

ANDRZEJ MUCIEK

POLITECHNIKA WROCLAWSKA

KATEDRA METROLOGII ELEKTRONICZNEJ I FOTONICZNEJ

System do komparacji wzorców indukcyjności oparty na pomiarach napięć

Streszczenie

Przedstawiono system do precyzyjnej komparacji wzorców indukcyjności oparty na metodzie trzech woltomierzy. Omówiono zasadę pracy systemu oraz sposób realizacji praktycznej. Wyprowadzono i przeanalizowano wzory pozwalające na ocenę niepewności komparacji. Określono optymalne warunki pracy układu dla poszczególnych stosunków porównywanych wzorców. Otrzymane wyniki wykazują, że analizowany układ pozwala, przy użyciu dostępnej na rynku aparatury, na komparację wzorców indukcyjności z niepewnością na poziomie lepszym niż 10 ppm w zakresie małych częstotliwości

Abstract

The system for inductance standard comparison based on the method of "three voltages" is presented. Operation of the system and its practical realisation is described. Uncertainty of comparison and choice of optimal comparison conditions are discussed. Practical examination and analysis shows that the presented system make it possible to compare inductance standards with uncertainty smaller than 10 ppm using the commercially available apparatus

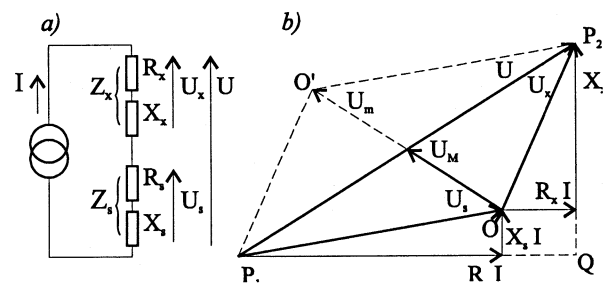
WPROWADZENIE

Precyzyjne pomiary indukcyjności własnej dokonywane są zwykle w układzie mostka Maxwella-Wiena. Praktyczne realizacje tego układu pozwalają na osiągnięcie dokładności pomiaru rzędu 0.01% w pełnym zakresie lub rzędu 10 ppm dla wybranych wartości indukcyjności i częstotliwości 1 kHz. Wadą układu jest "ręczna obsługa". Próby automatyzacji nie przyniosły pozytywnych rezultatów. Wynika to głównie z faktu, że wymaga on przełączników o bardzo wysokich parametrach, a te trudno sterować automatycznie. Dlatego podejmowane są próby opracowania systemu do pomiarów indukcyjności opartego na innych zasadach.

W artykule opisano układ oparty na pomiarze napięć. Produkowane obecnie woltomierze napięcia stałego posiadają takie parametry, że można osiągnąć dokładności pomiaru porównywalne z wynikami otrzymywanymi w mostkach pomiarowych. Ponadto układy te są znacznie lepiej dostosowane do automatyzacji. W artykule opisano system oparty na metodzie pomiarów napięć zwanej metodą "trzech woltomierzy". Określono optymalne warunki pomiaru. Osiągane dokładności pomiaru są rzędu 10 ppm.

ZASADA DZIAŁANIA SYSTEMU

Podstawowy schemat układu do komparacji impedancji metodą trzech woltomierzy przeznaczony do komparacji dwóch impedancji pokazano na rys. 1 a). Ten sam prąd sinusoidalny, $I = I_m e^{j\omega t}$, przepływa przez mierzoną impedancję $Z_x = R_x + jX_x$ oraz impedancję wzorcową $Z_s = R_s + jX_s$. Dla wyznaczenia relacji między impedancjami Z_x (R_x, X_x) oraz Z_s (R_s, X_s) mierzone są trzy napięcia $U_s = |U_s|$, napięcie na impedancji odniesienia; $U_x = |U_x|$, napięcie na impedancji mierzonej oraz $U = |U|$, napięcie na obu impedancjach. Schemat wektorowy mierzonych napięć pokazano na rys. 1 b).



Rys.1. Schemat metody trzech woltomierzy przeznaczony do komparacji impedancji: Z_x z impedancją Z_s ;

a) podstawowy, b) wektorowy.

