

Sterowanie optymalne inteligentną kratownicą

Dariusz Grzybek

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki,
Katedra Automatykacji Procesów

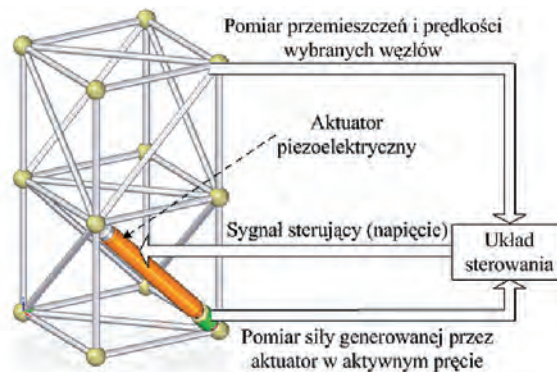
Streszczenie: W wielu obszarach przemysłu poszukuje się rozwiązań konstrukcyjnych, które charakteryzują się wysokim współczynnikiem tłumienia drgań oraz mają małą masę. Są to wymagania przeciwstawne, gdyż zwykle lekkie konstrukcje charakteryzują się niskim współczynnikiem tłumienia drgań. Konstrukcją, która może spełniać te przeciwstawne oczekiwania jest kratownica, w której jeden lub więcej prętów zostaje zastąpionych przez odpowiednio skonstruowane elementy zawierające aktuator piezoelektryczny. Zastosowanie takich elementów, nazywanych dalej aktywnymi prętami, pozwala na generowanie sił sterujących, które działają w wybranych węzłach na konstrukcję kratową. Kratownica staje się więc obiektem sterowania. Oczekiwany efektem sterowania jest niwelowanie wpływu zewnętrznych oddziaływań (np. wiatru) na przebieg przemieszczeń i prędkości węzłów kratownicy. Realizacja praktyczna układu sterowania taką kratownicą jest zadaniem trudnym, gdyż wymaga bardzo wysokiej precyzji wykonania aktywnych prętów, co związane jest ze specyfiką generowania siły przez materiał piezoelektryczny. Piezoelektryk generuje siłę, jeśli zostanie wyeliminowana możliwość zwiększenia jego wymiarów. Trudnym zadaniem jest projekt algorytmu sterowania, przede wszystkim ze względu na to, że kratownica z aktywnymi prętami jest obiektem sterowania z wieloma wejściami i wyjściami. W różnych ośrodkach naukowych prowadzone są badania zarówno prototypów konstrukcji aktywnych prętów, jak i algorytmów sterowania. W obszarze badań algorytmów sterowania można wyróżnić układy, w których prawo sterowania generowane jest na podstawie minimalizacji wskaźnika jakości. W tym obszarze zawiera się treść artykułu, w którym przedstawiono wyniki badań symulacyjnych układu sterowania przykładową kratownicą, z zastosowaniem optymalnego algorytmu LQR oraz pełnego obserwatora stanu Luenbergera. Zasadniczym celem artykułu jest przedstawienie możliwości sterowania kratownicą z wykorzystaniem aktuatorów piezoelektrycznych. Zwrócono uwagę na związek między lokalizacją aktywnych prętów a uzyskiwanymi wynikami sterowania. Na podstawie przeprowadzonej analizy wyników symulacji stwierdzono, że wprowadzenie aktywnych prętów do struktury kratownicy oraz zastosowanie układu sterowania z algorytmem LQR i obserwatorem stanu może w istotny sposób wpłynąć na zwiększenie zdolności tłumienia drgań przez taką konstrukcję, bez konieczności zwiększania masy.

Słowa kluczowe: inteligentna kratownica, sterowanie optymalne, aktuator piezoelektryczny, drgania

1. Wprowadzenie

W wielu obszarach przemysłu, np. lotnictwie, poszukuje się rozwiązań konstrukcyjnych, które jednocześnie są lekkie oraz charakteryzują się wysokim współczynnikiem tłumienia drgań. Trudne warunki eksploatacji, np. w atmosferze ziemskiej lub w przestrzeni kosmicznej wymuszają na

