoliniowości od 0,6 do 2,6. Przyjmując jako podstawę błąd pomiaru odchyłki kształtu równy 10% można przedstawić na wykresie zależność pomiędzy logarytmem naturalnym najmniejszej liczby podziałów odcinka pomiarowego a średnią ważoną harmonicznych. Na rys. 9 przedstawiono te zależności dla 10% wartości błędu pomiaru przy

wszystkich rodzajach interpolacji dla prostoliniowości i okrągłości. Należy jednak zauważyć że jest to zależność przybliżona i uśredniona. Zdarzały się bowiem często przypadki, że prawidłowo obliczone odchyłki kształtu uzyskano ze znacznie mniejszej liczby podziałów odcinka pomiarowego, jak również pojedyncze przypadki odstępstwa w drugą stronę. Jak widać zależności pomiędzy $\ln(n)$, a N_{gw} przybliżono linią prostą. Różnice przy interpolacji trygonometrycznej i funkcjami sklejanymi są bardzo małe ale wyraźnie różne od interpolacji liniowej.



Rys. 9. Zależność logarytmu niezbędnej liczby punktów próbkowania n od średniej kwadratowej ważonej harmonicznych N_{gw} dla profilu prostoliniowości (a) i okrągłości (b) przy interpolacji funkcją liniową (L), trygonometryczną (T) i sklejaną (S) dla 10% błędzi pomiaru.

Fig. 9. Relation between logarithm of necessary sampling points n and weighted square mean of harmonics N_{gw} for straightness profile (a) roundness profile (b) using linear interpolation (L), trigonometric series (T) and spline interpolation (S) for 10% measurement error.

Metody wielopunktowe można również zastosować do pomiarów odchyłek walcowości [4]. Pomiaru te wykonywane są jako szereg pomiarów okrągłości na różnych wysokościach badanego przedmiotu. Wpierw interpoluje się profile okrągłości poszczególnych przekrojów, a następnie stosuje się interpolację tworzącą uzyskując odtworzenie całej powierzchni walca. Liczbę punktów dla pomiarów poszczególnych przekrojów, jak i liczbę przekrojów dobiera się według przedstawionych wcześniej reguł dla okrągłości i prostoliniowości z uwzględnieniem najbardziej złożonych miejsc powierzchni walca. Jak wynika z przeprowadzonych symulacji pomiarowych błędy odchyłek walcowości są o połowę mniejsze, przy zastosowaniu funkcji sklejanym, aniżeli wynikałoby to z analizy okrągłości i prostoliniowości badanej powierzchni walcowej.

5. Wnioski

Podsumowując wszystkie zagadnienia można wyciągnąć następujące wnioski:

- kształty sprawdzanych przedmiotów muszą być statystycznie powtarzalne zatem ich produkcja powinna odbywać się w ustabilizowanych procesach technologicznych najczęściej seryjnie lub masowo,
- statystyczną powtarzalność odchyłek kształtu takich przedmiotów można sprawdzić przez porównanie rozkładów wartości odchyłki kształtu i amplitud znaczących harmonicznych przy pomocy testów statystycznych,
- parametrem, który najlepiej charakteryzuje złożoność profilu kształtu zarówno prostoliniowości jak i okrągłości jest średnia kwadratowa ważona harmonicznych N_{gw} ,
- najlepsze odtworzenie profilu rzeczywistego pomiędzy punktami pomiarowymi daje interpolacja funkcjami sklejanymi 3 stopnia i w porównaniu z innymi ma również najmniejsze rozrzuty w obliczonych wartościach podczas zwiększania liczby podziałów n ,
- stosowanie interpolacji liniowej daje prawie zawsze wyraźnie najmniejsze wartości obliczanych odchyłek kształtu natomiast interpolacja trygonometryczna dawała najczęściej nieznacznie większe wartości w stosunku do interpolacji profili funkcją sklejaną,
- błędy przypadkowe w punktach pomiarowych powodują rozrzuty w obliczeniach odchyłek kształtu około 70% większe niż same przyjmują,

