

Analiza stabilności układu oscylacyjnego z regulatorem PD niecałkowitego rzędu

Mikołaj Busłowicz*, Tomasz Juchimowicz**

*Wydział Elektryczny, Politechnika Białostocka

**Studium Doktoranckie, Wydział Elektryczny, Politechnika Białostocka

Streszczenie: Rozpatrzono problem stabilności ciągłych liniowych układów regulacji automatycznej złożonych z członu oscylacyjnego i szeregowego regulatora PD niecałkowitego rzędu. Podano metody badania stabilności takich układów oraz wyznaczenia obszaru stabilności na płaszczyźnie parametrów regulatora. Rozważania zilustrowano przykładami liczbowymi.

Słowa kluczowe: układ niecałkowitego rzędu, oscylator, stabilność, regulator PD

1. Wstęp

W ostatnich latach teoria analizy i syntezy liniowych układów niecałkowitego rzędu jest intensywnie rozwijana w literaturze światowej, patrz np. monografie [5-7, 10, 14, 15] i cytowaną tam literaturę. W monografiach tych można znaleźć przykładowe zastosowania rachunku niecałkowitego rzędu do opisu zjawisk fizycznych. Rachunek ten wykorzystuje się między innymi do modelowania zjawiska lepkosprężystości, np. [1, 8].

Jednym z zagadnień rozpatrywanych w ostatnich latach w literaturze światowej jest problem analizy i syntezy układów wibracyjnych niecałkowitego rzędu, np. [9, 11, 12, 13, 19]. Pokazano w nich między innymi, że występowanie pochodnej niecałkowitego rzędu w modelu matematycznym układu wpływa na tłumienie drgań.

W niniejszej pracy rozpatrzmy problem stabilności układów regulacji automatycznej złożonych z członu oscylacyjnego i szeregowego regulatora PD niecałkowitego rzędu, objętych pętlą ujemnego sprzężenia zwrotnego.

2. Sformułowanie problemu

Drgania w układach fizycznych o jednym stopniu swobody można opisać za pomocą równania różniczkowego

$$\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + cx(t) = k \cdot u(t), \quad (1)$$

gdzie a i b są stałe współczynniki zaś $u(t)$ jest wymuszeniem zewnętrznym.

Do postaci (1) można sprowadzić równanie drgań układów mechanicznych (tzw. oscylatorów harmonicznym)

$$m\ddot{x}(t) + c_1\dot{x}(t) + k_1x(t) = u(t), \quad (2)$$

gdzie m jest masą, $x(t)$ jest jej przesunięciem, c_1 jest współczynnikiem tłumienia zaś k_1 jest stałą sprężystości.

Transmitancja operatorowa układu (1) ma postać

$$G(s) = \frac{k}{s^2 + bs + c}. \quad (3)$$

Transmitancja (3) opisuje układ oscylacyjny, jeżeli $b^2 - 4c < 0$. Wtedy wielomian charakterystyczny $s^2 + bs + c$ ma parę zer zespolonych sprzężonych.

Do postaci (3) można sprowadzić transmitancję operatorową członu oscylacyjnego (znanego z teorii sterowania oraz automatyki)

$$G(s) = \frac{k_0\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (4)$$

gdzie k_0 jest współczynnikiem wzmocnienia, T_n jest okresem drgań własnych nietłumionych, $\omega_n = 1/T_n$ pulsacją tych drgań zaś $\xi \in (0,1)$ jest względnym współczynnikiem tłumienia.

Za pomocą transmitancji (4) można np. opisać drgania występujące w elektrycznym obwodzie RLC.

Ważnym zagadnieniem wynikającym z zastosowań praktycznych jest tłumienie drgań występujących w układach oscylacyjnych. W ostatnich latach problem ten jest intensywnie rozwijany w literaturze, np. [9, 11, 12, 13, 19]. W pracach tych albo rozpatruje się układy z wymuszeniem zależnym od pochodnej niecałkowitego rzędu β zmiennej stanu $x(t)$ albo układy opisane równaniem

$$\ddot{x}(t) + b \cdot D^\beta x(t) + cx(t) = k \cdot u(t), \quad (5)$$

gdzie $D^\beta x(t)$ jest pochodną Caputo niecałkowitego rzędu β zmiennej $x(t)$, zdefiniowaną następująco:

$$D_t^\beta x(t) \equiv {}_0 D_t^\beta x(t) = \frac{1}{\Gamma(p-\beta)} \int_0^t \frac{x^{(p)}(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{\beta+1-p}}, \quad p-1 \leq \beta \leq p, \quad (6)$$

przy czym $x^{(p)}(t) = d^p x(t)/dt^p$, p jest liczbą naturalną zaś

$$\Gamma(\beta) = \int_0^\infty e^{-t} t^{\beta-1} dt \quad (7)$$

jest funkcją gamma Eulera.

