

**DOBROŚLAWA SOCHOCKA**  
 GŁÓWNY URZĄD MIAR, WARSZAWA

## Badania przebiegu quasi-stałego napięcia elektrycznego w funkcji czasu w procedurze wzorcowania źródła opartego na diodach Zenera

### Streszczenie

*W pracy opisano wielkości charakteryzujące przebieg napięcia elektrycznego w funkcji czasu źródeł wykorzystujących diody Zenera oraz sposób wyznaczania tych wielkości. Przeprowadzona analiza pozwala na wybór kryterium i metody szacowania niepewności metodą statystyczną w procedurze wzorcowania źródeł z diodami Zenera. Charakteryzują się one rozkładem napięcia w funkcji czasu pomiaru wskazującym na istnienie szumu typu 1/f o niskiej częstotliwości. Do analizy przebiegu napięcia wykorzystano odchylenie standardowe wartości średniej dla różnej liczby pomiarów i odchylenie Allana dla różnych przedziałów czasu próbkowania. Wyznaczono również rozkłady średnich wartości napięć w różnych przedziałach próbkowania w funkcji czasu pomiaru.*

### Abstract

*The paper includes the quantities characterising the voltage versus time function of the Zener diode-based standard as well as the methods of calculation these quantities. An analysis presented in the paper enables to choose of the method of the estimation of uncertainty by statistical way. Zener diode-based standard is characterised by the measured voltage vs. time function indicating the existence of the low frequency noise type 1/f. The Allan deviation was used as the best quantity for uncertainty estimate of Zener standards.*

### WPROWADZENIE

Odchylenie standardowe średniej wartości wielkości mierzonej jest odpowiednią wielkością charakteryzującą niepewność szacowaną metodą statystyczną tylko wówczas, gdy wyniki uzyskiwane w kolejnych odstępach czasu są od siebie niezależne. W przypadku jednak istnienia korelacji wyników zwiększanie liczby pomiarów nie zwiększa w sposób istotny dokładności pomiarów a odchylenie standardowe średniej nie jest właściwym kryterium oceny niepewności typu A. Nawet przy stwierdzeniu rozkładu normalnego wyników pomiaru odchylenie standardowe średniej jako stosunek odchylenia standardowego eksperymentalnego (próbki) do pierwiastka kwadratowego z liczby pomiarów nie stanowi właściwej miary niepewności, jeśli istnieje korelacja wyników pomiaru. W przypadku wzorcowania źródeł napięcia opartych na diodach Zenera, mamy zazwyczaj do czynienia z rozkładem wyników pomiarów w funkcji czasu charakterystycznym dla szumu typu 1/f tzn. rozkładem okresowo zmiennym o małej częstotliwości zmian nie większej niż 0,05 Hz. Wówczas przy szacowaniu niepewności typu A pomiarów najbardziej

miarodajną wielkością reprezentującą taki rozkład jest odchylenie Allana. Podane i omówione w pracy wyniki obliczeń dotyczą i są oparte na pomiarach napięcia wzorca wtórnego (Zenera) uzyskanych w procedurze ich wzorcowania w bezpośrednim porównaniu z wzorcem pierwotnym napięcia (Josephsona). Wyznaczone z obliczeń wielkości takie jak odchylenie standardowe średniej dla różnych liczb pomiarów oraz odchylenie Allana dla różnych przedziałów czasu próbkowania zostały wykorzystane jako kryteria oceny rozkładu wyników w funkcji czasu. Do analizy charakterystyki rozkładu napięcia elektrycznego wzorca w funkcji czasu wykorzystano wyniki 5-ciu pojedynczych pomiarów wybranego jednego wzorca Zenera, wykonanych w ciągu jednego dnia w okresie czasu 90 minut. Na pojedynczy pomiar składa się 40 odczytów, do obliczeń wykorzystano 200 odczytów wartości napięcia. Praca jest pierwszą z zaplanowanych w Głównym Urzędzie Miar prac z zakresu metod pomiaru wzorców napięcia elektrycznego. Podstawowym celem prezentowanego opracowania było potwierdzenie w pomiarach przeprowadzanych w GUM wyników wcześniejszych prac Międzynarodowego Biura Miar dotyczących zastosowania odchylenia Allana do obliczeń wyników pomiarów wielkości elektrycznych o przebiegu stałym. Przeprowadzona analiza potwierdziła dotychczasowe wyniki prac przeprowadzonych w BIPM. Zastosowanie odchylenia Allana pozwala na stwierdzenie, że pomiar napięcia elektrycznego wzorców wtórnych opartych na diodach Zenera jest obciążony zwiększoną niepewnością spowodowaną korelacją wyników pomiaru i szumem o niskiej częstotliwości charakterystycznym dla rozkładu wyników w funkcji czasu.