projektantach opracowanie konstrukcji charakteryzującej się odpowiednimi właściwościami dynamicznymi, pozwalającej na utrzymanie niezmienniej pozycji w warunkach oddziaływania zakłóceń zewnętrznych oraz o małej masie, w celu redukcji kosztów eksploatacji. Wymagania te są przeciwstawne, gdyż lekka konstrukcja charakteryzuje się zwykle niskim współczynnikiem tłumienia wewnętrznego [13]. Jednym z możliwych rozwiązań konstrukcyjnych spełniających oba wymagania jest kratownica, w której jeden lub więcej prętów zostało zastąpionych aktywnymi prętami, zawierającymi aktuator piezoelektryczny. Zasadniczym celem wprowadzenia aktywnych prętów jest wytwarzanie dodatkowych sił, działających w odpowiednio wybranych węzłach kratownicy. Sygnały sterujące aktywnymi prętami są wyznaczane na podstawie pomiaru przemieszczeń oraz prędkości również wybranych węzłów kratownicy. Biorąc pod uwagę fakt, że pomiar wymaga zastosowania kosztownych przetworników pomiarowych, najczęściej stosuje się jedynie pomiar przyspieszenia tych węzłów. W celu wyznaczenia wartości aktualnej siły generowanej przez aktywny pręt, realizowany jest pomiar tej siły. Ideowy schemat aktywnej kratownicy przedstawiono na rys. 1 [4].



Rys. 1. Schemat ideowy inteligentnej kratownicy
Fig. 1. Schema of the smart truss

W literaturze kratownicę z zaimplementowanym materiałem piezoelektrycznym nazywa się inteligentną kratownicą (ang. *smart truss*). W wielu ośrodkach badawczych na świecie prowadzone są eksperymenty laboratoryjne i symulacyjne w obszarze sterowania inteligentnymi kratownicami. W [2] przedstawiono wyniki badań laboratoryjnych układu sterowania kratownicą z wykorzystaniem algorytmu LQR. W konstrukcji kratowej, złożonej z 13 prętów, zaimplementowano aktywny pręt z aktuatorem piezoelektrycznym, który umożliwił generowanie maksymalnej siły o wartości 110 N, którego maksymalna zmiana długości wynosiła 80 μm . Zastosowanie układu sterowania pozwoliło na redukcję amplitudy o 6 dB i 9 dB, odpowiednio dla pierwszego i drugiego modu drgań. W [15] przedstawiono wyniki badań laboratoryjnych układu sterowania kratownicą

z wykorzystaniem odpowiednio zaprojektowanego regulatora całkującego. Kratownica zbudowana była z 161 prętów, z których jeden został zastąpiony aktywnym prętem. Aktywny pręt zawierał aktuator piezoelektryczny P-843, który umożliwiał generowanie maksymalnej siły o wartości 1500 N, którego maksymalna zmiana długości wynosiła 90 μm . Zastosowanie układu sterowania pozwoliło na redukcję amplitudy drgań o średnio 11–14 dB. W [7] przedstawiono wyniki badań laboratoryjnych układu sterowania kratownicą z wykorzystaniem algorytmu LQR. W konstrukcji kratowej, składającej się z 78 prętów, zaimplementowano dwa aktywne pręty z aktuatorami piezoelektrycznymi. Autorzy uzyskali w eksperymentach zwiększenie tłumienia od 55 % do 137 %, w zależności od modu drgań.

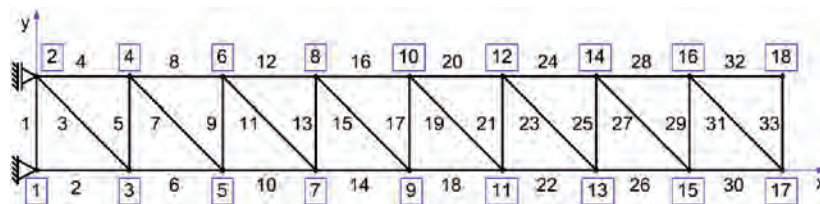
W ramach artykułu przedstawiono wyniki badań symulacyjnych układu sterowania kratownicą z wykorzystaniem algorytmu LQR. Algorytm sterowania LQR został wybrany ze względu na to, że sygnał sterujący jest generowany na podstawie stanu całego obiektu, czyli przemieszczeń i prędkości wszystkich węzłów kratownicy oraz charakteryzuje się prostym zapisem matematycznym. Strukturę kratownicy przyjęto analogiczną jak w badaniach symulacyjnych układu sterowania modalnego [3].