Potrzeba analizy równania różniczkowego o ogólnej postaci (5) wynika między innymi z licznych publikacji autorów pracy [1], w których rozpatrywano zastosowanie rachunku niecałkowitego rzędu do rozwiązywania zagadnień z zakresu lepkosprężystości. W [1] pokazano np. że model (5) przy $\beta = 3/2$ dokładniej (w porównaniu z modelem (1)) opisuje zjawisko ruchu wymuszonego sztywnej płyty zanurzonej w cieczy newtonowskiej.

W pracach [9, 11, 12, 13] pokazano między innymi, że tłumienie drgań w układzie (5) jest lepsze niż w układzie (1), tzn. występowanie pochodnej niecałkowitego rzędu w (5) ma wpływ na tłumienie drgań.

Uwzględniając powyższe, w niniejszej pracy przeanalizujemy problem stabilności układu regulacji automatycznej złożonego z liniowego obiektu o transmitancji operatorowej (3) i szeregowego regulatora PD niecałkowitego rzędu opisanego transmitancją operatorową

$$G_r(s) = k_p + k_d s^\beta, \quad \beta \in (0,2), \quad (8)$$

objętych pętlą ujemnego sprzężenia zwrotnego.

Taki problem przy innym podejściu był ostatnio rozpatrywany w pracy [19].

3. Rozwiązanie problemu

Transmitancja operatorowa rozpatrywanego układu zamkniętego ma postać

$$G_z(s) = \frac{k(k_p + k_d s^\beta)}{s^2 + bs + c + k(k_p + k_d s^\beta)}. \quad (9)$$

Wielomian charakterystyczny układu zamkniętego można napisać w postaci

$$w(s) = s^2 + bs + K_d s^\beta + K, \quad (10)$$

gdzie

$$K_d = k k_d, \quad K = c + k k_p. \quad (11)$$

Zauważmy, że jeżeli $\beta > 2$, to wielomian (10) ma niecałkowity stopień większy od 2. Ponieważ układy o niecałkowitym stopniu wielomianu charakterystycznego większym od 2 są niestabilne [17], w pracy będziemy rozpatrywać wartości parametru β określone w (8).

Przy oznaczeniach (11) transmitancję (9) można zapisać w postaci

$$G_z(s) = \frac{K_d s^\beta + (K - c)}{s^2 + bs + K_d s^\beta + K}, \quad \beta \in (0,2). \quad (12)$$

Analizując stabilność układu (9), rozpatrzmy najpierw przypadek, w którym wielomian (10) jest rzędu niecałkowitego współmiernego, tj. $\beta = v/u$, gdzie v i u są to liczby naturalne względnie pierwsze. Przy powyższym założeniu mamy

$$s^\beta = s^{v/u} = (s^{1/u})^v = (s^\alpha)^v = \lambda^v, \quad (13)$$

gdzie

$$\lambda = s^\alpha, \quad \alpha = 1/u < 1. \quad (14)$$

Stosując podstawienie (14) w wielomianie (10) i uwzględniając zależność $\beta = v/u$, otrzymamy wielomian całkowitego stopnia

$$\tilde{w}(\lambda) = \lambda^{2u} + b\lambda^u + K_d \lambda^v + K, \quad (15)$$

stowarzyszony z wielomianem niecałkowitego stopnia (10).

Z teorii stabilności układów niecałkowitego rzędu (np. [3, 4, 16, 17]) wynika poniższe twierdzenie.