### OBLICZENIA WARTOŚCI ODCHYLENIA ALLANA

Obliczenia wartości odchylenia Allana na podstawie wyników pomiarów napięcia elektrycznego wzorca Zenera wykonano stosując następującą zależność:

gdzie:

$\sigma_y(\tau)$  – odchylenie Allana dla przedziału czasu próbkowania  $\tau$ , w którym uśredniano wartości napięcia wzorcowania uzyskane w kolejnych odczytach pojedynczych pomiarów.

$y_{k+1}(\tau)$  – wartość średnia napięcia wzorca w

$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{\frac{\sum [y_{k+1}(\tau) - y_k(\tau)]^2}{2 \cdot P_o}} \quad (1)$$

przedziale  $k+1$  okresu czasu o wartości  $\tau$

$y_k(\tau)$  – wartość średnia napięcia wzorca w przedziale  $k$  okresu czasu o wartości  $\tau$

$P_0$  – ilość przedziałów czasu  $k$  pomniejszona o jeden.

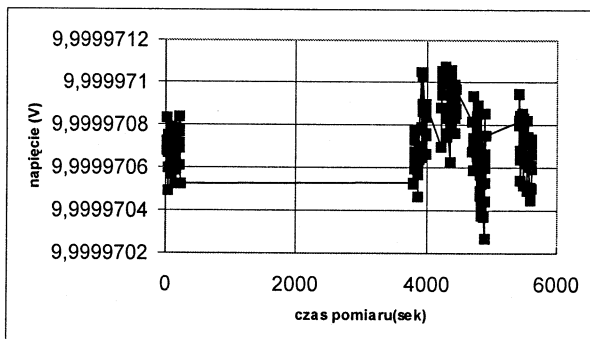
Przy wyznaczaniu odchylenia Allana dobierano przedziały czasu  $\tau$ , w których dokonywano uśredniania wartości napięcia kolejnych pojedynczych pomiarów, w taki sposób, aby były one równe i przylegały do siebie (tzn. aby czas odstępu między kolejnymi przedziałami był równy zeru). Przy zmianach przedziału czasu  $\tau$  stosowano stały mnożnik 2. Według tej zasady wykonano obliczenia dla następujących przedziałów czasu próbkowania: 0,05; 0,1; 0,2; 0,4, i 0,8 minuty.

Obliczono wartości odchylenia Allana dla 5-ciu przedziałów czasu próbkowania oraz 5-ciu pojedynczych pomiarów jak również wartości średnie tego odchylenia dla wszystkich pomiarów. Wyznaczono również średnie dla 5-ciu przedziałów czasu próbkowania wartości odchylenia Allana dla kolejnych pojedynczych pomiarów, jako wskaźnik miary niepewności szacowanej metodą statystyczną. Dla porównania obliczono też odchylenie Allana dla różnych przedziałów czasu próbkowania biorąc do obliczeń cały okres czasu przeprowadzenia wszystkich 5-ciu pojedynczych pomiarów.

## WYNIKI OBLICZEŃ

### Dane wyjściowe

Do obliczeń wykorzystano 40 odczytów wartości napięcia elektrycznego zarejestrowanych w procedurze wzorcowania wybranego źródła napięcia z diodą Zenera dla każdego z pięciu pojedynczych pomiarów wykonanych w ciągu jednego dnia. Wyznaczone w pomiarach wartości zostały skorygowane o napięcie offsetowe według danych zawartych w wydruku pomiaru. Poprawka ze względu na napięcie offsetowe uwzględniana jest w algorytmie NISTVolt wyznaczania wartości poprawnej pojedynczego pomiaru, stosowanym na stanowisku wzorca pierwotnego (Josephsona) w Głównym Urzędzie Miar. Skorygowane wartości napięcia obliczono zgodnie z algorytmem NISTVolt, wykorzystując funkcję regresji liniowej zmian napięcia offsetowego.



