

Andrzej RYLSKI

ZAKŁAD METROLOGII I SYSTEMÓW POMIAROWYCH, POLITECHNIKA RZESZOWSKA

Ocena dokładności identyfikacji asymetrii źródeł ciepła w obiekcie biologicznym

Dr inż. Andrzej RYLSKI

Ukończył studia w 1974 r. na wydziale Elektroniki Politechniki Wrocławskiej. W 1986 r. uzyskał stopień doktora w Instytucie Metrologii Politechniki Wrocławskiej. Od roku 1989 jest adiunktem w Zakładzie Metrologii i Systemów Pomiarowych Politechniki Rzeszowskiej. Praca naukowa dotyczy wyodrębnienia informacji o właściwościach obiektów technicznych i biologicznych zawartej w ich polach temperatur co opisał w pracy doktorskiej, 8 publikacjach, 3 raportach oraz analizy metrologicznej wybranych zagadnień technicznych i dydaktycznych co przedstawił w 9 publikacjach. Jest autorem 3 skryptów oraz współautorem 3 wdrożeń do produkcji urządzeń elektronicznych i jednego patentu.



Streszczenie

W artykule opisano metodę analizy pola termicznego obiektu biologicznego do określenia różnic właściwości fizycznych jego mięśni w diagnostyce skolioz, przedstawiono wpływ dyskretyzacji zmiennych funkcji ciągłej na dokładność informacji zawartej w jej wartości chwilowej, oraz sposób jej poprawienia przez synchronizowanie kroku dyskretyzacji wartości zmiennej niezależnej z przyrostem wartości funkcji.

Abstract

The article describes a method of biological object thermal field analysis for the muscle physical property difference determination in scoliosis diagnosis. Influence of the quantized independent variable of continuous function on information contained in its temporary values, as well as manner of its improvement by synchronising of the discretization step of independent variable according to function increment value are presented.

Słowa kluczowe: Termowizja, skolioza, modelowanie numeryczne

Keywords: Thermography, Scoliosis, numeric modeling

1. Wprowadzenie

Kręgosłup jest osiową strukturą organizmu człowieka, która spełnia kilka istotnych funkcji. Problemem medycznym jest występowanie jego skrzywień. W literaturze podawane są różne przyczyny tego schorzenia [1] np.:

- wrodzone - około 15% przypadków,
- idiopatyczne - asymetria napięcia, siły i pobudliwości mięśni, wtórne zaburzenia wzrostowe kręgów, stanowią one około 80-90% schorzeń i inne.

Bezpośrednią przyczyną skolioz są:

- przykurcze mięśni przywodzicieli biodra lewego, mięśnia mostkowo-obojęczykowo-sutkowego, skośne ustawienie miednicy, deformacja stóp,
- wiotkość ogólnotkankowa i wiele innych.

Statyka jak i dynamika kręgosłupa jest nierozdzielnie związana z mięśniami, które są elementami wykonawczymi systemu sterowania (układu nerwowego).

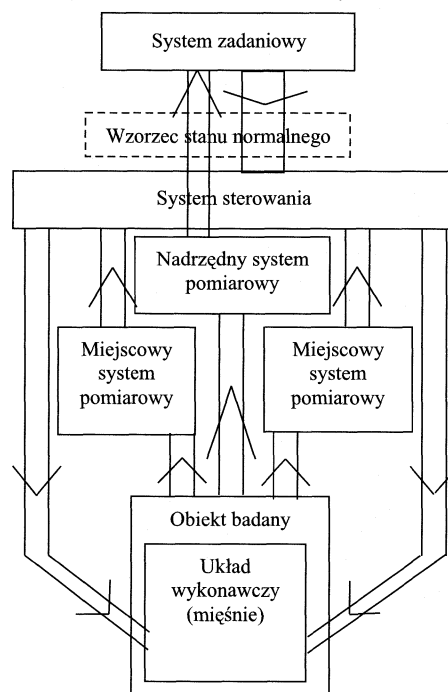
2. System sterowania

Na rys. 1 przedstawiam blokowo sposób sterowania pracą mięśni. Można wyróżnić dwa systemy zbierania informacji o stanie zespołów mięśni:

