

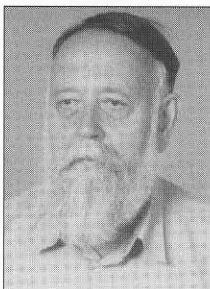
Adam ŻUCHOWSKI

POLITECHNIKA SZCZECIŃSKA, INSTYTUT AUTOMATYKI PRZEMYSŁOWEJ, ZAKŁAD TEORII STEROWANIA I TECHNIK SYMULACYJNYCH

Metoda doboru nastaw regulatora PID uwzględniająca postulowany zapas stabilności modułu i fazy

Prof. dr hab. inż. Adam ŻUCHOWSKI

Profesor zwyczajny zatrudniony w Instytucie Automatyki Przemysłowej Politechniki Szczecińskiej. Studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Wrocławskiej odbył w latach 1951-1956 specjalizując się w budowie elektrycznych przyrządów pomiarowych, w późniejszym etapie w metrologii i automatyce. Ze szkolnictwem wyższym związany zawodowo od 1955 roku (Politechnika Wroclawska, Politechnika Szczecińska). Jest współtwórcą polskiej szkoły miernictwa dynamicznego; posiada w dorobku ponad 280 publikacji.



adamz@we.tuniv.szczecin.pl

Streszczenie

Przedstawiono propozycje metody (eksperymentalnej, lub obliczeniowej) pozwalającej na dobór nastaw regulatora PID z uwzględnieniem postulowanego zapasu stabilności modułu i fazy.

Abstract

The proposal of experimental or computational method for setting of PID controller has been presented. The postulated phase and amplitude margins of stability are base for determining of parameters of controller.

Słowa kluczowe: Regulator PID, dobór nastaw, zapas stabilności

Keywords: PID controller, determining of parameters, margins of stability

1. Wstęp

Istnieje wiele metod doboru nastaw regulatorów dostosowanych do określonej, znanej postaci transmitancji obiektu i znacznie mniej metod ogólnych, bazujących na eksperymencie lub znajomości transmitancji obiektu o dowolnej postaci. Należy do nich znana od dawna metoda Zieglera-Nicholsa [5] prowadząca zwykle do nienajlepszych rezultatów (duże przeregulowania), a mimo to ciągle przywoływana w literaturze. Zdecydowanie lepsze wydają się metody dostosowujące nastawy regulatora do postulowanych wielkości zapasu stabilności modułu i fazy, opracowane w różnych wariantach i przytoczone np. w [1...4]. W niniejszym artykule prezentujemy odmianę takiej właśnie metody bazującej albo na wynikach dwóch prostych praktycznych eksperymentów - jeśli dynamika obiektu nie jest znana, albo też - zamiennie - na wynikach dwóch prostych obliczeń łatwych do wykonania, jeśli znana jest transmitancja obiektu. Do istotnych ograniczeń stosowności metody należą: dynamika obiektu regulacji co najmniej trzeciego rzędu (podobnie jak w metodzie Zieglera-Nicholsa), oraz niezerowe bieguny transmitancji. Metoda pozwala wyznaczyć parametry regulatora PID (w szczególnych przypadkach regulatora PI) i powiązać postulowane zapasy stabilności modułu i fazy z dopuszczalnym przeregulowaniem i krótkim czasem regulacji.

2. Idea metody

Załóżmy, że dostępny dla eksperymentu jest układ regulacji, lub znana jest transmitancja obiektu, którą przedstawimy w postaci:

$$K_0(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) \quad (1)$$

Przeprowadzimy dwa eksperymenty, lub dwa równoważne im obliczenia. W pierwszym - identycznym, jak w metodzie Zieglera-Nicholsa zostanie zastosowany regulator P i wyznaczona wartość wzmocnienia V_k , dla której układ znajduje się na granicy stabilności wykazując drgania nietłumione o pulsacji ω_0 .

Wobec zachodzących związków:

$$\begin{aligned} Q(\omega_0) &= 0 \\ V_k \cdot P(\omega_0) &= -1 \end{aligned} \quad (2)$$

wyznacza się eksperymentalnie (lub oblicza) wielkości V_k i ω_0 , przy tym zachodzi związek $P(\omega_0) = -1/V_k$.