2. Model matematyczny

2.1. Założenia

2.1.1. Struktura kratownicy

Do badań symulacyjnych przyjęto 2-wymiarową konstrukcję kratową o długości 2 m, szerokości 0,25 m oraz wysokości 0,25 m. Kratownica zbudowana jest z 33 prętów, połączonych ze sobą w 18 węzłach. Kratownica ma 33 stopnie swobody. Założono, że pręty wykonane są ze stali 45 oraz mają przekrój kołowy o powierzchni 0,001 m². Do obliczeń przyjęto następujące właściwości stali 45: moduł Younga – 2,1·10⁵ MPa oraz gęstość – 7860 kg/m³. Przyjęto założenie, że węzły nie mają masy. Schemat modelowanej kratownicy przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Schemat modelowanej kratownicy

Fig. 2. Schema of the modeled truss

Tab. 1. Parametry aktuatora piezoelektrycznego

Tab. 1. Parameters of the piezoelectric actuator

Wielkość	Symbol	Jednostka	Wartość
Długość	L_0	m	0,036
Średnica	d	m	0,02
Maksymalna siła generowana	F_p	N	3500
Maksymalna zmiana długości	ΔL_0	mm	21
Sztywność	k_p	N/mm	165

2.1.2. Budowa aktywnego pręta

Do badań symulacyjnych przyjęto, że aktywny pręt zawiera komercyjny aktuator piezoelektryczny PAHL 18/20 firmy Piezosystem Jena. Podstawowe wielkości charakteryzujące ten aktuator przedstawiono w tabeli 1 [6].

Założono, że w badaniach symulacyjnych nie zostaną zamodelowane pozostałe elementy aktywnego pręta, m.in. łączniki z węzłami kratownicy, sprężyna generująca obciążenie wstępne. Konstrukcja aktywnego pręta kratownicy jest trudnym zagadnieniem i stanowi przedmiot badań w wielu laboratoriach. Generowanie siły przez aktywny pręt możliwe jest wtedy, gdy wyeliminowana zostanie możliwość zmiany wymiarów aktuatora, przy czym zmiany te są rzędu mikrometrów. Przykłady konstrukcji aktywnych prętów przedstawiono w [1, 18].

2.2. Model matematyczny kratownicy

2.2.1. Równanie ruchu

Równanie ruchu kratownicy [11]:

$$[M]\ddot{q}(t) + [C]\dot{q}(t) + [K_s]q(t) = [E]u(t) + p(t) \quad (1)$$

gdzie: $q(t)$ są to przemieszczenia węzłów kratownicy, $u(t)$ jest to sygnał sterujący, $p(t)$ – zakłócenie, $[M]$ – macierz bezwładności, $[C]$ – macierz tłumienia, $[K_s]$ – macierz sztywności, $[E]$ – macierz lokacji sterowań w strukturze kratownicy.

Zależność (1) to 33 równania różniczkowe. Kratownica przedstawiona na rys. 2 została zamodelowana w programie MATLAB, co pozwoliło na wyznaczenie macierzy mas $[M]$ oraz sztywności $[K_s]$. W dalszych obliczeniach przyjęto model tłumienia proporcjonalnego, zgodnie z którym macierz tłumienia $[C]$ jest wyznaczona z zależności [11]:

$$[C] = \alpha [M] \quad (3)$$

gdzie: α – wymiarowy współczynnik proporcjonalności. Współczynnik α został wyznaczony ze wzoru:

$$\alpha = 2\gamma\omega \quad (4)$$

gdzie: γ – bezwymiarowy współczynnik tłumienia, ω – częstość drgań własnych modelowanej kratownicy. W dalszych obliczeniach przyjęto stałą wartość współczynnika tłumienia: $\gamma = 0,01$ oraz wybrano jedną z wyznaczonych częstości własnych: $\omega_{33} = 4,2207$ rad/s.

2.2.2. Model w przestrzeni stanów

W projektowaniu algorytmu sterowania LQR wykorzystywany jest model matematyczny w przestrzeni stanów. Przyjęto więc następujący wektor stanu $x(t)$ [11]:

$$x(t) = \begin{bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} \Rightarrow \dot{x}(t) = [A]x(t) + [B]u(t) + [H]p(t) \quad (5)$$

gdzie: $[A]$ – macierz stanu, $[B]$ – macierz sterowań, $[H]$ – macierz zakłóceń.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K_s & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}E \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{z}(t) \\ x(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \\ 0 \end{bmatrix} w(t) \quad (13)$$

$$y(t) = [C \quad 0] \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix}$$

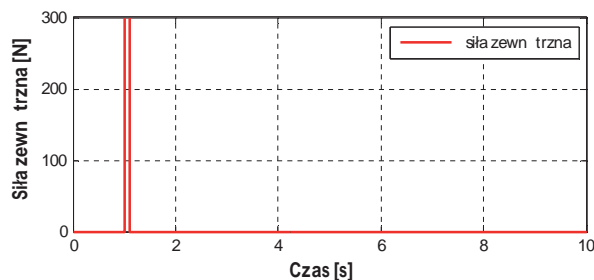
gdzie: $w(t)$ – zakłócenie działające na obiekt.

