

# Badania algorytmów ustawiających wahadło w pozycji odwróconej z wizyjnym sprzężeniem zwrotnym

Piotr Owczarek, Dominik Rybarczyk, Grzegorz Pittner

Wydział Budowy Maszyn i Zarządzania, Politechnika Poznańska

**Streszczenie:** Artykuł przedstawia algorytmy sterowania realizujące zadanie uniesienia i stabilizacji wahadła z pozycji dolnej do pozycji pionowej. Postanowiono zrezygnować z tradycyjnych metod pomiarowych, takich jak np. enkodery czy też potencjometry na rzecz nowocześniejszego rozwiązania, jakim jest cyfrowe przetwarzanie obrazu z kamery. Opisano praktyczną realizację sterowania dyskretnym regulatorem PID oraz utworzonego algorytmu unoszenia. Głównym sprzężeniem zwrotnym był obraz pobierany z kamery internetowej. Badania dowodzą, że niska częstotliwość pętli sprzężenia zwrotnego daje poprawne efekty regulacji. W efekcie końcowym stanowisko badawcze realizuje zadanie stabilizacji wahadła w punkcie chwiejnej równowagi.

**Słowa kluczowe:** odwrócone wahadło, algorytm stabilizacji, algorytm unoszenia

Z problematyką odwróconego wahadła często można spotkać się w życiu codziennym. Przykładem jego wykorzystania jest pojazd „Segway” oraz „Uno”. Problem odwróconego wahadła po raz pierwszy pojawił się podczas projektowania raket naziemnych. Wynikał ze stabilizacji ich pionowego lotu. Poprawne funkcjonowanie tego typu urządzeń wymaga zaawansowanych systemów sterowania, których źródła można znaleźć w teorii sterowania. Główny problem wynika z silnie nieliniowej charakterystyki układu. Artykuł opisuje szereg algorytmów stabilizacji oraz unoszenia wahadła, a także zastosowanie innowacyjnego systemu sprzężenia zwrotnego w postaci sygnału wizyjnego z kamery cyfrowej.

## 1. Konstrukcja mechaniczna

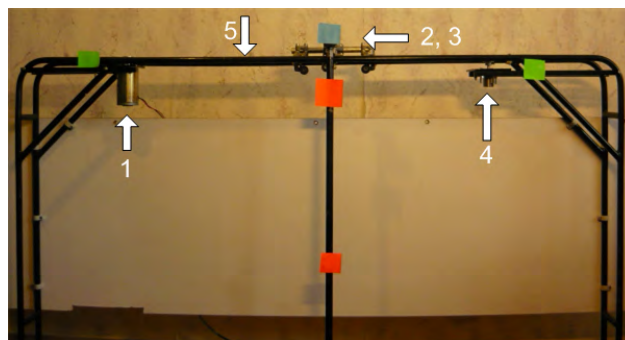
Zbudowane stanowisko laboratoryjne odwróconego wahadła składa się z:

- 1) silnika DC BUHLER 1.13.044.239 ,
- 2) wózka z zamontowanymi łożyskami tocznymi,
- 3) mocowania wahadła,
- 4) rolki napinacza,
- 5) paska zębatego przenoszącego napęd obrotowy na liniowy,
- 6) sterownika wahadła.

Konstrukcję przedstawiono na rys. 1.