Zależność szukanych parametrów R_x, X_x od parametrów wzorcowych R_s, X_s opisują równania [1]

$$\begin{cases} R_x = \alpha_B R_s - \alpha_A X_s \\ X_x = \alpha_A R_s + \alpha_B X_s \end{cases} \quad (1)$$

w których poszczególne parametry zdefiniowane są wzorami

$$\alpha_A = \frac{1}{2} \sqrt{[1 - (\alpha - \alpha_x)^2][(\alpha + \alpha_x)^2 - 1]}, \quad (2)$$

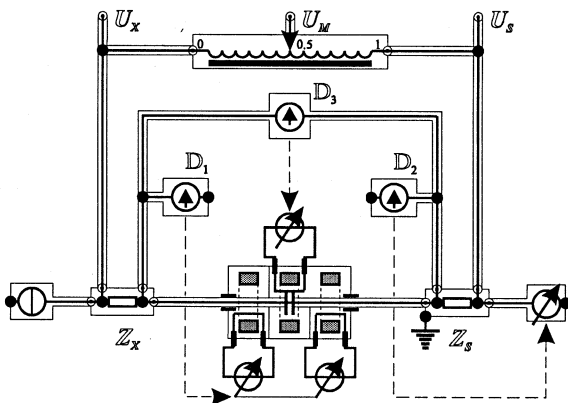
$$\alpha_B = (\alpha^2 - \alpha_x^2 - 1)/2. \quad (3)$$

Występujące tu wielkości α oraz α_x są względnymi napięciami zdefiniowanymi wzorami $\alpha = U/U_s$ oraz $\alpha_x = U_x/U_s$. Tak więc α_x i α są względnymi napięciami odniesionymi do napięcia U_s na impedancji wzorcowej Z_s . Warto tu zauważyć, że parametr α_A spełnia również ważną zależność $\alpha_A = 2A/U_s^2$, a więc jest proporcjonalny do powierzchni trójkąta P_1QP_2 . Analizując wzory (1) widać, że występuje tu pewna formalna analogia do mostków typu Wheatstone'a. Jednak współczynniki α_A oraz α_B są zależne od kwadratów napięć, co powoduje, że

niepewność pomiaru jest bardziej skomplikowaną funkcją niż ma to miejsce w klasycznych mostkach i większą rolę pełni tu optymalny dobór warunków pomiarów.

RZECZYWISTY UKŁAD POMIAROWY

Jak widać z poprzedniego punktu, zarówno zasada pracy układu jak i realizacja praktyczna jest stosunkowo prosta. Jednak układ ten posiada wady, które szczególnie w przypadku pomiarów dużej dokładności utrudniają zastosowanie. Przede wszystkim dla zapewnienia dużej dokładności pomiaru dwa podstawowe problemy muszą być rozwiązane. Pierwszy polega na tym, że jeden z punktów (Low) powinien być na potencjale masy – dla zapewnienia dużej dokładności pomiaru. W analizowanym układzie uziemiony jest punkt między komparowanymi impedancjami. Wtedy obie porównywane impedancje pracują zgodnie z definicją. Jednak napięcie U ma oba punkty na wysokim potencjale. Drugi problem polega na tym, że porównywane impedancje muszą być połączone przewodem. Napięcie na nieuniknionej impedancji pasozytniczej tego przewodu dodaje się do napięcia U co jest źródłem znacznych błędów pomiaru, szczególnie w przypadku komparacji małych impedancji, a głównie w takich przypadkach metoda trzech woltomierzy ma zastosowanie. Rozwiązanie obu problemów zaproponował Cabiati [1].



Rys.2. Praktyczny układ komparacji impedancji.