- 1 system miejscowy, który monitoruje stan mięśnia (elementu wykonawczego) w sposób bezpośredni, wysyłając informację do systemu sterowania o jego możliwości zwiększenia siły działania, a w przypadku przekroczenia wartości granicznej, wysyła sygnał alarmowy (w odczuciu człowieka ból), który powoduje,

że system sterowania odłącza sterowanie od kilku zespołów mięśni z nim związanych oraz

- 2 system zadaniowy, centralny, który kontroluje jakościowy wynik działania, zbiera informację przez sensory wzrokowe, słuchowe, zapachowe, termiczne, dotykowe, powodując pobudzenie systemu sterowania do odpowiedniego działania oraz przyjmuje informację w przypadku bardzo silnego sygnału alarmowego powodując odciążenie wydzielonego bloku mięśni. Przy bardzo silnych bodźcach alarmowych następuje zaburzenie pracy wszystkich układów mięśniowych.



Rys. 1. Schemat sterowania pracą mięśni

Praca mięśni powoduje wzrost energii cieplnej wytwarzanej przez mięśnie i tym samym wzrost ich temperatury. Nadmiar energii cieplnej odprowadzany jest przez tkankę tłuszczową, skórę, ubranie do otoczenia. Diagnostyka termowizyjna obrazująca rozkład temperatury na powierzchni tułowia oraz modele matematyczne i numeryczne powinny pomóc w ocenie właściwości fizycznych poszczególnych zespołów mięśni i leczeniu pacjentów.

W diagnostyce różnych schorzeń [2] wykorzystuje się termowizyjne urządzenia analizujące rozkład temperatury na powierzchni ciała np. w badaniu dostępu naczyniowego u hemodializowanych pacjentów [3]. Jest to metoda bez inwazyjna, bezpieczna i nie uciążliwa dla pacjenta.

3. Diagnostyka termowizyjna

W artykule „Metrologiczna identyfikacja wad metodą cieplną” przedstawiłem wyniki doświadczeń w defektoskopii cieplnej, polegających na wymuszeniu przepływu strumienia ciepła przez łopatkę turbiny sprężarki silnika GTD 350 i pomiarze pola temperatury na jej powierzchni kamerą termowizyjną AGA750 [4]. Metoda ta w analizowanym przypadku charakteryzuje się dużą czułością wykrywania wad powierzchniowych i podpowierzchniowych z możliwością ich rozróżnienia. Wady te mają postać

pęknięć o szerokości $\sim 4 \mu\text{m}$ lub wtrąceń, pęcherzy odlewniczych o średnicy $\sim 40 \mu\text{m}$.

Termowizyjny pomiar temperatury polega na pomiarze natężenia promieniowania E powierzchni obiektu, które jest związane z temperaturą T wzorem (1) Stefana-Boltzmann [5]

$$E = \varepsilon \cdot C_0 \cdot \left(\frac{T}{100}\right)^4 \quad (1)$$

ε - współczynnik emisyjności

C_0 - $5,76 \text{ [W/m}^2\text{K}^4]$ - techniczna stała promieniowania ciała doskonale czarnego

Wyznaczenie temperatury tą metodą obciążone jest błędami:

- pomiaru natężenia promieniowania E (dla AGA 750, $\delta E = \pm 5\%$ wartości zakresu),
- współczynnika promieniowania ε , ($\delta \varepsilon = \pm 1\%$),
- stałej technicznej promieniowania C_0 , ($\delta C_0 = \pm 0,2\%$).

Błąd całkowity pomiaru temperatury można obliczyć w sposób przybliżony metodą różniczki zupełnej (2)

$$\delta T = \frac{1}{4} \cdot (\delta E + \delta \varepsilon + \delta C_0) \quad (2)$$

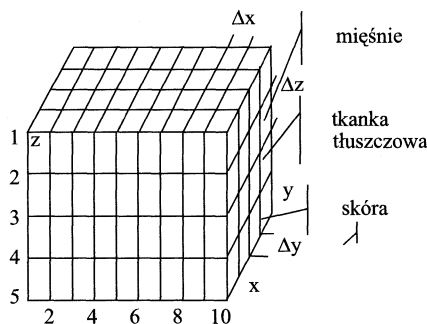
Wartość tego błędu w doświadczeniu wyniosła $\delta T = \pm 1,55\%$, wartości ustawionego zakresu pomiarowego przyrządu.