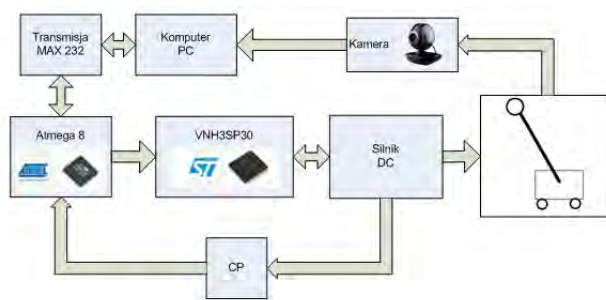
## 2. Układ regulacji odwróconego wahadła

Badane stanowisko odwróconego wahadła jako główną pętlę sprzężenia zwrotnego wykorzystuje obraz pobierany z kamery internetowej. Ogólny schemat realizacji układu



**Rys. 1.** Konstrukcja stanowiska odwróconego wahadła  
**Fig. 1.** The construction of the inverted pendulum

z wizyjnym sprzężeniem zwrotnym został przedstawiony na rys. 2. Sprzężenie zwrotne zostało wykorzystane do realizacji odczytu markerów bazowych umieszczonych na ramie nośnej wahadła i markerów umieszczonych na wózku oraz ramieniu wahadła.



**Rys. 2.** Ogólny schemat blokowy sterowania odwróconego wahadła

**Fig. 2.** The general block scheme of the inverted pendulum control

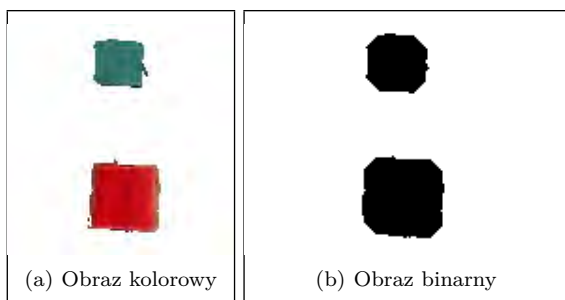
Główny program aplikacji obsługującej stanowisko odwróconego wahadła został napisany na komputer PC w programie Visual Studio 2008. Do komunikacji komputera ze sterownikiem podrzędnym wykorzystano protokół komunikacji RS-232. Dane przesyłano asynchronicznie (UART). Sterownik został zbudowany na bazie mikrokontrolera 8-bitowego firmy Atmel ATmega8, na którym zaimplementowano regulację prądu wykorzystującą metodę PWM. Jako sprzężenie prądowe wykorzystano czujnik firmy Allegro MicroSystems ACS-712-05B. Jest to czujnik prądu wykorzystujący efekt Halla, a jego napięcie wyjściowe jest proporcjonalne do przepływającego prądu. Aby sterować silnikami wykorzystano gotowy mostek typu H (sterownik

o symbolu VNH3SP-30). Jest to zintegrowany sterownik silników DC o maksymalnym ciągłym prądzie 10 A. Silnik DC połączono z wózkiem wahadła wykorzystując pasek zębaty typu T2.5 o długości 1,8 m. Moment przenoszony przez pasek jest proporcjonalny do prądu silnika.



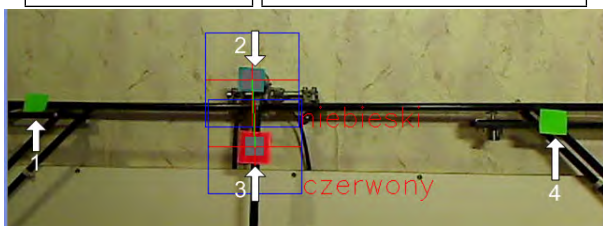
Rys. 3. Kamera internetowa Logitech 2MP Webcam C600  
Fig. 3. Webcam Logitech 2MP Webcam C600

Do badań wykorzystano kamerę internetową firmy Logitech 2MP Webcam C600 (rys. 3). Zapewnia ona jakość obrazu w rozdzielczości 640 × 480 pikseli przy częstotliwości 30 Hz. Pobierany obraz z kamery zostaje poddany cyfrowemu przetwarzaniu w celu wyekstrahowania markerów. Niezbędnymi do tego celu narzędziami są biblioteka Open CV [2] w wersji 2.10 oraz biblioteka CV BLOB [1] utworzona w 2005 roku przez Ricarda Borr'rsa. Przetwarzanie obrazu optymalizowano tak, aby cykl wykonania programu był mniejszy niż cykl pracy kamery.