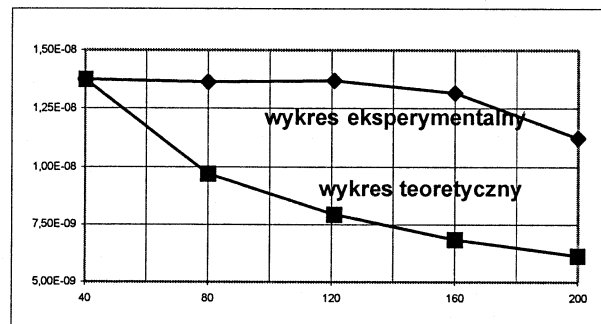
Rys.1 Przebieg napięcia wzorca Nr 6945010 skorygowanego o napięcie offsetowe w funkcji czasu dla 5-u pojedynczych pomiarów wykonanych w dniu 22.05.2001

Na rys. 1 pokazany jest przebieg skorygowanego napięcia elektrycznego w funkcji czasu dla wzorca Nr 6945010 z diodą Zenera, dla którego wyniki pomiarów wykorzystano w obliczeniach. Podane na wykresie wyniki

dotyczą 5-ciu kolejnych pojedynczych pomiarów wykonanych w okresie czasu 90 minut w dniu 22 maja 2001 roku. Jak widać z przebiegu napięcia podanego na rysunku 1, zakres zmian jego wartości nie przekracza  $1 \mu\text{V}$  w całym okresie przeprowadzania i rejestracji wyników, co stanowi  $1 \cdot 10^{-7}$  wartości względnej.

### Odchylenie standardowe wartości średniej

Odchylenie standardowe wartości średniej napięcia elektrycznego wzorca - będące stosunkiem odchylenia standardowego eksperymentalnego do pierwiastka kwadratowego z liczby pomiarów - jest wielkością charakteryzującą niepewność szacowaną metodą statystyczną. W warunkach powtarzalności pomiarów zwiększanie ich liczby zmniejsza odchylenie standardowe średniej. Wynika to z definicji tej wielkości. Jest to jednak możliwe tylko wówczas, gdy wyniki kolejnych pomiarów są wzajemnie niezależne i mają taki sam rozkład prawdopodobieństwa. Dla sprawdzenia czy ilość pomiarów ma wpływ na wartość odchylenia standardowego średniej w pomiarach, których wyniki przedstawiono na rys. 1, obliczono tę wielkość dla różnej liczby pomiarów uwarunkowanej liczbą pojedynczych pomiarów przyjętą w obliczeniach.



Rys. 2 Odchylenie standardowe średniej (V) w funkcji ilości odczytów napięcia dla 5 pojedynczych pomiarów.

Rys. 2 przedstawia wartości odchylenia standardowego średniej w funkcji liczby odczytów napięcia dla 5-ciu kolejnych pojedynczych pomiarów wzorca, wykonanych w okresie czasu 1,5 godziny. Przebieg zależności na rys. 2 wskazuje wyraźnie, że dla 3-ch pierwszych pojedynczych pomiarów wartość odchylenia standardowego średniej nie zmienia się, a wyraźne zmniejszenie tej wartości stwierdzono dopiero przy uwzględnieniu wszystkich 5-ciu pomiarów tzn. 200 odczytów. Jeśli przyjąć, że odchylenie standardowe eksperymentalne (próbki) jest stałe, to odchylenie standardowe eksperymentalne średniej powinno zmniejszać się wraz ze zwiększaniem ilości pomiarów jak  $k^{-0,5}$ , gdzie  $k$  jest krotnością liczby pomiarów. Na przykład przy czterokrotnym zwiększeniu liczby pomiarów odchylenie standardowe średniej powinno się teoretycznie zmniejszyć dwukrotnie. Natomiast wyniki obliczeń przedstawione na rys. 2 wyraźnie wskazują, że odchylenie standardowe dla czterokrotnie większej liczby pomiarów zmniejsza się zaledwie do wartości 0,95. Natomiast przy pięciokrotnie zwiększonej liczbie pomiarów, dla której stwierdzono istotne zmniejszenie odchylenia standardowego średniej, jego obliczona wartość zmniejsza się do poziomu 0,81,

przy czym teoretycznie powinna być mniejsza ponad dwukrotnie. Pokazuje to wyraźnie rys. 2, na którym podano dla porównania wykres stanowiący względny przebieg funkcji obliczonej przy założeniu stałej wartości odchylenia standardowego eksperymentalnego. Uzyskany wynik nie uwzględnia mało istotnej korekty ze względu na dryft napięcia w czasie kolejnych pojedynczych pomiarów.