- metody wielopunktowe cechuje uniwersalność w sensie przydatności do pomiarów dowolnych powierzchni okrągłych zewnętrznych i wewnętrznych, zarówno ciągłych jak i przerywanych,
- metody wielopunktowe dobrze nadają się do stosowania na maszynach współrzędnościowych z przełączającą sondą pomiarową, gdyż przy jednym ustawieniu przedmiotu można wykonać pomiary zarówno wymiarów, błędów położenia i kształtu - jednocześnie mała liczba punktów styku nie zwiększa zbytnio czasu pomiaru,
- stosowanie metod wielopunktowych do pomiaru błędów kształtu daje dobre wyniki przy zastosowaniu do przedmiotów mających profile regularne o niskich dominujących harmonicznych i małej liczbie wierzchołków - wtedy liczba podziałów odcinka pomiarowego nie przekraczała 8-12 punktów,
- znajomość modelu odchyłek kształtu pozwala na optymalizację pomiaru, czyli dobór najmniejszej liczby punktów próbkowania dla założonej dokładności.

Literatura

- [1] Adamczak S., Odniesieniowe metody pomiaru zarysów okrągłości części maszyn. Politechnika Świętokrzyska, Kielce 1998.
- [2] Adamczak S., Statystyczna metoda porównywania zmierzonych zarysów okrągłości. Konferencja Metrologia w technice wytwarzania maszyn, str. 353-360, Politechnika Rzeszowska 1995.
- [3] Bressel E., Messung der Formabweichung vom Kreis auf Koordinatenmeßgeräten. Feingerätetechnik, no. 1, Berlin 1984, pp. 14-17.
- [4] Cellary A., Uproszczona metoda pomiarów walcowości metodą wielopunktową. Konferencja Naukowo-Techniczna MANUFACTURING M'01 „Współczesne problemy wytwarzania”, 8-9 listopada 2001 r., tom 2 str. 133-141.
- [5] Cellary A., Parameters selection in multipoint form measurement. Proceedings XVI IMEKO World Congress, Vol. VIII, str. 45-50, Vienna 2000.
- [6] Cellary A., Swornowski P., Wieczorowski M., Pomiary błędów walcowości na maszynie współrzędnościowej z ograniczoną liczbą punktów styku. Politechnika Częstochowska, Konferencje 13, XXVIII Międzyuczelniana Konferencja Metrologów MKM'96 tom I, str. 72 - 77, Częstochowa 22-25 września 1996r.
- [7] Cellary A., Swornowski P., Wieczorowski M., Analiza porównawcza pomiarów okrągłości na urządzeniu PIK-2 i maszynie współrzędnościowej KEMCO 600. Politechnika Warszawska, Prace Naukowe, Konferencje, z. 4, Warszawa 1995, str. 187-191.
- [8] Cellary A., Analiza porównawcza pomiarów prostoliniowości powierzchni walcowych na urządzeniu PIK-2 i maszynie współrzędnościowej KEMCO 600. Materiały V Krajowej Konferencji Naukowo-Technicznej „Metrologia w procesach wytwarzania”, Kraków 1994, str. 185-190.
- [9] Cellary A., Jermak J., Pawłowski K., Woliński W., Kontrola wymiarowa popychaczy grzybkowych silników MFP „Perkins” na automatycznym urządzeniu AK-84. Mechanik nr 12, 1986, str. 487-489.
- [10] Cellary A., Analiza metrologiczna wieloczułnikowej metody pomiaru błędów bicia i okrągłości elementów maszyn. Rozprawa doktorska. Politechnika Poznańska, Poznań 1986.
- [11] Dahlquist G., Björck A., Metody numeryczne. PWN Warszawa 1983.
- [12] Korn G.A., Korn T.M., Matematyka Dla Pracowników Naukowych i Inżynierów. cz. 1 i 2. PWN Warszawa 1983.
- [13] Marciniak A., Gregulec D., Kaczmarek J., Podstawowe procedury numeryczne w języku Turbo Pascal. Wydawnictwo NAKOM Poznań 1997.
- [14] Żebrowska-Lucyk S., Bezodniesieniowa metoda badania makrogeometrii powierzchni elementów obrotowych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2001.
- [15] Żebrowska-Lucyk S., Rozwiązania sprzętowe i programowe zwiększające efektywność badań makrogeometrii powierzchni metodą promieniową. KKM98, tom 4, str. 21-28. Politechnika Gdańska 1998.

Title: Simplified Methods of Form Errors Measurement on Statistically Repeatable Workpieces