Sam pomiar różnicy temperatury na powierzchni badanego obiektu nie wystarcza do określenia parametrów wady. Sprzęgnięcie wyników pomiaru rozkładu pola z modelem matematycznym i numerycznym przeprowadzonego badania pozwala na obliczenie położenia w przestrzeni i wielkości wady, przy założeniach określających właściwości cieplne obiektu i wady.

4. Model matematyczny i numeryczny

Przepływ strumienia ciepła opisuje Staniszewski [5], a Collatz [6] przedstawił model matematyczny i sposób jego rozwiązania za pomocą różnic skończonych.

Model matematyczny składa się z układu czterech równań [7], według których oblicza się temperaturę w węzle obliczeniowym o współrzędnych x, y, z rys. 2 dla czasu $\tau_n = n \cdot \Delta\tau$, uwzględniając wyniki obliczeń z poprzedniego kroku czasowego $\tau_{n-1} = (n-1) \cdot \Delta\tau$.



Rys. 2. Model badanego obiektu

Dla elementów wewnętrznych, obliczenia temperatury przeprowadza się według wzorów (3, 4, 5, 6).

$$T(x, y, z, n \cdot \Delta\tau) = T(x, y, z, (n-1) \cdot \Delta\tau) + \Delta\tau \cdot \left[a(T_{n-1}) \cdot \nabla(T_{n-1}) + \frac{a(T_{n-1})}{\lambda(T_{n-1})} \cdot \frac{\Delta\lambda(T_{n-1})}{\Delta T} \cdot \sum_{n=x,y,z} \left(\frac{dT_{n-1}}{dn} \right)^2 \right] \quad (3)$$

a - współczynnik materiałowy

T - temperatura [K]

t - czas [s]

Wymiana energii cieplnej pomiędzy skórą a otoczeniem odbywa się głównie przez promieniowanie, wówczas temperaturę elementów powierzchni można obliczyć według wzoru (4)

$$T(x, y, 1, (n-1) \cdot \Delta\tau) = \frac{\Delta z \cdot \alpha \cdot T_o + \lambda(T_{n-1})}{\Delta z \cdot \alpha + \lambda(T_{n-1})} \quad (4)$$

gdzie:

Dz - najmniejsza odległość pomiędzy punktami obliczeniowymi modelu w kierunku osi z

$T_o = 295 \text{ K}$ - temperatura medium stykającego się z modelem od strony przekroju $x, y, z=1$

Przekrój 5 modelu stanowi zewnętrzną ścianę o właściwościach identycznych jak mięśnie z którymi się styka, która ma zadaną temperaturę $T(x, y, 5)$ (5)

$$T(x, y, 5) = \begin{cases} x=1-10, y=1,2,4,5: T=309\text{K} \\ x=1,2,9,10, y=3: T=309\text{K} \\ x=3-8, y=3: T=311\text{K} \end{cases} \quad (5)$$

Temperatura ścian bocznych modelu oraz pomiędzy podstawą modelu, a kolejnym przekrojem (przekrój 2) oraz ostatnim przekrojem i poprzedzającym (przekrój 4) jest obliczana równaniem opisującym przewodzenie ciepła pomiędzy dwoma strukturami (6).

$$T(x, y, 2, n \cdot \Delta\tau) = \frac{\lambda_1 T(x, y, 1, (n-1) \cdot \Delta\tau) + \lambda_2 T(x, y, 3, (n-1) \cdot \Delta\tau)}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (6)$$

λ_1, λ_2 - współczynniki przewodności cieplnej struktur pomiędzy którymi następuje wymiana ciepła

Ponieważ obliczenia modelu przepływu ciepła są funkcją czasu i powtarza się je wielokrotnie (dla tego przykładu 25 razy) z przyjętą dyskretyzacją czasu, to wpływ błędnego określenia wartości współczynników, może zaburzać znacznie wynik obliczeń.