(a) Obraz kolorowy

(b) Obraz binarny



(c) Obraz główny

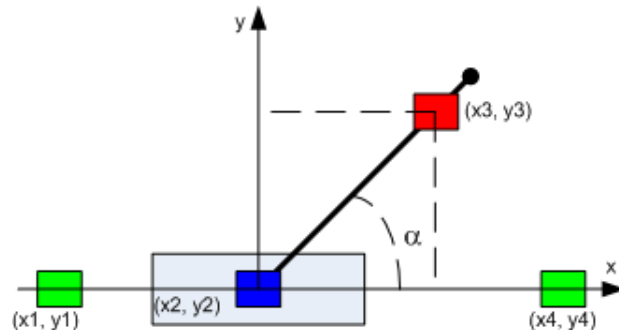
Rys. 4. Przetwarzany obraz z kamery  
Fig. 4. The analyzed image from camera

Napisana aplikacja została poddana szeregowi testów w celu zapewnienia bezbłędnego wykrywania położenia markerów w dowolnym otoczeniu, gdzie występuje kontrast między otoczeniem a markerami umieszczonymi na stanowisku badawczym. Na rys. 4 przedstawiono wyniki poprawnego rozpoznania obiektów. Rozmieszczenie markerów wygląda następująco:

- 1) zielony – lewa część konstrukcji,
- 2) niebieski – wózek wahadła,

- 3) czerwony – ramię wahadła,
- 4) zielony – prawa część konstrukcji.

Markery zielone wykorzystano do określenia położenia wózka w osi  $x$ . Wyznaczono środki znaczników w postaci punktów  $(x, y)$ , na ich podstawie dokonano przeliczenia pikseli na jednostki długości w [m]. Znając współrzędne markera nr 2 można wyznaczyć przesunięcie wózka względem znaczników nr 1 i 4.



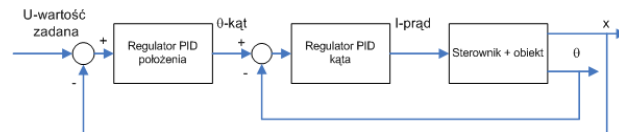
Rys. 5. Układ współrzędnych odwróconego wahadła  
Fig. 5. The axis coordinates of inverted pendulum

Określenie współrzędnych markerów na odczytanym obrazie przedstawiono na rys. 5. Kąt pochylenia wahadła względem osi  $x$  wózka został wyliczony funkcją atan2. Wykorzystano różnicę współrzędnych markera nr 2 i 3, jako parametry wejściowe. Funkcja zwraca kąt w zakresie  $(-180^\circ, 180^\circ)$ . Wartość kąta w pozycji górnej dla punktu równowagi przyjęto jako  $90^\circ$ .

### 3. Algorytmy sterowania

#### 3.1. Algorytm stabilizacji

Utworzony układ stabilizacji odwróconego wahadła został zbudowany z połączenia kaskadowego dwóch regulatorów PID [6, 7]. Blokowy schemat regulatorów został przedstawiony na rys. 6. System wizyjny zapewnia sprzężenie zwrotne od kąta pochylenia wahadła oraz od położenia wózka.



Rys. 6. Schemat blokowy sterowania  
Fig. 6. The block scheme of control

W systemie komputerowym nie ma możliwości wykorzystania regulatorów w postaci ciągłej, dlatego należy zmodyfikować tę postać na postać dyskretną regulatorów. Dokonano tego przez zastąpienie całki sumą a pochodnej różnicą pierwszego rzędu. Postać różnicy wyrażono wzorem

$$\frac{de(t)}{dt} \cong \frac{e_n - e_{n-1}}{T_p} = \frac{\Delta e}{T_p} \quad (1)$$

gdzie:  $e$  – uchyb,  $e_p$  – uchyb w próbkce poprzedniej,  $T_p$  – okres próbkowania.