Na rys. 2 przedstawiono system zbudowany w oparciu o rozwiązanie Cabiatego [1,2]. Polega ono na włączeniu indukcyjnego dzielnika napięcia o stosunku podziału 2:1. Zamiast napięcia U mierzy się teraz napięcie U_M między odczepem transformatora i masą. Napięcie na impedancji pasozytniczej przewodu łączącego komparowane impedancje kompensuje się za pomocą specjalnych układów wstrzykiwania prądu [3,4]. Równania podstawowe (1) są takie same jak w układzie podstawowym z tą różnicą że parametry α_A oraz α_B określone są teraz wzorami

$$\alpha_B = (1 + \alpha_x^2 - \alpha_m^2)/2 \quad (4)$$

oraz

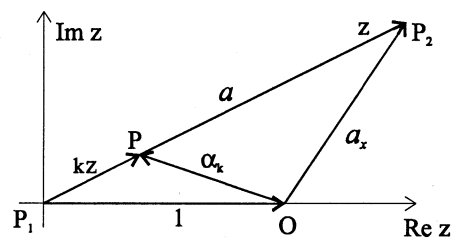
$$\alpha_A = \frac{1}{2} \sqrt{[1 - (\alpha_m - \alpha_x)^2] [(\alpha_m + \alpha_x)^2 - 1]}, \quad (5)$$

w których $\alpha_m = 2 \alpha_M = 2 U_M/U_s$. Zaletą tego rozwiązania jest to, że wszystkie mierzone napięcia mają jeden punkt na potencjale masy.

Dla zapewnienia precyzyjnego pomiaru zastosowano układ czteropunktowej impedancji wprowadzony przez Cutkosky'iego [3]. Eliminację wpływu połączeń osiągnięto przez zastosowanie układu "wstrzykiwania" prądu kompensującego do połączenia. Komplikuje to układ, ale pozwala na pomiary zgodnie z definicją czteropunktowej impedancji.

ROZWIĄZANIE Z DOWOLNYM PODZIAŁEM NAPIĘCIA.

W rozwiązaniu zaproponowanym przez Cabiatego indukcyjny dzielnik ma na stałe ustawiony podział napięcia dzielnika indukcyjnego $k = 0.5$. Uzyskuje się wtedy prostą zależność między mierzonym bezpośrednio napięciem U_M a interesującym napięciem U . Rozpatrzmy uogólnienie układu dopuszczając dowolny podział k napięcia nastawiany na indukcyjnym dzielniku napięcia (IDN); $0 < k < 1$, (Rys 3). Zamiast pomiaru napięcia U_M



Rys.3. Geometryczna prezentacja uogólnionej metody trzech woltomierzy.

dokonywany jest teraz pomiar napięcia U_k . Powstaje problem jak na podstawie mierzonych bezpośrednio napięć U_s, U_x oraz U_k (lub, co jest równoważne znajomości względnych napięć $\alpha_x = U_x/U_s$, $\alpha_k = U_k/U_s$) oraz znajomości nastawy dzielnika k wyznaczyć współczynniki α_A oraz α_B występujące w układzie równań (1). Geometryczna prezentacja problemu pokazana jest na rys.3. Zadanie do rozwiązania można sformułować, stosując język geometrii, następująco. Zakładając, że są znane dane długości odcinków $|P_1O| = 1$, $|OP_2| = \alpha_x$, $|OP| = \alpha_k$ oraz stosunek $k = |P_1O|/|P_1O|$, wyznaczyć długość odcinka $|P_1P_2| = \alpha$ (t.j. względne napięcie α). Zadanie rozwiązano wykorzystując działania na liczbach zespolonych. Poszukiwana liczba zespolona z powinna spełniać równania

$$|z - 1| = \alpha_x, \quad (6)$$

$$|kz - 1| = \alpha_k. \quad (7)$$

Rozwiązując przedstawiony układ równań względem $\alpha = |z|$ otrzymuje się

$$\alpha^2 = \frac{1}{1-k} \alpha_x^2 - \frac{1}{k(1-k)} \alpha_k^2 + \frac{1}{k}. \quad (8)$$

Po podstawieniu otrzymanego rozwiązania do wzoru (2) otrzymamy nowe wyrażenie na współczynnik α_B

$$\alpha_B = \frac{1}{2} \left[\frac{k}{1-k} \alpha_x^2 - \frac{1}{k(1-k)} \alpha_k^2 + \frac{1-k}{k} \right]. \quad (9)$$

Podobnie po przekształceniach otrzymujemy wyrażenie na współczynnik α_A

$$\alpha_A^2 = \alpha_x^2 - \frac{1}{4} \left[\frac{k}{1-k} \alpha_x^2 - \frac{1}{k(1-k)} \alpha_k^2 + \frac{1-k}{k} \right]^2. \quad (10)$$

Łatwo sprawdzić, że dla $k = 0.5$ otrzymuje się jako przypadek szczególny wyrażenia (4) oraz (5).