5. Zakłócenie wartości funkcji wynikające z niepewności wyznaczenia jej zmiennej niezależnej

Zmienna niezależna „ x ”, w dowolnej funkcji, jest wyznaczana zwykle na podstawie pomiarów, posiada więc pewną niepewność pomiaru, z którą należy się liczyć i znać jej sposób rozprzestrzeniania się dla różnych wartości zmiennej x i dla różnych funkcji. W tabelicy 1 podaję wzory przybliżone do obliczenia niepewności podstawowych funkcji dla danej niepewności zmiennej niezależnej oraz wzory pozwalające na obliczenie wielkości błędu tego przybliżenia.

Dla każdej innej funkcji należy indywidualnie obliczyć ten wpływ. Sposób rozwiązania tego problemu przedstawię na przykładzie funkcji „ $\cos x$ ”, która jest funkcją okresową i parzystą co pozwala w sposób dość prosty przedstawić rozwiązanie graficznie.

Tablica 1. Tablica wzorów do obliczenia niepewności funkcji i błędu tego obliczenia

Funkcja $y=$	Δy przybliżona niepewność funkcji y	Δy błąd przybliżenia
$\sin x$	$\pm \Delta x \cdot \cos x$	$-\frac{1}{2} \cdot \Delta x^2 \cdot \sin x$
$\cos x$	$\pm \Delta x \cdot \sin x$	$-\frac{1}{2} \cdot \Delta x^2 \cdot \cos x$
$a \cdot x$	$\pm a \cdot \Delta x$	0
$a \cdot x^2$	$\pm 2 \cdot a \cdot x \cdot \Delta x$	$a \cdot \Delta x^2$
e^x	$\mp e^x \cdot \Delta x$	$\frac{1}{2} \cdot e^x \cdot \Delta x^2$
$\ln X $	$\mp \frac{1}{x} \Delta x$	$-\frac{1}{2 \cdot x^2} \cdot \Delta x^2$

Wartość zmierzona x jest obciążona niepewnością pomiaru $\pm \Delta x$, zatem niepewność wyznaczenia funkcji $\cos x$ można obliczyć ze wzoru (7, 8)

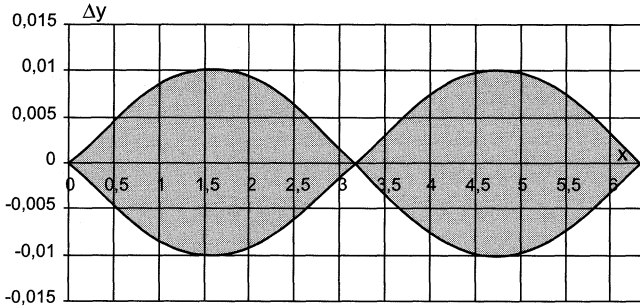
$$\Delta y = \cos x - \cos(x \pm \Delta x) \quad (7)$$

$$\Delta y = \begin{cases} \cos x - \cos x \cdot \cos \Delta x + \sin x \cdot \sin \Delta x \\ \cos x - \cos x \cdot \cos \Delta x - \sin x \cdot \sin \Delta x \end{cases} \quad (8)$$

Niepewność funkcji $y=f(x)$ wynikająca z niepewności wyznaczenia zmiennej niezależnej x jest bardzo zbliżona do funkcji obliczonej metodą różniczki zupełnej (9)

$$\Delta y = \frac{\partial f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_i)}{\partial x_1, \partial x_2, \partial x_3, \dots, \partial x_i} \Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_i \cong \pm \Delta x \cdot \sin x \quad (9)$$

Przedział niepewności wartości funkcji $\cos(x \pm \Delta x)$ dla niepewności $\Delta x = \pm 0,01$ przedstawia rys. 3.

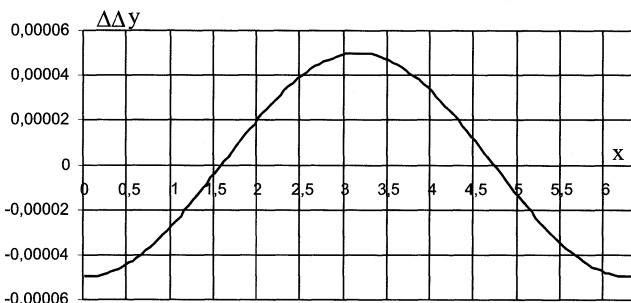


Rys. 3. Wykresy błędów bezwzględnych wartości funkcji $y=\cos x$ w zależności od wartości zmiennej niezależnej x obarczonej niepewnością $\Delta x = \pm 0,01$

Wartość poprawna znajduje się w przedziale wartości ograniczonym dwoma sinusoidami przesuniętymi względem siebie o π , których wartość ekstremalna wynosi $\Delta y(x=\pi/2) = \Delta x \cdot \sin x$ $\Delta x = \pm 0,01$.