4. Badania symulacyjne kratownicy

4.1. Założenia

Charakterystyka inteligentnej kratownicy jako obiektu sterowania:

- wielkość wyjściowa $y(t)$: przemieszczenie 18 węzła w kierunku osi y (rys. 2). Węzeł ten został wybrany ze względu na to, że jest jednym z dwóch węzłów najbardziej oddalonych od utwierdzenia kratownicy. W związku z tym przyjęto założenie, że wartości przemieszczenia tego węzła powinny być większe od wartości przemieszczenia węzłów 2–16 w przypadku działania zakłócenia $w(t)$, którego przebieg został przedstawiony na rys. 6,
- wielkość zadana $z(t)$: 0,
- zakłócenie zewnętrzne $w(t)$: jest to siła działająca na węzeł 18 w kierunku osi y . Przebieg zakłócenia przedstawiono na rys. 6.



Rys. 6. Przebieg zakłócenia zewnętrznego
Fig. 6. Course of the external disturbance

d) w badaniach symulacyjnych przyjęto 3 przypadki rozmieszczenia aktywnych prętów (rys. 7):

- dwa aktywne pręty, generujące siłę w węzłach 2 i 3,
- dwa aktywne pręty, generujące siły w węzłach 3 i 4,
- trzy aktywne pręty, generujące siły w węzłach 2, 3 i 4.

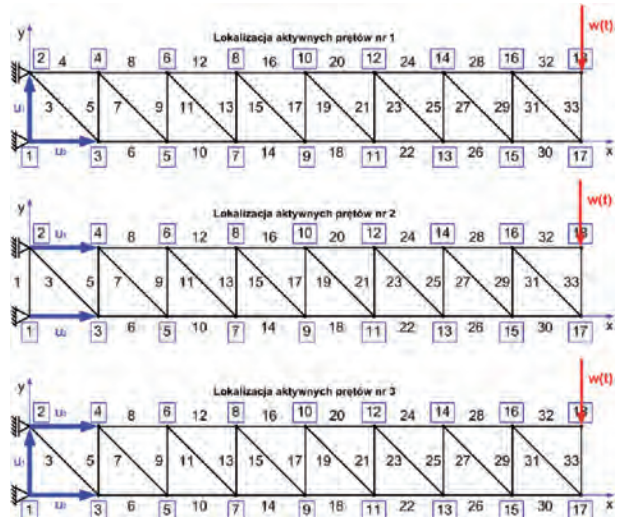
Wybór lokalizacji aktywnych prętów w strukturze kratownicy został przyjęty na podstawie analizy odpowiedzi układu przy różnych lokalizacjach aktywnych prętów. W analizie przyjęto kryterium najkrótszego czasu, w jakim przemieszczenie węzła 18, które jest odpowiedzią całego układu, nie będzie przekraczać założonej wartości ($\pm 0,0001$ m). Najbardziej optymalne rozmieszczenia aktywnych prętów, ze względu na to kryterium, zostały przedstawione na rys. 7.

4.2. Wyniki badań symulacyjnych

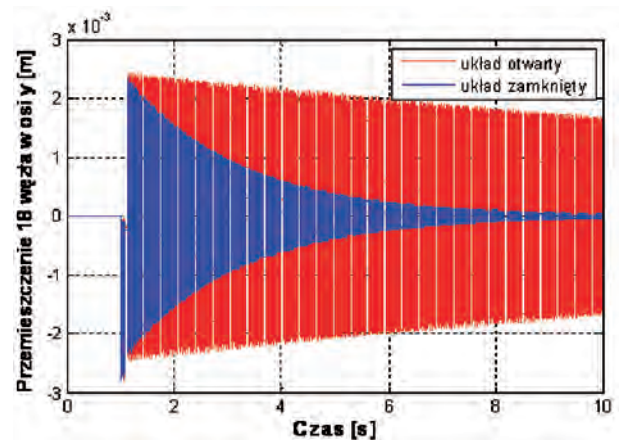
Macierze Q i R mają postać:

$$Q = I_{66 \times 66} \quad R = 0,001 \cdot I_{2 \times 2} \quad (14)$$

W celu ustalenia jednakowych mas dla wszystkich zmiennych stanu, czyli przemieszczeń i prędkości wszystkich węzłów, przyjęto macierz Q jako macierz diagonalną z wartościami niezerowych elementów wynoszącymi 1. Wartości