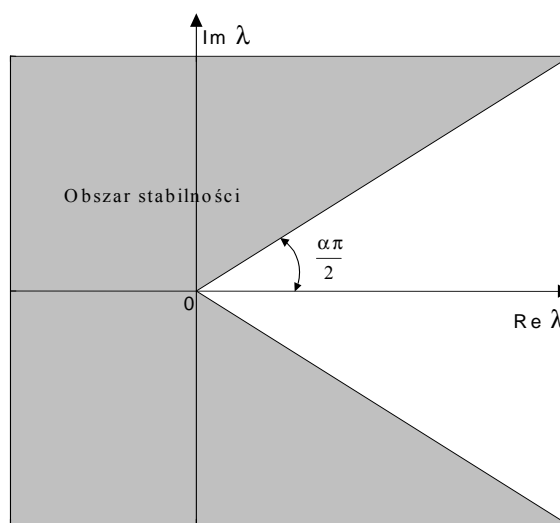
Twierdzenie 1. Układ regulacji automatycznej opisany transmitancją operatorową (12) (o wielomianie charakterystycznym (10)) jest asymptotycznie stabilny wtedy i tylko wtedy, gdy

$$w(s) \neq 0, \quad \text{Re } s \geq 0, \quad (16)$$

lub równoważnie, wszystkie zera λ_i stowarzyszonego wielomianu (15) całkowitego stopnia spełniają warunek

$$|\arg \lambda_i| > \alpha \frac{\pi}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, 2u. \quad (17)$$

Jeżeli $\alpha < 1$, to zera wielomianu (15) spełniają warunek (17) wtedy i tylko wtedy, gdy leżą one na płaszczyźnie zmiennej zespolonej λ w obszarze asymptotycznej stabilności pokazanym na rysunku 1.



Rys. 1. Obszar stabilności na płaszczyźnie λ

Fig. 1. Stability region in the λ -plane

Do sprawdzenia warunku (17) wygodnie jest stosować poniższy lemat [4].

Lemat 1. Układ niecałkowitego rzędu o wielomianie charakterystycznym (10) jest asymptotycznie stabilny wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\gamma > \alpha \frac{\pi}{2}, \quad (18)$$

gdzie

$$\gamma = \min_i |\arg \lambda_i|, \quad (19)$$

przy czym λ_i jest i -tym zerem wielomianu (15).

Przykład 1. Weźmy pod uwagę układ regulacji automatycznej, w którym obiekt ma transmitancję operatorową (3) przy $k=1$, $c=1$ i $b=0,2$ zaś transmitancja operatorowa regulatora PD niecałkowitego rzędu β ma postać (8), przy czym $k_p=2$, $k_d=-0,3$.

Należy zbadać stabilność tego układu w dwóch przypadkach: a) $\beta=0,5$; b) $\beta=1,25$.

Ze wzorów (11) wynika, że $K_d=-0,3$, $K=3$.

W przypadku a) mamy $\beta=1/2$, czyli $v=1$, $u=2$, $\alpha=1/u=0,5$ i zgodnie z (15), stowarzyszony wielomian całkowitego stopnia ma postać

$$\tilde{w}(\lambda) = \lambda^4 + 0,2\lambda^2 - 0,3\lambda + 3. \quad (20)$$

Wielomian (20) ma cztery zera $\lambda_{1,2} = 0,9039 \pm j0,9133$ i $\lambda_{3,4} = -0,9039 \pm j$. Dla tych zer ze wzoru (19) mamy $\gamma = 0,7906$. Ponieważ $\alpha\pi/2 = \pi/4 = 0,7854 < \gamma$, warunek (18) jest spełniony i rozpatrywany układ przy $\beta=0,5$ jest asymptotycznie stabilny, zgodnie z lematem 1.

W przypadku b) możemy napisać $\beta=5/4$, co oznacza, że $v=5$, $u=4$, $\alpha=1/u=0,25$ i stowarzyszony wielomian całkowitego stopnia ma postać

$$\tilde{w}(\lambda) = \lambda^8 + 0,2\lambda^4 - 0,3\lambda^5 + 3. \quad (21)$$

Wyznaczając zera wielomianu (21) i obliczając γ ze wzoru (19) otrzymamy $\gamma = 0,3839$.

Ponieważ $0,5\alpha\pi = 0,3927$, warunek (18) nie jest spełniony i rozpatrywany układ przy $\beta=1,25$ jest niestabilny.

Opisana powyżej metoda badania stabilności układu regulacji automatycznej o transmitancji operatorowej (12) wymaga znajomości wartości liczbowych współczynników wielomianu charakterystycznego (10) oraz wykładnika β . Ponadto, może ona być stosowana tylko w przypadku, gdy niecałkowity rząd β jest liczbą rzeczywistą wymierną.

Opisanej metody nie można stosować w przypadku ogólnym, gdy β jest liczbą rzeczywistą niewymierną.