### Odchylenie Allana w funkcji czasu przedziału próbkowania

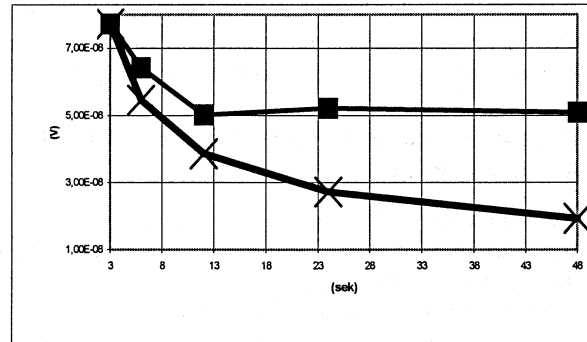
Analiza wyniku wzorcowania źródła napięcia elektrycznego z diodą Zenera, przedstawiona na rys. 2, pozwala na postawienie diagnozy, że wynik ten obarczony jest zwiększoną niepewnością uwarunkowaną jego korelacją i szumem małej częstotliwości typu  $1/f$ . W celu sprawdzenia ilościowego tego zjawiska obliczono i wyznaczono wartości odchylenia Allana dla różnych przedziałów czasu próbkowania (uśredniania). Analiza przebiegu takiej funkcji pozwala na ocenę charakteru rozkładu wyznaczonego napięcia wzorca w funkcji czasu i w konsekwencji wybór odpowiedniej metody szacowania niepewności pomiarów.

Przedziały próbkowania zmieniano stosując mnożnik 2, począwszy od najmniejszego, możliwego w zastosowanym układzie pomiarowym, przedziału czasu równego 0,05 minuty. Największym zastosowanym w obliczeniach przedziałem próbkowania był - ze względu na ograniczenia warunkami pomiarowymi - okres 0,8 minuty.

Do obliczenia wartości odchylenia Allana wykorzystano jako dane wejściowe wyniki pięciu pojedynczych pomiarów przedstawione na rys. 1, trzy różne metody obliczeń:

- uwzględniając pełne okresy czasu kolejnych pojedynczych pomiarów napięcia wzorca, biorąc również do obliczeń - wyznaczone z funkcji regresji liniowej - wartości napięcia w okresach przerw między kolejnymi seriami odczytów w każdym pojedynczym pomiarze,
- uwzględniając cały łączny okres czasu pięciu kolejnych pojedynczych pomiarów, biorąc do obliczeń wyłącznie wyznaczone w pomiarach wartości napięcia z pominięciem okresów przerw między kolejnymi seriami odczytów,
- biorąc pod uwagę wyłącznie dane pomiarowe wszystkich 20-tu serii odczytów w 5-ciu pojedynczych pomiarach uwzględniając tylko okresy czasu trwania pomiarów, pomijając okresy przerw,
- przy wykorzystaniu wszystkich pięciu pojedynczych pomiarów dzieląc na cztery równe części okres czasu ich trwania.

Na rys. 3 pokazana jest zależność średniego odchylenia Allana od przedziału czasu próbkowania. Dla porównania podano również na rys. 3 krzywą reprezentującą funkcję teoretyczną dla „szumu białego”. Funkcję tę wyznaczono z zależności proporcjonalnej do  $\tau^{0,5}$ , gdzie  $\tau$  jest czasem próbkowania. Wartości średnie odchylenia Allana wyznaczone zostały przy uwzględnieniu wyników uzyskanych wszystkimi opisanymi metodami. W tabeli 1 podano wyniki obliczeń.