Obliczona w sposób przybliżony niepewność obarczona jest błędem przybliżenia (10), rys. 4

$$\begin{aligned} \Delta \Delta y &= \pm \Delta x \cdot \sin x - \cos x - \cos(x \pm \Delta x) = \\ &\cong -\frac{1}{2} \cdot \Delta x^2 \cdot \cos x \end{aligned} \quad (10)$$

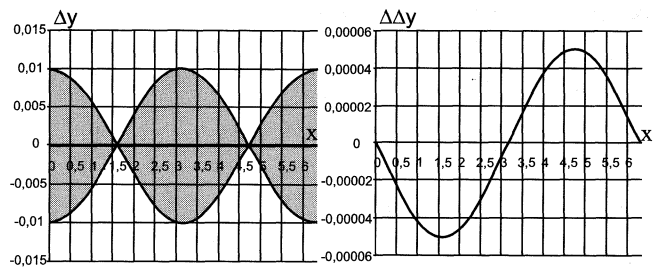


Rys. 4. Wykres błędów bezwzględnych wartości granic niepewności obliczonej metodą różniczki zupełnej funkcji $y=\cos x$ w zależności od wartości zmiennej niezależnej x obarczonej niepewnością $\Delta x = \pm 0,01$

Niepewności funkcji trygonometrycznych obliczone wzorami przybliżonymi są większe od wartości prawdziwych, dlatego błąd przybliżenia jest ujemny. Na rys. 5 są wykresy zmienności niepewności funkcji i obok wykres błędu obliczenia jej wzorem przybliżonym.

Największa wartość niepewności danej funkcji trygonometrycznej sinus lub cosinus występuje dla ich wartości w pobliżu ich zera i wynika z właściwości przybliżonej metody różnic skończonych obliczenia niepewności wartości funkcji.

Zastosowanie do obliczenia niepewności wartości funkcji wzorów przybliżonych z metody różniczki zupełnej jest obarczone małym błędem, który można w wielu przypadkach pominąć. W pomiarach precyzyjnych obliczenie niepewności wartości funkcji należy wykonywać wzorami dokładnymi.

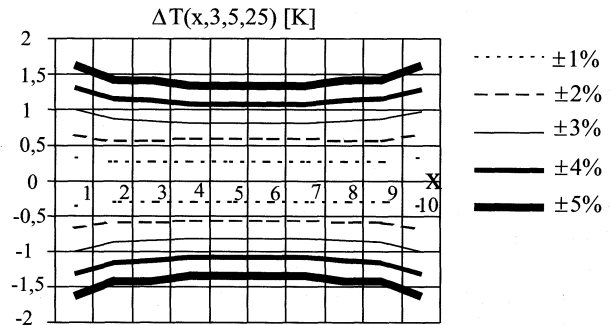


Rys. 5. Wykresy niepewności funkcji i błędu jej obliczenia wzorem przybliżonym gdy niepewność zmiennej niezależnej wynosi $\Delta x = 0,01$ dla funkcji: $y = \sin x$

Z przeprowadzonej analizy wynika, że metoda różniczki zupełnej jest wystarczająco dokładnym narzędziem dla celów niniejszych badań.

5.1. Wpływ błędów współczynników w obliczeniach modelu numerycznego

Ten problem został przeanalizowany w artykule „Propagacja błędów w obliczeniach pól temperatur” [7]. Analiza dotyczy obliczenia błędu całkowitego zmian temperatury w węzłach $x=1,2,3 \dots 10, y=3, z=5, \tau=25$ s odpowiadających zmianom współczynników od 1% do 5%. Na rys. 6 przedstawiono wyniki tych obliczeń.