W przypadku ogólnym, gdy β jest dowolną liczbą rzeczywistą (niewymierną lub wymierną) do badania stabilności można stosować metody częstotliwościowe. Należy do nich zaproponowana w pracach [2, 4] (patrz też rozdział 9 w monografii [7]) metoda będąca uogólnieniem klasycznej metody Michajłowa oraz metoda podziału D, np. [18].

Poniżej omówimy zastosowanie tych metod do badania stabilności układu regulacji automatycznej o wielomianie charakterystycznym (10).

Najpierw rozpatrzmy uogólnienie metody Michajłowa.

Weźmy pod uwagę funkcję

$$\psi(s) = \frac{w(s)}{w_0(s)}, \quad (22)$$

gdzie $w(s)$ ma postać (10) zaś $w_0(s)$ jest stabilnym wielomianem odniesienia tego samego stopnia co wielomian (10). Można go wybrać np. w postaci

$$w_0(s) = (s+d)^2, \quad d > 0. \quad (23)$$

Twierdzenie 2. Układ regulacji automatycznej o wielomianie charakterystycznym (10) jest asymptotycznie stabilny wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\Delta \arg \psi(j\omega) = 0, \quad \omega \in (-\infty, \infty) \quad (24)$$

gdzie $\psi(j\omega) = \psi(s)$ dla $s = j\omega$.

Warunek (24) jest spełniony wtedy i tylko wtedy, gdy przy ω zmieniającym się od $-\infty$ do ∞ wykres funkcji $\psi(j\omega)$ (uogólniony zmodyfikowany hodograf Michajłowa)

nie okrąży początku płaszczyzny zmiennej zespolonej ani też nie przechodzi przez niego.

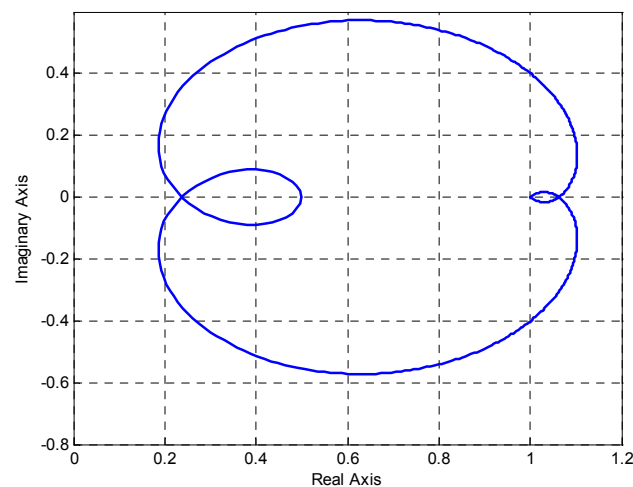
Jeżeli wielomian odniesienia ma postać (23), to ze wzorów (10), (22) i (23) mamy

$$\lim_{\omega \rightarrow \pm\infty} \psi(j\omega) = 1, \quad \psi(0) = K/d^2. \quad (25)$$

Przykład 2. Stosując twierdzenie 2 należy zbadać stabilność układu o wielomianie charakterystycznym (10), przy czym $b=0,2$; $K_d=1$, $K=2$, $\beta=\sqrt{2}$.

Przyjmując $d=2$ w (23) i wyznaczając wykres funkcji (22) przy $s=j\omega$ otrzymamy przebieg pokazany na rysunku 2, przy czym, zgodnie z drugim wzorem (25) mamy $\psi(0)=0,5$. Wykres ten został wyznaczony dla wartości $\omega \in [-700, 700]$ oraz dla $\omega = \pm 1\,000\,000$.

Z rysunku 2 wynika, że wykres nie obejmuje początku układu współrzędnych, co oznacza, że rozpatrywany układ niecałkowitego rzędu jest asymptotycznie stabilny.



Rys. 2. Wykres funkcji $\psi(j\omega)$

Fig. 2. Plot of the function $\psi(j\omega)$

Przeanalizujmy teraz zastosowanie metody podziału D.

Będziemy poszukiwać obszaru stabilności układu o wielomianie charakterystycznym (10) na płaszczyźnie parametrów (K, K_d) .