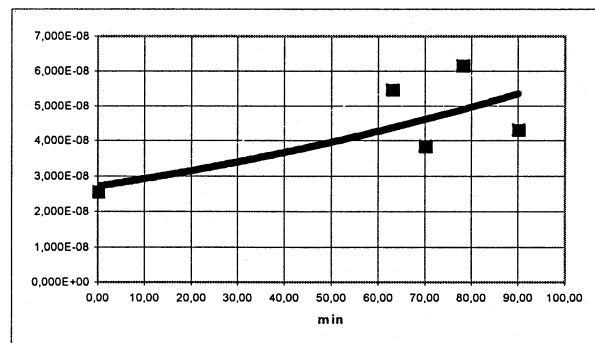


Rys.3 Zależność średniego odchylenia Allana od przedziału czasu próbkowania dla 5-ciu pojedynczych pomiarów napięcia wzorca Zenera (linia zaznaczona krzyżykami jest funkcją teoretyczną dla "szumu białego")

Tab. 1 Zależność logarytmu średniego odchylenia Allana od logarytmu przedziału czasu próbkowania

Przedział czasu próbkowania	Odchylenie Allana (V) obliczone metodą:			
	a	b	c oraz d	wartość średnia
0,05 minuty			7,71E-08	7,71E-08
0,1 minuty	5,35E-08	7,70E-08	6,23E-08	6,43E-08
0,2 minuty	3,80E-08	6,22E-08		5,01E-08
0,4 minuty	3,84E-08	6,61E-08		5,23E-08
0,8 minuty	3,87E-08	5,22E-08	6,20E-08	5,09E-08

Z wykresu podanego na rys. 3 wyraźnie widać, że począwszy od czasu próbkowania równego 12 sekund wartość odchylenia Allana nie zmienia się i wynosi średnio  $5,11E-08$  V. Dla czasu próbkowania krótszego wartość odchylenia Allana jest większa, ale jego przebieg nie jest zgodny z funkcją teoretyczną dla „szumu białego”. Można zatem przyjąć, że w zakresie czasu próbkowania poniżej 12 sek. układ pomiarowy z wzorcem Zenera charakteryzuje się szumem częściowo białym o wysokiej częstotliwości oraz częściowo szumem typu  $1/f$  o niskiej częstotliwości. Natomiast dla czasu próbkowania powyżej 12 sek. układ ten wykazuje wyłącznie szum o niskiej częstotliwości.



Rys. 4 Średnie dla 5-ciu przedziałów czasowych odchylenie Allana (V) w funkcji czasu rozpoczęcia kolejnego pojedynczego pomiaru (min)

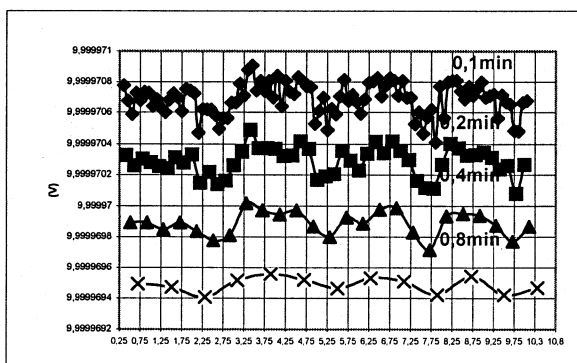
Wykres na rys. 4 pokazuje przebieg średniej dla wszystkich przedziałów czasu próbkowania wartości odchylenia Allana w funkcji czasu rozpoczęcia kolejnego pojedynczego pomiaru. Pokazana na rysunku linia regresji charakteryzuje tendencję zmian odchylenia Allana w

kolejnych pojedynczych pomiarach wzorca. Tendencja wzrostu tego odchylenia wskazuje na zmniejszanie się dokładności pomiaru w każdym kolejnym pomiarze.

### Przebieg uśrednionego napięcia wzorca w różnych przedziałach czasu

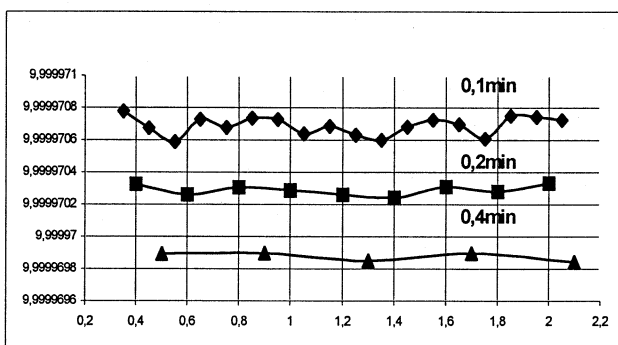
Analiza przebiegu uśrednionego napięcia wzorca w różnych przedziałach czasu próbkowania w funkcji czasu pomiaru pozwala na postawienie wniosków co do charakteru szumu w układzie pomiarowym.