Widać stąd, że ogólne wyrażenia na "warunki równowagi pozostają takie same jak w metodzie podstawowej. Zmianie ulegają jedynie formuły określające względne napięcia α_A oraz α_B .

KOMPARACJA INDUKCYJNOŚCI

Układ zastosowany został do komparacji cewek indukcyjnych z cewkami wzorcowymi i rezystorami wzorcowymi. Komparowane impedancje przedstawimy wzorami:

impedancja mierzonej cewki

$$Z_x = j\omega L_x + R_x = j\omega L_x(1-j/Q_x), \text{ gdzie } Q_x = \omega L_x/R_x \text{ jest dobrotą cewki}$$

impedancja cewki wzorcowej

$$Z_s = j\omega L_s + R_s = j\omega L_s(1-j/Q_s), \text{ gdzie } Q_s = \omega L_s/R_s$$

impedancja rezystora wzorcowego

$$Z_s = R_s + j\omega L_s = R_s(1 + j\omega\tau_s), \text{ gdzie } \tau_s = L_s/R_s \text{ jest stałą czasową.}$$

Parametry mierzonej cewki, indukcyjność L_x , oraz dobrotę Q_x , wyznaczone są w odniesieniu do rezystora wzorcowego o parametrach, R_s, τ_s wzorami

$$L_x = \left(\frac{1}{\omega} \alpha_A - \alpha_B \tau_s \right) R_s, \quad (11)$$

$$Q_x = \frac{\alpha_A + \alpha_B \omega \tau_s}{\alpha_B - \alpha_A \omega \tau_s}, \quad (12)$$

oraz w odniesieniu do cewki wzorcowej o parametrach, L_s, Q_s , wzorami

$$L_x = (\alpha_B + \alpha_A/Q_s)L_s, \quad (13)$$

$$Q_x = \frac{\alpha_A + Q_s \alpha_B}{\alpha_B - Q_s \alpha_A}. \quad (14)$$

Podstawowym problemem jest ocena niepewności pomiaru oraz dobór, na tej podstawie, optymalnych warunków komparacji.

ANALIZA NIEPEWNOŚCI KOMPARACJI

Parametry mierzonej indukcyjności wyznaczone są ze wzorów (11)-(14), stąd głównym źródłem błędów komparacji są niepewności wyznaczenia współczynników α_A oraz α_B , te z kolei są funkcją mierzonych napięć - wzory (9) oraz (10). Analizy niepewności pomiaru dokonano w funkcji względnych wartości impedancji definiowanych następująco: względna rezystancja $r = R_x/R_s$ oraz względna reaktancja $x = X_x/X_s$. Można wykazać, że spełnione są następujące zależności

$$\begin{aligned} \alpha_A &= x, \\ \alpha_x^2 &= r^2 + x^2, \\ \alpha_m^2 &= (1-r)^2 + x^2, \\ \alpha_k^2 &= [k(1+r) - 1]^2 + k^2 x^2, \\ \alpha_B &= r. \end{aligned} \quad (13)$$

Przeprowadzając analizę niepewności metodą różniczki zupełnej otrzymuje się następującą zależność na górne ograniczenie względnej niepewności $\delta\alpha_A$ współczynnika α_A

$$\begin{aligned} \delta\alpha_A &\leq \frac{1-k(1+r)}{1-k} \left(1 + \frac{r^2}{x^2}\right) \delta U_x + \\ &r \left(1 + \frac{(1-r)^2}{x^2}\right) \delta U_k + \left(1 + r \frac{1-k-kr}{kx^2}\right) \delta U_s. \end{aligned} \quad (14)$$