Podzielimy w tym celu płaszczyznę (K, K_d) granicami D-podziału na skończoną liczbę obszarów $D(p)$. Dowolny punkt w $D(p)$ odpowiada takim wartościom K i K_d , dla których wielomian (10) ma dokładnie p zer o dodatniej części rzeczywistej. Obszar $D(0)$, o ile istnieje, jest obszarem asymptotycznej stabilności.

Granice podziału D dzielimy na granice zer rzeczywistych oraz granice zer zespolonych. Dowolnemu punktowi na granicy zer rzeczywistych odpowiada wielomian (10), który ma zero $s=0$. Łatwo zauważyć, że na płaszczyźnie (K, K_d) granicą zer rzeczywistych wielomianu (10) jest linia prosta $K=0$.

Granica zer zespolonych odpowiada takim wartościom K i K_d , dla których wielomian (10) ma zera urojone sprzężone.

Granice zer zespolonych wyznacza się rozwiązując względem K i K_d równanie $w(j\omega)=0$.

Równanie zespolone

$$-\omega^2 + j b \omega + K_d \omega^\beta [\cos(0,5\beta\pi) + j \sin(0,5\beta\pi)] + K = 0 \quad (26)$$

można napisać w postaci układu dwóch równań rzeczywistych

$$-\omega^2 + K_d \omega^\beta \cos(0,5\beta\pi) + K = 0, \quad (27a)$$

$$b \omega + K_d \omega^\beta \sin(0,5\beta\pi) = 0. \quad (27b)$$

Rozwiązując równania (27) względem K i K_d , otrzymamy

$$K = \omega^2 + b \omega \operatorname{ctg}(0,5\beta\pi), \quad (28a)$$

$$K_d = \frac{-b \omega}{\omega^\beta \sin(0,5\beta\pi)}. \quad (28b)$$

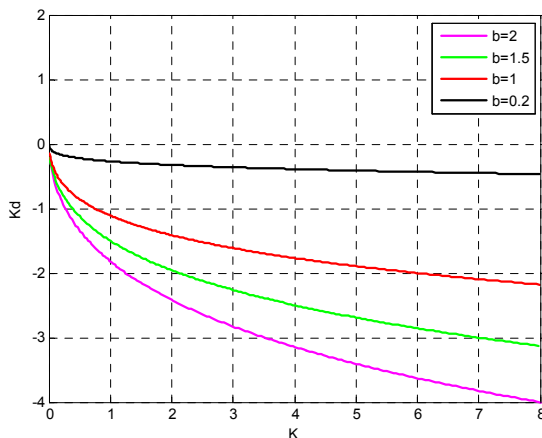
Linia krzywa o opisie parametrycznym (28) przy $\omega \in \Omega$ oraz linia prosta $K = 0$ wyznaczają na płaszczyźnie (K, K_d) granice obszaru stabilności wielomianu (10) przy zadanych wartościach parametrów b i β .

Przy wyznaczaniu wykresu krzywej o opisie parametrycznym (28) należy odpowiednio dobrać przedział Ω wartości parametru ω .

W przypadku szczególnym klasycznego regulatora PD ($\beta=1$ w (8) i (10)) ze wzorów (28) otrzymamy

$$K = \omega^2, \quad K_d = -b. \quad (29)$$

Linia prosta o opisie parametrycznym (29) oraz linia $K = 0$ wyznaczają na płaszczyźnie (K, K_d) granice obszaru stabilności wielomianu charakterystycznego (10) przy $\beta=1$ i zadanej wartości parametru b . Jest to obszar określony nierównościami $K > 0, K_d > -b$.



Rys. 3. Granice obszaru stabilności dla $\beta = 0,5$
 Fig. 3. Boundaries of the stability region for $\beta = 0,5$

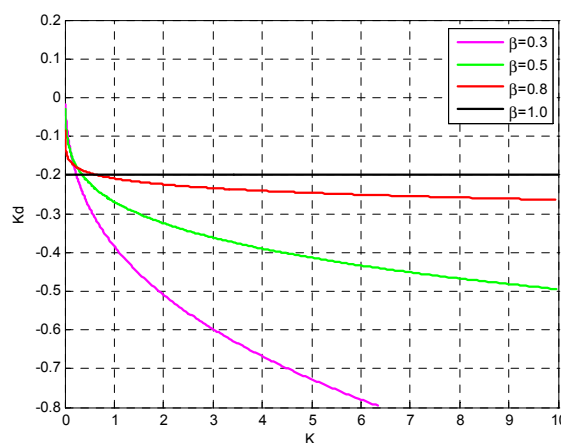
Na rysunku 3 są pokazane granice obszaru stabilności wielomianu (10) przy $\beta=0,5$ i kilku wartościach parametru b . Obszarem stabilności przy ustalonej wartości b jest obszar leżący w półpłaszczyźnie $K > 0$ powyżej odpowiedniej krzywej. Aby to wykazać, należy wybrać dowolny punkt leżący w tym obszarze, odczytać wartości K i K_d w tym punkcie i sprawdzić stabilność wielomianu (10) stosując np. twierdzenie 2. Jeżeli tak wyznaczony wielomian jest asymptotycznie stabilny, to badany obszar jest obszarem asymptotycznej stabilności.