W drugim eksperymencie zastosujemy regulator I o transmitancji $K_r(j\omega) = -j/\omega T_c$, a czas całkowania T_c zostanie dobrany w ten sposób, by i teraz układ znajdował się na granicy stabilności wykazując drgania nietłumione o pulsacji ω_1 . Należy spełnić warunki:

$$\begin{aligned} P(\omega_1) &= 0 \\ \frac{Q(\omega_1)}{\omega_1 T_c} &= -1 \end{aligned} \quad (3)$$

skąd wyznacza się eksperymentalnie (lub oblicza) wielkości T_c i ω_1 , przy tym zachodzi związek $Q(\omega_1) = -\omega_1 T_c$.

Podobnie jak w metodzie Zieglera-Nicholsa obiekt regulacji musi mieć dynamikę co najmniej trzeciego rzędu i dodatkowo nie posiadać zerowych biegunów transmitancji. Zauważmy, że spełniony jest ważny warunek:

$$\omega_0 > \omega_1 \quad (4)$$

na którym opiera się dalsze rozumowanie. Załóżmy teraz, że zastosowano regulator PID o transmitancji:

$$K_r(j\omega) = V \left\{ \frac{(1 - \omega^2 T_r T_c) + j\omega T_c}{j\omega T_c} \right\} \quad (5)$$

gdzie symbolami V , T_r , T_c oznaczono współczynnik proporcjonalności, czas różniczkowania i czas całkowania. Zastępcza transmitancja otwartej pętli sprzężenia zwrotnego wobec (1) przyjmuje postać:

$$K_{zo}(j\omega) = V \left\{ P(\omega) + Q(\omega) \frac{(1 - \omega^2 T_r T_c)}{\omega T_c} \right\} + jV \left\{ Q(\omega) - P(\omega) \frac{(1 - \omega^2 T_r T_c)}{\omega T_c} \right\} \quad (6)$$

Rozważmy wzór (6) dla $\omega = \omega_0$. Wobec $Q(\omega_0) = 0$ zachodzi równość:

$$K_{zo}(j\omega_0) = VP(\omega_0) - jVP(\omega_0) \frac{(1 - \omega_0^2 T_r T_c)}{\omega_0 T_c} \quad (7)$$

Jeśli parametry regulatora T_r i T_c dobrać w taki sposób, by spełnić warunek [1]:

$$\omega_0^2 T_r T_c = 1 \quad (8)$$

to na mocy (2):

$$K_{zo}(j\omega_0) = VP(\omega_0) = -\frac{V}{V_k} \quad (9)$$

Charakterystyka częstotliwościowa transmitancji $K_{zo}(j\omega)$ przecina więc oś $Re K_{zo}(j\omega)$ po stronie ujemnej w punkcie $Re K_{zo}(j\omega_0) = -V/V_k$ i wielkość ta określa zapas stabilności modułu oznaczany dalej jako $V/V_k = x_0$. Przy zadanym x_0 otrzymuje się związek:

$$V = V_k x_0 \quad (10)$$

Wobec (4) można teraz postulować, by pulsacja $\omega = \omega_1$ wyznaczała zapas stabilności fazy ϕ . Przy spełnionych zależnościach (3) i (6) zachodzi związek:

$$K_{zo}(j\omega_1) = -V\omega_1 T_c \left\{ \frac{(1 - \omega_1^2 T_r T_c)}{\omega_1 T_c} + j \right\} \quad (11)$$

skąd wzór:

$$tg \phi = \frac{\omega_1 T_c}{1 - \omega_1^2 T_r T_c} \quad (12)$$

określa zapas stabilności ϕ jeśli spełnione są warunki:

$$Q(\omega_1) < 0$$

$$|K_{zo}(j\omega_1)|^2 = 1 \tag{13}$$

a po uwzględnieniu (10), (11) i (12):

$$(x_0 V_k \omega_1 T_{ck})^2 = \frac{tg^2 \phi}{1 + tg^2 \phi} \tag{14}$$

oraz:

$$T_c = \frac{I}{\omega_1} \left\{ 1 - \left[\frac{\omega_1}{\omega_0} \right]^2 \right\} tg \phi \tag{15}$$

Ostatecznie wzory (8), (10) i (15) pozwalają wyznaczyć parametry V , T_p , T_c regulatora przy założonych wartościach zapasu stabilności modułu x_0 i fazy ϕ , oraz przy znanych ω_0 , ω_1 , V_k i T_{ck} . Warto zauważyć, że wielkości x_0 i ϕ są dodatkowo powiązane wzorem (14) i nie mogą być przyjmowane całkiem dowolnie.