Metodą trapezów [3] zrealizowano całkowanie dyskretne. Metoda oparta jest na aproksymacji pola powierzchni pod funkcją, za pomocą sumy pól powierzchni trapezów o wysokości równej  $T_p$ . Postać całki przedstawia wzór

$$I = \frac{(e_n + e_{n-1})}{2} + I_p \quad (2)$$

gdzie:  $I_p$  – wartość całki kroku poprzedniego.

Aby wyeliminować efekt nasycenia całki (ang. *windup*), wartość wyjściowa całki jest ograniczana. Postać dyskretnego regulatora PID [4] wyrażona jest wzorem

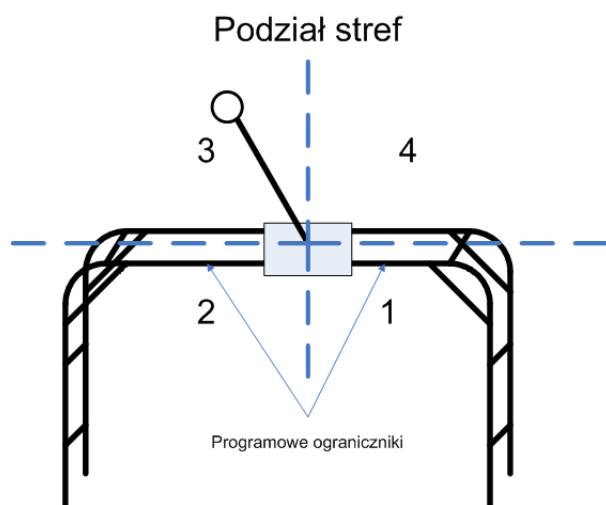
$$y(k) = K_p \cdot e(k) + K_d \Delta e(k) + K_i \cdot I(k) \quad (3)$$

gdzie:  $K_d = \frac{T_d}{T_p}$  – wzmocnienie członu różniczkującego,  $K_i = \frac{T_p}{T_i}$  – wzmocnienie członu całkującego.

Utworzoną postać dyskretną regulatora zaimplementowano w oprogramowaniu sterującym.

### 3.2. Algorytm unoszenia

Zadaniem algorytmu unoszenia jest wygenerowanie odpowiedniego sygnału sterującego, który z pozycji zwisu swobodnego wahadła doprowadzi je do pozycji pionowej. Pobrane z kamery obraz dzielono na cztery strefy, w których może znajdować się ramię wahadła. Dodatkowo algorytm umożliwił modyfikację parametrów ograniczeń bocznych, aby wózek wahadła nie uderzał w krawędzie skrajne konstrukcji. Na rys. 7 przedstawiono rozmieszczenie stref oraz programowych ograniczników bocznych.



Rys. 7. Schemat podziału stref i rozmieszczenia ograniczników programowych

Fig. 7. The scheme of all zones and placed software constraints

Przykład realizacji algorytmu unoszenia wykorzystującego energię w układzie [5] był powszechnie stosowany i testowany. Wzór opisujący algorytm sterowania energią jest następujący

$$E = m_p g l \left( \frac{1}{2} \left( \frac{\dot{\theta}}{\omega_0} \right)^2 + \cos\theta - 1 \right) \quad (4)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{m_p g l}{4I}} \quad (5)$$

gdzie:  $m_p$  – masa wahadła,  $l$  – połowa długości wahadła,  $g$  – przyspieszenie ziemskie,  $I$  – moment bezwładności.

Prawo sterowania wyrażone jest wzorem

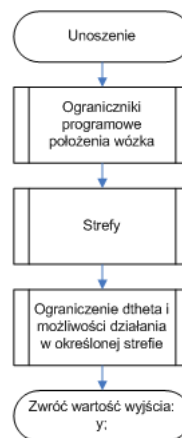
$$a = \text{sat}_v(k(E - E_0)) \text{sign}(\dot{\theta} \cos\theta) \quad (6)$$

gdzie:  $k$  – parametr,  $E_0$  – pożądana poziom energii.