Z rysunku 3 wynika, że wielkość obszaru stabilności rośnie wraz ze wzrostem wartości parametru b . Natomiast dla $b=0$ jest to pierwsza ćwiartka płaszczyzny (K, K_d) .

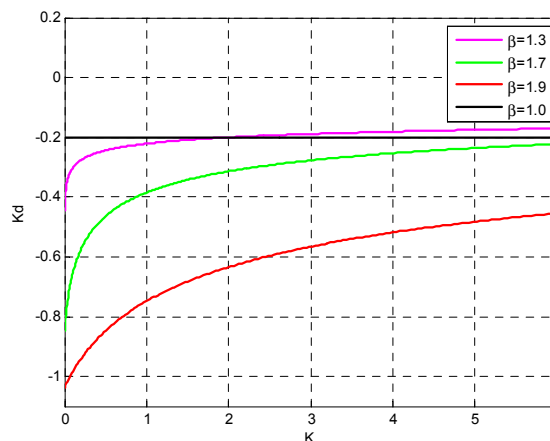
Granice obszaru stabilności wielomianu (10) przy $b=0,2$ i kilku wartościach parametru $\beta \in (0,1]$ oraz $\beta \in [1,2)$ są pokazane na rysunkach 4 i 5, odpowiednio. Dla każdej ustalonej wartości parametru β obszar stabilności leży w półpłaszczyźnie $K > 0$ powyżej odpowiedniej krzywej, będącej granicą zer zespolonych.

W przypadku regulatora PD całkowitego rzędu ($\beta=1$) granicą zer zespolonych jest linia prosta $K_d = -b = -0,2$ zaś obszar stabilności określają nierówności $K > 0, K_d > -0,2$.

Z rysunków 4 i 5 wynika, że obszary stabilności układu o transmitancji (12) są większe w przypadku, gdy $\beta \in (0,1)$ lub $\beta \in (1,2)$ w porównaniu z obszarem stabilności układu całkowitego rzędu ($\beta=1$).



Rys. 4. Granice obszaru stabilności dla $b = 0,2, \beta \in (0,1]$
 Fig. 4. Boundaries of the stability region for $b = 0,2, \beta \in (0,1]$



Rys. 5. Granice obszaru stabilności dla $b = 0,2, \beta \in [1,2)$
 Fig. 5. Boundaries of the stability region for $b = 0,2, \beta \in [1,2)$

4. Uwagi końcowe

Rozpatrzono problem asymptotycznej stabilności ciągłych liniowych układów regulacji automatycznej złożonych z członu oscylacyjnego (3) i szeregowego regulatora PD (8) niecałkowitego rzędu, objętych pętlą ujemnego sprzężenia zwrotnego.

Podano metody badania stabilności takich układów przy współmiernym oraz niewspółmiernym niecałkowitym rzędzie regulatora. Wykorzystując metodę podziału D podano komputerową metodę wyznaczania obszaru stabilności na płaszczyźnie parametrów regulatora. Rozważania zilustrowano przykładami liczbowymi i wynikami badań symulacyjnych.

Praca naukowa finansowana ze środków Narodowego Centrum Nauki jako projekt badawczy N N514 638940.