3. Dobór zapasu stabilności modułu i fazy

Zasadniczy wpływ na kryteria jakości układów regulacji automatycznej mają tzw. pierwiastki dominujące - lub inaczej - dominujące bieguny transmitancji wiążącej sygnał regulowany z sygnałem odniesienia i w związku z tym - z pewnym przybliżeniem wystarczy rozpatrywać taką transmitancję o postaci:

$$K(s) = \frac{I}{1 + a_1 s T + a_2 s^2 T^2 + s^3 T^3} \tag{16}$$

gdzie a_1 i a_2 są bezwymiarowymi parametrami, a T - współczynnikiem skali czasu.

Proste symulacje komputerowe skokowych charakterystyk takiej transmitancji wykazują, że przeregulowanie $S\%$ zależy przede wszystkim od zapasu stabilności fazy, przy niewielkim x_0 jest praktycznie od x_0 niezależne i zachodzą związku:

$$\begin{aligned} \phi \geq 73^\circ \quad s &\approx 0\% \\ \phi = 63^\circ \quad s &\approx 5\% \\ \text{Dla} \quad \phi = 58^\circ \quad s &\approx 10\% \\ \phi = 48^\circ \quad s &\approx 20\% \\ \phi = 38^\circ \quad s &\approx 30\% \end{aligned} \tag{17}$$

Jak łatwo sprawdzić - przy zastosowaniu regulatora PID współczynnik skali czasu T jest tym mniejszy - im mniejszy jest stosunek T_c/V . Ponieważ wzory (14) i (15) prowadzą do zależności:

$$T_c/V = T_{ck} \left\{ 1 - \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 \right\} \sqrt{1 + tg^2 \phi} \tag{18}$$

zatem mając na względzie postulat krótkiego czasu regulacji należy parametry regulatora dobierać tak, by zminimalizować niezbędny zapas stabilności fazy ϕ kierując się przybliżoną regułą (17). Po wyznaczeniu niezbędnego minimalnego ϕ w oparciu o dopuszczalne przeregulowanie $S\%$ należy z (14) wyznaczyć x_0 . Z wykonanych symulacji wynika, że jeśli przekracza ono wartość $x_0 \geq 0.5$ konieczne jest zwykle powiększenie kąta ϕ o około 10° zwłaszcza dla przeregulowań rzędu 5% i 10%.

4. Wyniki symulacji eksperymentów

Wyniki szeregu symulacji komputerowych zestawiono w Tabeli 1 podając uzyskane rzeczywiste wartości przeregulowań (wobec założonych wartości 5%, 10% i 20%) i odpowiadające im wartości czasu regulacji $t_{r10\%}$ dla zorientowania Czytelnika w rzędach wielkości. W nawiasach podano przeregulowanie i czas regulacji $t_{r10\%}$ przy zastosowaniu klasycznej procedury Zieglera-Nicholsa.

Tabela 1. Wyniki obliczeń parametrów ω_0 , ω_1 , V_k , T_{ck} i symulacji komputerowych $S\%$ i $t_{r10\%}$
Table 1. The results of calculation of parameters ω_0 , ω_1 , V_k , T_{ck} and computer simulations of $S\%$ i $t_{r10\%}$