Wyjście jest przyspieszeniem, które zostaje przeliczone na siłę działającą na wózek wahadła zgodnie z wzorem

$$F = Ma \quad (7)$$

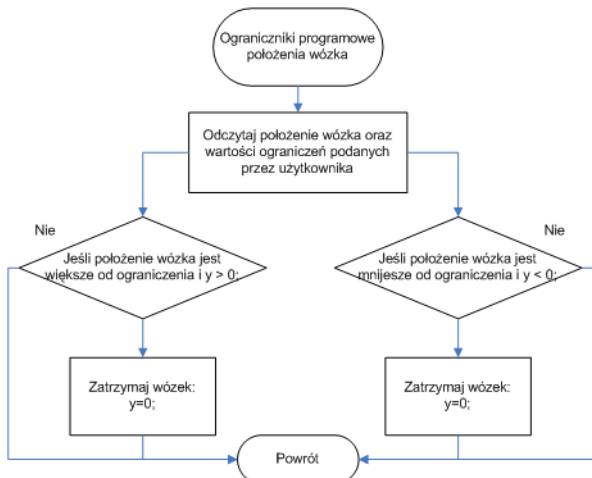
Postanowiono zastosować nowatorskie rozwiązanie i utworzono algorytm unoszenia wahadła odzwierciedlający ruch ręki człowieka, który stara się rozkołysać wahadło z pozycji zwisu. Realizując te działania, wykorzystano kilka założeń, tworząc ogólny algorytm unoszenia wahadła przedstawiony na rys. 8.



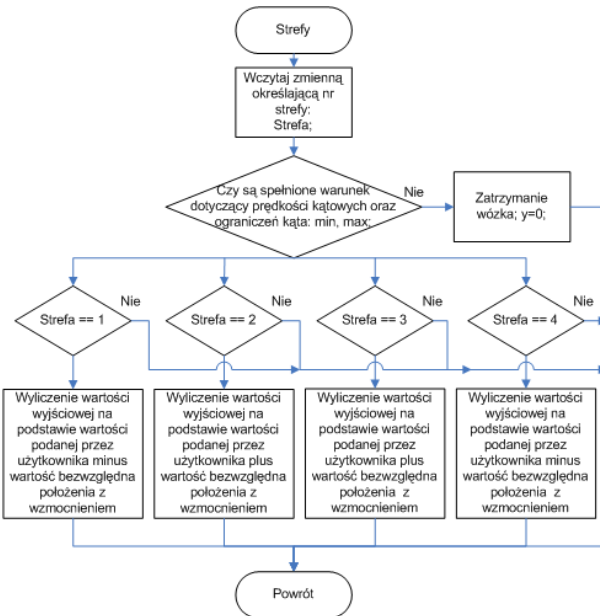
Rys. 8. Algorytm unoszenia wahadła

Fig. 8. The swinging up algorithm

- Programowo ograniczono położenie wózka w osi  $x$ . Jest to niezbędne, aby wózek nie uderzał w krańcowe elementy konstrukcji. Tym samym ograniczenia wpływają na sterowanie unoszeniem wahadła, ponieważ w skrajnych położeniach możliwy jest ruch tylko w przeciwnym kierunku. Algorytm ograniczający położenie wózka przedstawiono na rys. 9.
- Obszar działania wahadła podzielono na cztery strefy. W każdej strefie użytkownik może określić wartość prądu silnika. Ruch wahadła został upłynniony przez możliwość zwiększenia prądu silnika o wartość wychylenia wózka z punktu zerowego. W wyniku tego osiągnięto szybszy ruch wózka w początkowej fazie ruchu (w trakcie zmiany kierunku ruchu wózka). Opisany algorytm został pokazany na rys. 10.