Bibliografia

1. Bagley R. L., Torvik, P. J.: *On the appearance of the fractional derivative in the behaviour of real materials*. „J. Appl. Mech.”, vol. 51, 1984, 294-298.
2. Busłowicz M.: *Frequency domain method for stability analysis of linear continuous-time fractional systems*. In: K. Malinowski, L. Rutkowski (Eds.): *Recent Advances in Control and Automation*. Academic Publishing House EXIT, Warsaw 2008, 83-92.
3. Busłowicz M.: *Stability analysis of linear continuous-time fractional systems of commensurate order*. „Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems”, vol. 3, no. 1, 2009, 12-17.
4. Busłowicz M.: *Stability of state-space models of linear continuous-time fractional order systems*. „Acta Mechanica et Automatica”, vol. 5, no. 2, 2011, 15-22.
5. Das. S.: *Functional Fractional Calculus for System Identification and Controls*. Springer, Berlin 2008.
6. Kaczorek T.: *Wybrane zagadnienia teorii układów niecałkowitego rzędu*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, Białystok 2009.
7. Kaczorek T.: *Selected Problems of Fractional Systems Theory*. Springer, Berlin 2011.
8. Koeller, R.C.: *Application of fractional calculus to the theory of viscoelasticity*. „Journal of Applied Mechanics”, vol. 51, 1984, 299-307.
9. Manabe S.: *A suggestion of fractional-order controller for flexible spacecraft attitude control*. „Nonlinear Dynamics”, vol. 29, 2002, 251-268.
10. Monje C. A., Chen Y.-Q., Vinagre B. M., Xue D.-Y., Feliu V.: *Fractional-order Systems and Controls: Fundamentals and Applications*. Springer, London 2010.
11. Naber M.: *Linear fractionally damped oscillator*. „International Journal of Differential Equations”, vol. 2010, Article ID 197020, doi:10.1155/2010/197020, Hindawi Publishing Corporation.
12. Narahari Achar B.N., Hanneken J. W., Clarke T.: *Response characteristics of a fractional oscillator*. „Physica A”, vol. 309, 2002, 275-288.
13. Narahari Achar B. N., Hanneken J. W., Clarke T.: *Damping characteristics of a fractional oscillator*. „Physica A”, vol. 339, no. 3-4, 2004, 311-319.
14. Ostalczyk P.: *Zarys rachunku różniczkowo-całkowego ułamkowych rzędów. Teoria i zastosowania w automatyce*. Wyd. Politechniki Łódzkiej, Łódź 2008.
15. Podlubny I.: *Fractional Differential Equations*. Academic Press, San Diego 1999.
16. Petras I.: *Stability of fractional-order systems with rational orders: a survey*. *Fractional Calculus & Applied Analysis*. „International Journal for Theory and Applications”, vol. 12, no. 3, 2009, 269-298.
17. Radwan A.G.: Soliman A.M., Elwakil A.S., Sedeek A., *On the stability of linear systems with fractional-order elements*. „Chaos, Solitons and Fractals”, vol. 40, 2009, 2317-2328.
18. Ruszewski A.: *Stability regions of closed loop system with time delay inertial plant of fractional order and fractional order PI controller*. „Bull. Pol. Acad. of Sci., Techn. Sci.”, vol. 56, no. 4, 2008, 329-332.
19. Wang Z. H., Hu H. Y.: *Stability of a linear oscillator with damping force of the fractional-order derivative*. „Science China, Physics, Mechanics & Astronomy”, vol. 53, no. 2, 2010, 345-352. ■

Stability analysis of oscillatory system with PD controller of fractional order

Abstract: The problem of stability of linear continuous-time control system consisting of oscillatory plant and fractional order PD controller is considered. Methods for stability investigation is such systems and determination of stability region in the plane of controller parameters are given. The considerations are illustrated by numerical examples.

Keywords: fractional system, oscillator, stability, PD controller.

prof. dr. hab. inż. Mikołaj Busłowicz

Profesor zwyczajny Politechniki Białostockiej, kierownik Katedry Automatyki i Elektroniki na Wydziale Elektrycznym. Od 2004 roku członek Komitetu Automatyki i Robotyki PAN. Badania naukowe koncentrują się głównie wokół zagadnień analizy i syntezy układów regulacji z opóźnieniami, układów dodatnich, układów niecałkowitego rzędu, układów 2D oraz układów ciągle-dyskretnych. Jest autorem 3 monografii i ok. 170 publikacji naukowych.
e-mail: busmiko@pb.edu.pl



mgr inż. Tomasz Juchimowicz

Tytuł magistra inżyniera w zakresie elektrotechniki o specjalności automatyka i technika mikroprocesorowa uzyskał w 2010 roku na Wydziale Elektrycznym Politechniki Białostockiej. Aktualnie jest słuchaczem II roku Studium Doktoranckiego na tym wydziale.
e-mail: t.juchimowicz@student.pb.edu.pl