Lp.	Transmitancja obiektu	ω_0	ω_1	V_k	T_{ck}	x_0			ϕ			$S\%$			$t_{r10\%}$		
						5%	10%	20%	5%	10%	20%	5%	10%	20%	5%	10%	20%
1	$\frac{1}{(1+s)^3}$	1.73	0.58	8.0	1.13	0.18	0.17	0.15	63	58	48	5.5	11.2	21.9	3.0	2.9	6.4
												(41.7)			(5.2)		
2	$\frac{1}{(1+s)(1+s+s^2)}$	1.41	0.71	3.0	1.33	0.31	0.30	0.26	63	58	48	6.3	14.2	22.6	7.8	7.8	8.1
												(18.2)			(6.0)		
3	$\frac{1}{(1+s)(1+0.5s+s^2)}$	1.22	0.82	1.25	1.8	0.52	0.51	0.40	75	70	48	4.7	10.4	21.0	13	13	13
												(10.0)			(12)		
4	$\frac{1}{(1+0.5s)(1+s)(1+2s)}$	1.87	0.53	11.3	1.1	0.13	0.13	0.11	63	58	48	2.5	8.80	20.6	3.4	3.3	7.5
												(47.6)			(4.9)		
5	$\frac{1+0.25s}{(1+s)^3}$	3.32	0.65	32	0.92	0.046	0.044	0.035	63	58	48	5.6	11.4	19.2	2.6	2.8	5.8
												(63.3)			(5.2)		
6	$\frac{1-0.5s}{(1+s)^3}$	1.18	0.48	3.2	1.58	0.37	0.35	0.31	63	58	48	5.8	10.3	20.4	9.1	5.3	7.4
												(23.2)			(4.4)		
7	$\frac{1+0.25s}{(1+s)(1+s+s^2)}$	1.87	0.78	6.0	1.18	0.16	0.15	0.14	63	58	48	5.5	10.2	19.2	7.3	7.3	7.7
												(20.6)			(5.9)		
8	$\frac{1-0.5s}{(1+s)(1+s+s^2)}$	1.12	0.60	1.5	1.72	0.62	0.61	0.53	73	68	55	5.5	10.0	19.7	14	8.8	8.5
												(6.80)			(9.1)		
9	$\frac{1}{(1+s)^4}$	1.0	0.41	4.0	1.76	0.31	0.29	0.26	63	58	48	5.4	9.70	18.6	11	4.2	9.2
												(28.1)			(8.1)		
10	$\frac{1}{(1+0.25s)(1+s)(1+2.5s+s^2)}$	1.41	0.48	6.8	1.30	0.21	0.20	0.18	63	58	48	4.4	7.00	18.5	3.6	3.8	8.4
												(33.4)			(5.6)		
11	$\frac{1}{(1+s)^2(1+s+s^2)}$	1.0	0.52	2.0	1.70	0.54	0.53	0.42	71	68	48	4.7	8.80	21.6	15	9.8	13
												(6.1)			(8.3)		
12	$\frac{exp(-0.2s)}{(1+s)}$ Regulator PI	8.53	2.19	8.6	0.19	0.25	0.24	0.21	63	58	48	5.8	12.3	23.9	0.7	1.4	1.8
												(44.1)			(1.0)		

Preregulowanie rzeczywiste w badanych układach regulacji jest zbliżone do wielkości postulowanej, przy tym we wszystkich tych przypadkach, w których obliczane x_0 było większe niż 0.5 zachodziła konieczność korekcji dopuszczalnego zapasu fazy o około 10°. Preregulowanie uzyskiwane przy doborze nastaw regulatora zgodnie z regułami Zieglera-Nicholsa w przeważającej większości przypadków było znacznie większe od 20% i tylko wtedy, gdy obliczane x_0 było większe niż 0.5 przyjmowało wartości mniejsze od 10%. Jest to ciekawa reguła, której potwierdzenie wymaga obszerniejszych badań symulacyjnych.

Czas regulacji $t_{r10\%}$ definiowany wzorem:

$$\begin{aligned} |h(t) - 1| < 0.1 \\ t \geq t_{r10\%} \end{aligned} \quad (19)$$

jest nieciągłą funkcją parametrów układu regulacji i porównania wielkości $t_{r10\%}$ uzyskanych przy różnych postulowanych S% i różnych procedurach doboru nastaw regulatora nie dają wyraźnego obrazu. Można jedynie stwierdzić, że czasy te dla S=10% i przy nastawach dobranych według reguł Zieglera-Nicholsa osiągają zbliżone wartości.

5. Wnioski

Proponowana metoda doboru nastaw regulatora PID wydaje się prowadzić do pozytywnych rezultatów - przynajmniej w przypadku obiektów o dynamice rzędów często spotykanych i przy uwzględnieniu poprawki dla koniecznego zapasu stabilności fazy. Przy dużym stosunku ω_0 / ω_1 i dużych wartościach ω_0 można na ogół pominąć niewielkie T_r i stosować regulator typu PI. Taka sytuacja zachodzi w przypadku Lp. 12 w Tabeli 1. Dla obiektów o dynamice drugiego rzędu można w pierwszej fazie eksperymentu doprowadzić układ do drgań z niewielkim tłumieniem i wyznaczać nastawy regulatora według proponowanej metody wtedy, gdy obliczane x_0 jest niewielkie (rzędu 0.1). W takich warunkach obliczone zapasy x_0 i ϕ z niezłym przybliżeniem odpowiadają zapasom rzeczywistym.