Rys. 9. Algorytm działania ograniczników programowych  
Fig. 9. The algorithm of software constraints

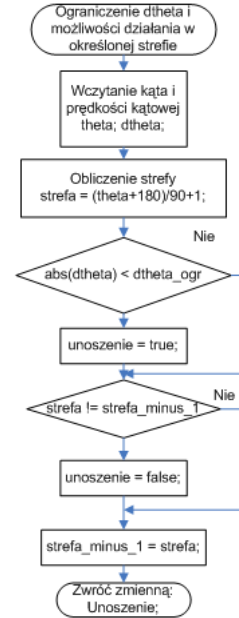


Rys. 10. Algorytm działania w określonej strefie  
Fig. 10. The algorithm of work in zones

- Działanie algorytmu unoszenia jest możliwe wtedy i tylko wtedy, gdy prędkość kątowa ruchu wahadła jest mniejsza niż wartość ograniczenia ustalona przez użytkownika, a mianowicie, aby rozpędzone wahadło mogło swobodnie osiągnąć wartość maksymalną, przy której rozpoczyna ponowne opadanie. Realizacja została przedstawiona w algorytmie z rys. 11.

#### 4. Testy i badania algorytmów unoszenia i stabilizacji

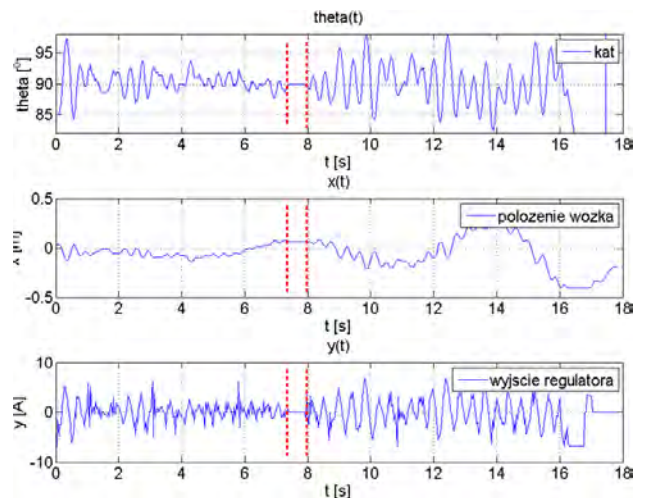
Dokonano szeregu testów doboru nastaw regulatorów kąta i położenia wahadła. Charakterystykę układu rzeczywistego przedstawiono na rys. 12. Dobre nastawy regulatorów są następujące: regulator kąta:  $K_p = 0,46$ ,  $K_i = 0,14$ ,  $K_d = 0,07$ ,  $T_p = 0,033$ ,  $Offset L = 0,7$ ,  $Offset P = 0,4$ , regulator położenia:  $K_p = 7$ ,  $K_i = 0,01$ ,  $K_d = 0,5$ .



Rys. 11. Algorytm wyboru strefy działania oraz ograniczenia prędkości kątowej

Fig. 11. The algorithm of choosing the working place and constraining angular velocity

Przebieg zmian sygnałów w trakcie regulacji utrzymującej ramię wahadła w pozycji górnej przez około 15 s. przedstawiono na rys. 12. Zauważono, że regulacja kąta przebiega poprawnie. Problematiczna jest jednak regulacja położenia, ponieważ układ wahadła nie jest obiektem idealnym. Występowanie tarcia statycznego paska oraz dodatkowe sprężystości wprowadzają silne nieliniowości. Droga po której wózek może się poruszać wynosi zaledwie 0,8 m, dlatego wózek może wychylać się tylko w zakresie  $\pm 0,4$  m w lewą oraz w prawą stronę przy długości wahadła równej 0,78 m. Ograniczenia mechaniczne wyraźnie widać na końcu przebiegu, ponieważ brak możliwości dalszego przesunięcia wózka powoduje opadnięcie wahadła.