Wykresy pokazane na rys.5 wyraźnie wskazują na istnienie szumu typu  $1/f$  o okresie jednego cyklu równym średnio ok. 2,5 minuty. W takim okresie czasu dokonywany jest w układzie wzorca Josephsona jeden pojedynczy pomiar. Natomiast wykresy pokazane na rys. 6



Rys. 5 Przebieg średniego w przedziałach czasu 0,1; 0,2; 0,4 i 0,8 min napięcia wzorca Nr 6945010

reprezentujące przebiegi uśrednionego napięcia wzorca tylko dla jednego pojedynczego pomiaru wskazują na szum typu  $1/f$  o okresie trwania jednego cyklu równym ok. 0,8 minuty. Jest to okres równy około połowy okresu efektywnego czasu (bez uwzględnienia przerw pomiędzy kolejnymi seriami odczytów wartości napięcia) pojedynczego pomiaru.



Rys. 6 Przebieg średniego w przedziałach czasu 0,1; 0,2 i 0,4 min napięcia wzorca Nr 6945010

Jednak szczegółowa analiza i interpretacja powyższych wyników będzie możliwa po wykonaniu obliczeń na podstawie większej liczby pomiarów. Prace w tym zakresie będą w dalszym ciągu prowadzone.

### PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Metoda oceny rodzaju szumu charakteryzującego sygnał wyjściowy wzorca Zenera polega na analizie rozkładu wyników pomiaru napięcia wzorca w funkcji czasu. Jeśli rozkład ten ma charakter zmian cyklicznych a odchylenie Allana nie zmienia się ze zmianą okresu czasu, w którym następuje uśrednianie wartości mierzonego napięcia wzorca, to mamy do czynienia z rozkładem charakterystycznym dla szumu typu  $1/f$ . Wówczas wielkością reprezentującą najlepiej rozrzut wyników jest odchylenie Allana. Odchylenie to jest zazwyczaj większe od odchylenia standardowego wartości średniej i ogranicza dokładność pomiarów w większym stopniu, niż w przypadku tzw. szumu białego. W przypadku zaprezentowanych w tym artykule wyników obliczeń średnie odchylenie standardowe średniej wartości napięcia wzorca jest około 2,5-krotnie mniejsze od średniego odchylenia Allana. Taki charakter rozkładu spowodowany jest korelacją wyników pojedynczych pomiarów uzyskanych w różnym czasie. Rozkładem takim charakteryzują się wzorce oparte na diodach Zenera, natomiast poszczególne ich egzemplarze mogą różnić się częstotliwością.

Wyniki analizy zaprezentowane w tym artykule potwierdzają powyższą tezę. Praca stanowi uzupełnienie i kontynuację badań prowadzonych w innych laboratoriach metrologicznych, a szczególnie w Międzynarodowym Biurze Miar, których wyniki [3] są zgodne z naszymi wynikami. Szczególnie dane dotyczące granicznej wartości czasu próbkowania, powyżej którego obserwuje się szum typu  $1/f$  charakterystyczny dla wzorców z diodami Zenera, uzyskane w BIPM i GUM są zgodne w obu laboratoriach.

### LITERATURA

1. New International Electrical Reference Standards Based on the Josephson and Quantum Hall Effects. B.N. Taylor and T.J. Witt, Metrologia 26, (1989), pages 47-62.
2. Operation of NIST Josephson Array Voltage Standards. C.A. Hamilton et al. Journal of Researches of the National Institute of Standards and Technology, vol. 95, pp. 219-235, June 1990.
3. Using power spectra and Allan variances to characterise the noise of Zener-diode voltage standards. T.J. Witt and D. Reymann, IEE Proc. Sci. Meas. & Technol. Vol. 147, No 4, July 2000.
4. Comparison of measurement values in the presence of low-frequency noise: minimum variance method. Helisto P., Seppä H., IEEE Trans. Instr. Meas., 2001, 50, 453-456.

Artykuł recenzowany.