Rys. 6. Rozprzestrzenienie się błędów $\Delta T=f(x=1, 2, \dots, 10, y=3, z=5, \tau=25)$ na powierzchni obiektu dla współrzędnych $x=1$ do $10, y=3, z=5$, dla błędów współczynników (1, 2, 3, 4, 5)%

Nieznamość rzeczywistej wartości współczynników występujących w równaniach jest spowodowana nie tylko dokładnością pomiaru tych współczynników ale również tym, że ich wartość zależy od: temperatury i wilgotności powietrza. Ponieważ analizowany model dotyczy wycinka organizmu żywego, to do czynników wpływających na wartość współczynników dochodzą jeszcze właściwości indywidualne organizmu: stan zdrowia, wrażliwość psychiczna, sposób odżywiania, pora dnia itd. Dlatego w obliczeniach uwzględniono wpływ większej niepewności współczynników równań opisujących model (do $\delta = 5\%$). Wykresy wskazują na to, że oddziaływanie niepewności wartości współczynników na granicach modelu są większe i osiągają wartość około 1,7 K dla $\delta = 5\%$ zmiany współczynników równań modelu, co stanowi 0,57% wartości temperatury na powierzchni modelu, której wartość wynosi około 299 K. W środkowej części modelu oddziaływanie zmiany współczynników równań jest słabsze i wynosi 1,3 K co stanowi około 0,44% wartości temperatury powierzchni.

Analiza numeryczna modelu będzie dokładniejsza w przypadku porównania obrazów obliczonych dla dwóch różnych warunków przepływu strumienia ciepła ze względu na odjęcie się stałych składników błędów oraz przez wprowadzenie synchronicznej dyskretyzacji zmiennych w modelu matematycznym funkcji, która zmniejsza błędy przybliżeń.

6. Synchroniczna dyskretyzacja zmiennych

Wartość funkcji mierzonej lub obliczonej jest zawsze zapisywana jako liczba o skończonej długości w której ostatnia cyfra jest zaokrąglana z zachowaniem przyjętych zasad zaokrąglania. Dla danej sekwencji wyników obliczeń lub pomiarów stosuje się te same zasady. Jeżeli dobioreń krok zmiennej niezależnej tak, że uzyskane wyniki danej funkcji będą liczbami nie wymagającymi zaokrągleń, to wówczas błąd zaokrąglania jest całkowicie eliminowany. To jest sytuacja idealna, w pozostałych przypadkach, zaokrąglanie obliczonej wartości funkcji i wynikające z niego błędy zaokrąglania będą mniejsze. Najkorzystniejszy krok dyskretyzacji dla zmiennej niezależnej zapewniający stałą wartość błędu bezwzględnego wartości zmiennej zależnej można obliczyć wzorem (7).

$$\Delta x = \begin{cases} f^{-1}(y_i + \Delta y_i) - f^{-1}(y_i) \\ f^{-1}(y_i - \Delta y_i) - f^{-1}(y_i) \end{cases} \quad (7)$$

Wartość kroku Δx może się zmieniać w funkcji wartości y dla stałej wartości Δy .

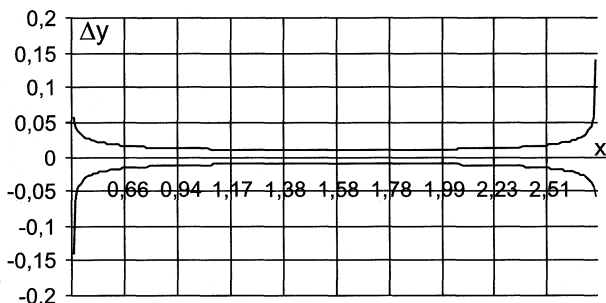
Kontynuując z rozdziału 5, jako wygodną do przedstawienia graficznego, analizę tego zagadnienia dla funkcji $y = \cos x$, dyskretyzacja zmiennej x powinna być zrealizowana zgodnie ze wzorem (8).

$$\Delta x_i = \begin{cases} \arccos \cos(y_i - \Delta y) - \arccos y_i \\ \arccos \cos(y_i + \Delta y) - \arccos y_i \end{cases} \quad (8)$$

Dla uproszczenia analizy proponuję przyjąć za zmienną niezależną również zmienną x_i (9).

$$\Delta x_i = \begin{cases} \arccos(\cos x_i - \Delta y) - x_i \\ \arccos(\cos x_i + \Delta y) - x_i \end{cases} \quad (9)$$