Rys. 12. Przebieg sygnałów kąta, położenia wózka oraz wyjście regulatora dyskretnego PID w trakcie pracy algorytmu stabilizacji na układzie rzeczywistym

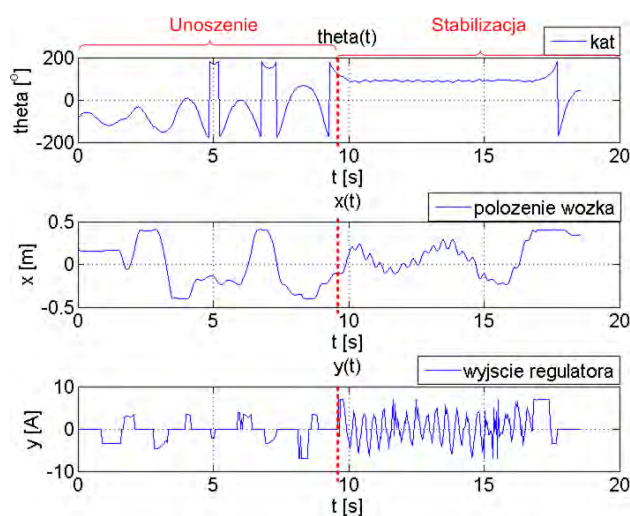
Fig. 12. The signal of angle, the cart's position and the discrete PID regulator during working stabilization algorithm on the real object

Około ósmej sekundy można zauważyć, że układ sprwadza uchyb kąta do wartości 0. Wyraźnie widać to na sygnale wyjściowym regulatora, który w tym momencie przyjmuje wartość zero (wahadło ustabilizowane w górnym położeniu).

Po wykonaniu szeregu testów okazało się, że układ pracuje lepiej w przypadku dużego wzmocnienia toru całkującego.

## 5. Testy unoszenia wahadła

Parametry regulatora unoszenia zostały wyznaczone empirycznie i są następujące: ograniczenie prędkości kątowej wynosi 1.9 rad/s, ograniczenie kątowe załączenia regulatora unoszenia  $\theta_{min} = 50^\circ$ ,  $\theta_{max} = 130^\circ$ , wartości stałe dla stref kolejno: -2,5; 2,5; 1,4; -1,4, wzmocnienie wartości wychylenia wózka z punktu zerowego dla każdej strefy równe 5, programowe ograniczniki położenia wózka: strona prawa 0, 16 m, strona lewa - - 0, 16 m.



Rys. 13. Przebiegi sygnałów układu z algorytmem unoszenia wahadła

Fig. 13. The signal of object with the swinging up algorithm

Przebiegi pokazane na rys. 13 przedstawiają działanie algorytmu unoszenia. Rozkołysanie układu i doprowadzenie go do pozycji górnej wahadła zajmuje algorytmowi około 10–20 s. Działanie układu uznano za poprawne, ponieważ po uniesieniu wahadła w górne położenie, zostaje ono utrzymane i ustabilizowane.

## 6. Podsumowanie

W świecie rozwijającej się techniki można dostrzec coraz większe zastosowanie systemów wizyjnych. W artykule opisano zalety i możliwości sprzężenia wizyjnego do regulacji położenia wahadła odwróconego. Wykonane prace pokazały, że można dokonać stabilizacji oraz rozkołysania układu wahadła, uzyskując poprawne efekty działania. Warto zauważyć, że stanowisko jest połączone ze sterownikiem wahadła tylko przez dwa przewody zasilania silnika. Ograniczono liczbę czujników tylko do jednego, jakim jest kamera. Komputerowe przetwarzanie obrazu staje się silnym narzędziem, ponieważ nie ma potrzeby budowania skomplikowanego stanowiska wyposażonego w wiele czujników; wystarczy tylko odpowiednio przetworzyć obraz z kamery i wykorzystać kilka markerów, których montaż

jest dużo prostszy i szybszy niż w przypadku zastosowania np. enkoderów.