W przypadku pomiarów niezależnych wartość względnej niepewności $\delta\alpha_A$ można oszacować ze wzoru

$$\begin{aligned} \delta^2 \alpha_A &= \left(\frac{1-k(1+r)}{1-k} \left(1 + \frac{r^2}{x^2}\right) \right)^2 \delta^2 U_x + \\ &r^2 \left(1 + \frac{(1-r)^2}{x^2}\right)^2 \delta^2 U_k + \left(1 + r \frac{1-k-kr}{kx^2}\right)^2 \delta^2 U_s. \end{aligned} \quad (15)$$

Przeprowadzając analogiczną analizę niepewności wyznaczenia współczynnika α_B otrzymuje się następujące wyrażenie określające względną niepewność

$$\begin{aligned} \delta^2 \alpha_B &= \left(\frac{k}{1-k} \frac{\alpha_x^2}{\alpha_B} \right)^2 \delta^2 U_x + \left(\frac{1}{k(1-k)} \frac{\alpha_k^2}{\alpha_B} \right)^2 \delta^2 U_k + \\ &+ \left(\frac{k}{1-k} \frac{\alpha_x^2}{\alpha_B} - \frac{1}{k(1-k)} \frac{\alpha_k^2}{\alpha_B} \right)^2 \delta^2 U_s. \end{aligned} \quad (16)$$

Wzory (15) oraz (16) umożliwiają analizę niepewności poszczególnych komparacji.

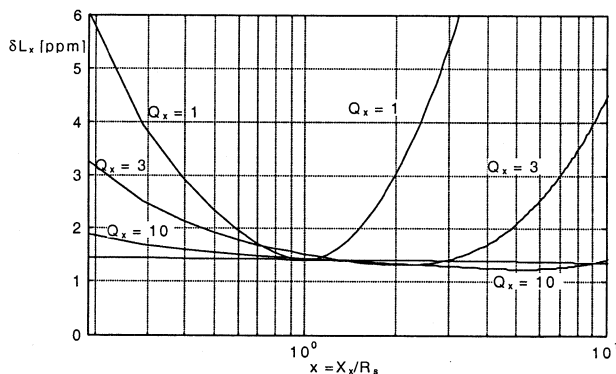
Komparacja indukcyjności z rezystancją

Wykorzystując powyższe wzory można przeprowadzić analizę niepewności poszczególnych komparacji. Przede wszystkim przeprowadzimy analizę niepewności komparacji indukcyjności z rezystancją. W analizie tej założymy, że stała czasowa τ_s wzorca rezystancji jest mała, stąd drugi człon w nawiasie wzoru (11) może być w

analizie niepewności pominięty i indukcyjność L_x wyznaczana jest ze wzoru $L_x = \alpha_A R_s / \omega$, stąd niepewność δL_x równa jest w przybliżeniu niepewności określenia współczynnika α_A , $\delta L_x \approx \delta \alpha_A$ (przy założeniu, że niepewność $\delta \omega$ określenia pulsacji ω jest pomijalnie mała). Wygodnie jest analizować niepewność w funkcji stosunku porównywanych rezystancji $r = R_x / R_s$ oraz $x = X_x / R_s$. Przeprowadzona analiza szczegółowa wykazała, że jeśli dobroć Q induktora jest duża ($Q \gg 1$), wtedy wyrażenie (15) upraszcza się do postaci

$$\delta \alpha_A = \sqrt{r^2 \delta^2 U_m + \delta^2 U_x + \delta^2 U_s} \quad (17)$$

i niepewność wyznaczenia indukcyjności równa jest w przybliżeniu niepewności wyznaczenia stosunku napięć U_x / U_s . Niepewność ta w niewielkim stopniu zależy od wartości porównywanych impedancji. Jednak w zakresie dolnego pasma częstotliwości akustycznych dobroć cewek wzorcowych jest mała. Na przykład wzorce indukcyjności, typ 1482 firmy GenRad mają dobroć rzędu 8-10 dla częstotliwości $f = 1 \text{ kHz}$ – dla niższych częstotliwości dobroć jest jeszcze mniejsza. W tym przypadku niepewność wyznaczenia indukcyjności zależy od wartości wzorca odniesienia. Zależności te dla typowych wzorców pokazano na rys. 4.