Na rys. 7 przedstawiłem wykres zmiany wartości dyskretyzacji Δx zmiennej x w celu uzyskania stałej wartości niepewności $\Delta y = \pm 0,01$ przybliżenia wartości funkcji $y = \cos x$, w funkcji zmiennej x . Analizując ten wykres można zauważyć, że jest potrzebne wprowadzenie nie tylko synchronizacji zmiany wartości dyskretyzacji w funkcji zmiennej x , ale również uwzględnienie innej dyskretyzacji dla $+\Delta x$ i $-\Delta x$. Z tego wynika konieczność indywidualnego liczenia wartości funkcji zarówno dla wartości rosnących jak i dla wartości malejących.



Rys. 7. Wykres zmiany dyskretyzacji Δx zmiennej niezależnej x dla uzyskania stałej wartości niepewności zaokrąglenia $\Delta y = 0,01$ funkcji $y = \cos x$, w funkcji zmiennej x

Zastosowanie dyskretyzacji zmiennej niezależnej synchronicznej do dyskretyzacji wartości funkcji zmniejsza znacznie błąd dyskretyzacji.

7. Podsumowanie

1. Analiza metrologiczna pomiaru przeprowadzona metodą przybliżoną różniczką zupełną wykazała jego błąd na poziomie do 1,7 K.

2. Jeżeli przyjmie się, że błędy związane z rozdzielczością i zakłóceniami mają charakter przypadkowy, natomiast pozostałe błędy są znane, powtarzalne w danym momencie czasu i w danym miejscu pomiaru, to analiza różnic temperatur obrazu termicznego jest na poziomie rozdzielczości kamery termowizyjnej (0,1 K).
3. Przeprowadzone doświadczenia oraz wspomagające modelowanie matematyczne i numeryczne wykazuje możliwość wykorzystania obrazów pól temperatur obiektów rzeczywistych oraz ich modeli matematycznych i numerycznych do analizy przyczyn zaburzeń pracy poszczególnych zespołów mięśni.
4. Analizę pola termicznego obiektu biologicznego można wykonać do określenia położenia i temperatury jego mięśni co wymaga specjalnego programu badania [8] ze względu na to, że leżą pod skórą, lub pod innymi jeszcze warstwami.
5. Celem tego pomiaru jest rozpoznawanie zaburzeń w pracy mięśni szkieletowych prowadzących do różnego typu skolioz.

Jeżeli będzie możliwe określenie położenia mięśnia, zespołu mięśni odpowiedzialnych za asymetrię układu sił oddziaływujących na kręgosłup to będzie możliwe przeciwdziałanie najbliższej pośredniej lub nawet często bezpośredniej przyczynie skoliozy.

Literatura

- [1] T. Karski: Skoliozy tzw. idiopatyczne. Lublin 2000.
- [2] A. Nowakowski: Postępy termografii - aplikacje medyczne. Wydawnictwo Gdańskie, 2001.
- [3] J. Korohoda, J. Krawentek, J. Pitryk, K. Zachwieja: Zastosowanie termografii statycznej do badania dostępu naczyniowego u hemodializowanych pacjentów, IV Symposium Modelowanie i pomiary w medycynie maj 2002, AGH Kraków 2002.
- [4] A. Rylski: Metrologiczna identyfikacja wad metodą cieplną. Zeszyt Naukowy Politechniki Rzeszowskiej nr 99, seria Elektrotechnika z.11/1992.
- [5] B. Staniszewski: Wymiana ciepła, podstawy teoretyczne, PWN Warszawa 1980.
- [6] L. Collatz: Metody numeryczne rozwiązywania równań różniczkowych. PWN, Warszawa 1960.
- [7] A. Rylski, B. Rylski: Propagacja błędów w obliczeniach pól temperatur, materiały IV Symposium Modelowanie i Pomiary w Medycynie, 13-17 maj 2002 r., Wydawnictwo Zakładu Metrologii AGH 2002.
- [8] A. Rylski: Inteligentny przetwornik do wyznaczania temperatury mięśni - model matematyczny, materiały konferencyjne XXIX Międzyuczelnianej Konferencji Metrologów MKM'97, tom II, Lublin 1997.

Title: Accuracy evaluation of the identification of heat source asymmetry in biological object model