## Bibliografia

- [code.google.com/p/cvblob/downloads/detail?name=cvblob-0.10.3-src.zip] – Biblioteka CV BLOB.
- [opencv.willowgarage.com/documentation/python/cookbook.html] – Biblioteka OPEN CV.
- [www.eioba.pl/a2292/calowanie\_numeryczne\_metoda\_trapezow] – Całkowanie numeryczne metodą trapezów.
- [http://atmel.com/dyn/resources/prod\_documents/doc2558.pdf] – Dyskretny regulator PID.
- Lam J.: *Control of an Inverted Pendulum*, [http://www.ece.ucsb.edu/~roy/student\_projects/Johnny\_Lam\_report\_238.pdf].
- [www.engin.umich.edu/group/ctm/examples/pend/invPID.html] – Control Tutorials for Matlab.
- Kaczorek T., Dzieliński A., Dąbrowski W., Łopatka R.: *Podstawy teorii sterowania*, Wyd. Naukowo-Techniczne, Warszawa 2005.

## The research of the swinging up and stabilization algorithm of inverted pendulum with the vision feedback

**Abstract:** The article shows the control algorithms responsible for swinging up and stabilizing operation from downward to upward position. There resigned from traditional measurement methods like using encoders or potentiometers in order to using innovative solution like digital image processing from camera data. The discrete PID regulator and swinging up algorithm was described. The main feedback was the information from the camera. The research proves that low frequency of the vision feedback gives correct regulation effect. At the end the inverted pendulum stabilizes in the unstable equilibrium point.

**Keywords:** inverted pendulum, an algorithm for stabilizing, an algorithm for swinging up

### mgr inż. Piotr Owczarek

Urodzony 01.05.1987 r. w Sieradzu. Ukończył studia w 2011 r. na Wydziale Elektrycznym Politechniki Poznańskiej. Od 2011 r. doktorant w Zakładzie Urządzeń Mechatronicznych na Wydziale Budowy Maszyn i Zarządzania Politechniki Poznańskiej. Jego zainteresowania obejmują nowoczesne metody cyfrowego przetwarzania obrazów (między innymi algorytmy rozpoznające twarze), metody sztucznej inteligencji, projektowanie urządzeń elektronicznych mechatronicznych oraz programowanie w językach wyższego poziomu, takich jak: C, C++, AVR-GCC, ST, LD.

e-mail: piotr.owczarek@doctorate.put.poznan.pl



**mgr inż. Dominik Rybarczyk**

Urodzony 13.05.1986 r. w Poznaniu. Ukończył studia w 2010 r. na Wydziale Budowy Maszyn i Zarządzania Politechniki Poznańskiej. Od 2011 r. zatrudniony na Wydziale Budowy Maszyn i Zarządzania w Zakładzie Urządzeń Mechatronicznych Politechniki Poznańskiej (aktualnie na stanowisku asystenta). Jego zainteresowania obejmują urządzenia mechatroniczne, sterowniki mikroprocesorowe oraz metody sztucznej inteligencji.

*e-mail: dominik.rybarczyk@put.poznan.pl*

**mgr inż. Grzegorz Pittner**

Urodzony 21.02.1984 r. w Poznaniu. Ukończył studia w 2008 r. na Wydziale Budowy Maszyn i Zarządzania Politechniki Poznańskiej. Od 2010 r. zatrudniony na Wydziale Budowy Maszyn i Zarządzania w Zakładzie Urządzeń Mechatronicznych Politechniki Poznańskiej (obecnie na stanowisku asystenta). Jego zainteresowania obejmują urządzenia mechatroniczne, sterowniki mikroprocesorowe oraz metody sztucznej inteligencji.

*e-mail: grzegorz.pittner@put.poznan.pl*