Rys. 4. Niepewność wyznaczenia indukcyjności jako funkcja względnej reaktancji $x = \omega L_x / R_s$ dla różnych wartości dobroci cewki. Założono, że $\delta U_s = \delta U_x = \delta U_m = 1 \text{ ppm}$.

Z rysunku widać, że dla dużych dobroci dobór rezystancji odniesienia R_s wpływa w małym stopniu na dokładność komparacji. Jednak w przypadku pomiarów przy małych częstotliwościach, dobroć cewki jest mała i należy odpowiednio dobrać rezystancję odniesienia R_s , tak aby współczynnik x był bliski jedności, $x \approx 1$. Oznacza to, że indukcyjność mierzona L_x oraz rezystancja wzorca powinny spełniać warunek $\omega L_x \approx R_s$.

Komparacja indukcyjności z indukcyjnością

Przeprowadzając analogiczną analizę porównań indukcyjności wzorcowej L_s z indukcyjnością mierzoną L_x , stąd otrzymuje się zależność

$$\delta L_x = \frac{Qr}{Qr+x} \delta \alpha_B + \frac{x}{Qr+x} \delta \alpha_A + \delta L_s \quad (17)$$

Dla dużych dobroci, $Q \gg 1$, niepewność komparacji jest określona niepewnością wyznaczenia współczynnika α_B ,

natomiast dla małych wartości Q należy wziąć również pod uwagę niepewność wyznaczenia współczynnika α_A . Należy dążyć do tego aby porównywane wzorce były tego samego rzędu, szczególnie dla małych częstotliwości pomiaru.

Niepewność pomiaru napięcia

Niepewność komparacji zależy od dokładności pomiaru napięć U_x, U_s oraz U . Szczególną rolę odgrywa stabilność woltomierza i stabilność generatora zasilającego układ. Przeprowadzono badania woltomierza firmy FLUKE, typ 5790A, przy użyciu generatora typ 5700A dla częstotliwości 1000 Hz oraz zakresu 2.2 V. Pomiar napięć przeprowadzane są porównawczo, stąd największą rolę odgrywa stabilność pomiaru. Wyniki badań wykazały, że należy dokonywać wielokrotnych pomiarów i obliczać wartość średnią. Przy 100 pomiarach stabilność jest lepsza niż 0.3 ppm/minutę.

Przeprowadzono również badania błędu nieliniowości woltomierza w odniesieniu do indukcyjnego dzielnika napięcia, typ 73 o niepewności podziału napięcia 0.5 ppm. Badania wykazały, że błąd nieliniowości na zakresie 2.2 V, $f = 1 \text{ kHz}$ jest mniejszy niż 2 ppm, gdy stosunek napięć nie przekracza 1:0.6 oraz mniejszy niż 6.5 ppm dla stosunku napięć 1: 3. Wynika stąd, że dla odpowiednio dobranych warunków pomiaru niepewność komparacji może być na poziomie znacznie poniżej 10 ppm.

PODSUMOWANIE

Przedstawiona analiza metody trzech woltomierzy adaptowanej do komparacji wzorców indukcyjności wykazuje, że można osiągnąć dokładność komparacji na poziomie lepszym niż 10 ppm przy użyciu dostępnej na rynku aparatury. Zaletą metody jest określenie indukcyjności w odniesieniu do rezystancji oraz możliwość wzajemnych porównań wzorców indukcyjności co zwiększa wiarygodność wyników.

LITERATURA

1. F. Cabiati, G. Bosco and A. Sosso, "Impedance comparison in the low-medium range through precision voltage measurements", Proceedings of the XIII IMEKO World Congress, Torino, Septembrie 5-9, 1994, vol.1, pp. 335-339
2. A. Muciek, F. Cabiati, *Uncertainty analysis of a three voltmeter method for low frequency impedance comparison*, The 8th International Metrology Congress, Besancon, Oct. 20-23, 1997, pp.478-483.
3. R.D. Cutkosky, *Four-terminal-pair networks as precision admittance and impedance standards*, IEEE Trans. Commun. Electron, **19**, 1964, January 1964, pp. 19-22.
4. B.P. Kibble and G.H. Rayner, *Coaxial AC bridges*, Adam Hilger, Bristol, 1984.

Artykuł recenzowany.