Literatura

- [1] Åström K.J., Hägglund T. - Automatic tuning of simple regulators with specifications of phase and amplitude margins. *Automatica*, Vol. 20, no. 5, 1984, pp. 645-651.
- [2] Ho W.K., Hang C.C., Cao L.S. - Tuning of PID controllers based on gain and phase margin specifications. *Automatica*, Vol. 31, no. 3, 1995, pp. 497-502.
- [3] Ho W.K., Lim K.W., Wen Xu - Optimal gain and phase margin tuning for PID Controllers. *Automatica* Vol. 34, no. 8, 1998, pp. 1009-1014.
- [4] Skoczowski S., Tarasiejski L. - Tuning of PID controllers based on gain and phase margin specifications using Strejc's model with time delay. *Proc. of Third International Symposium on Methods and Models in Automation and Robotics*. 1996, Międzyzdroje, Poland, Vol. 2 pp. 765-770.
- [5] Ziegler J.G., Nichols N.B. - Optimum settings for automatic controllers. *Trans. ASME* 64, 1942, pp. 759-768.

Title: The Method of Setting of PID-controller basing on the Postulated Phase and Amplitude Margins of Stability

Artykuł recenzowany

INFORMACJE

III Seminarium nt. Niepewności Pomiaru

9-12 lutego 2004 r., Międzyzdroje

organizowane przez
Zakład Metrologii Instytutu Automatyki Przemysłowej
Politechniki Szczecińskiej
i Sekcję Kształcenia i Rozwoju Kadry
Komitetu Metrologii i Aparatury Naukowe
Polskiej Akademii Nauk
pod patronatem Prezesa Głównego Urzędu Miar

Tematyka seminarium obejmuje szerokie spektrum zagadnień, w tym:

1. Metody określania niepewności: metoda ścisła, metody zalecane przez Przewodnik, i inne metody przybliżone,
2. Zagadnienia ogólne związane z filozofią pomiaru i elementami statystyki matematycznej; hipotezy o rozkładach prawdopodobieństwa zmiennych wejściowych,
3. Obliczanie niepewności w pomiarach najwyższej dokładności, w złożonych pomiarach wielkości fizycznych stałych w czasie i w systemach pomiarowych, przy wzorcowaniu i adiustacji,
4. Oprogramowanie do obliczania niepewności,
5. Przykłady określania niepewności,
6. Zagadnienia prawne związane z obliczaniem niepewności,
7. Terminologia i symbolika w zagadnieniach niepewności.

Miejsce obrad: Międzyzdroje, Hotel „Rybak”.

Pełny koszt pobytu i udziału w Seminarium wynosi 350 zł w pokoju 2-osobowym i 380 zł w pokoju 1-osobowym.

Zgłoszenia prosimy kierować na adres **dr inż. Stanisław Moskowicz**: e-mail: smoskow@ps.pl

10th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics

30 August - 2 September 2004, Międzyzdroje, Poland

Organized by
Institute of Control Engineering, Technical University of Szczecin

Main Topics:

1. Control and system theory
2. Control engineering
3. Control and networks
4. Robotics
5. Identification and measurements
6. Modeling, computing and simulation
7. Integration in manufacturing
8. Fault detection and analysis
9. Artificial intelligence

The official language of the Conference is English.

The Local Organizing Committee has arranged a special conference discount accommodation at Hotels in Międzyzdroje for those participants of MMAR 2004 and accompanying persons who will book their stay through the Organizing Committee.

Payment: US\$ 300 for IEEE Members, US\$ 375 for Non-Members, US\$ 230 reduced rate for participants from Eastern European, developing countries and students

Secretariat Address:

MMAR 2004 Conference Secretariat
Institute of Control Engineering, Technical University of Szczecin
Sikorskiego 37, 70-313 Szczecin, Poland
Phone: +48 91 4494723, Fax: +48 91 4494153
E-mail: mmar@we.ps.pl <http://www.mmar.ps.pl>