Rys. 7. Rozmieszczenie aktywnych prętów w kratownicy
Fig. 7. Placement of the active member in the truss



Rys. 8. Wynik sterowania dla lokalizacji nr 1
Fig. 8. Control result for the case no 1

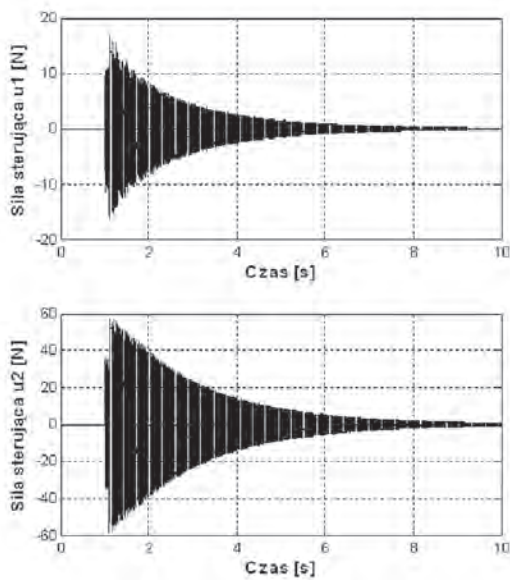
elementów macierzy R zostały wyznaczone metodą kolejnych prób [9].

Wyznaczone w symulacjach przemieszczenie węzła 18 w kierunku osi y dla lokalizacji aktywnych prętów z rys. 7 przedstawiono odpowiednio na rys. 8, 10 i 12. Uzyskane w symulacjach wyniki wskazują, że możliwe jest uzyskanie efektywnego sterowania, dzięki zastosowaniu układu sterowania z algorytmem LQR w celu generowania sił sterujących w odpowiednio wybranych węzłach kratownicy. Przebieg sił sterujących, generowanych przez aktywne pręty, przedstawiono odpowiednio na rys. 9, 11, 13.

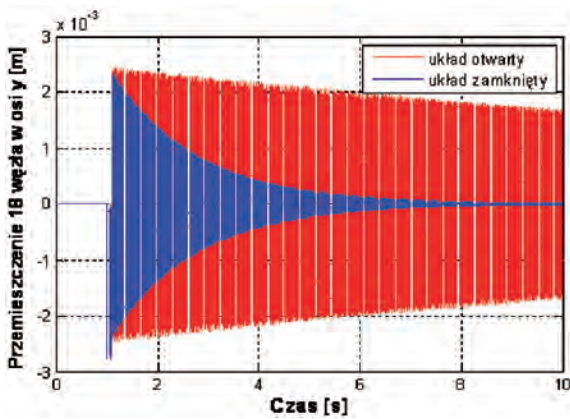
5. Podsumowanie

Na podstawie badań symulacyjnych oraz przeglądu literatury, można wyciągnąć następujące wnioski:

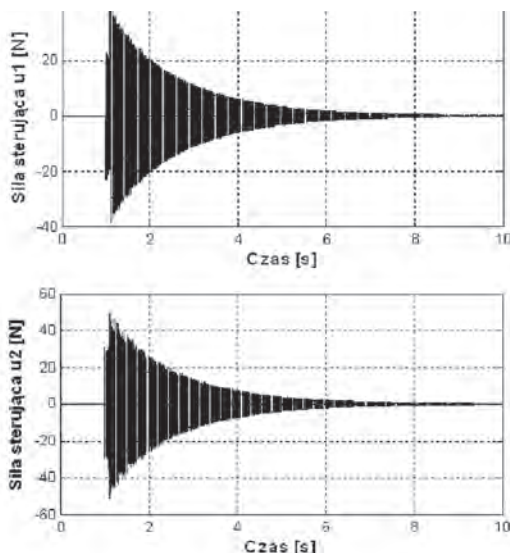
- zastosowanie aktywnych prętów, generujących siły w wybranych węzłach konstrukcji kratowej, umożliwia sterowanie drganiami takiej konstrukcji. Należy jednak rozwiązać problem praktyczny, jakim jest konstrukcja aktywnego pręta, pozwalająca po przyłożeniu napięcia na



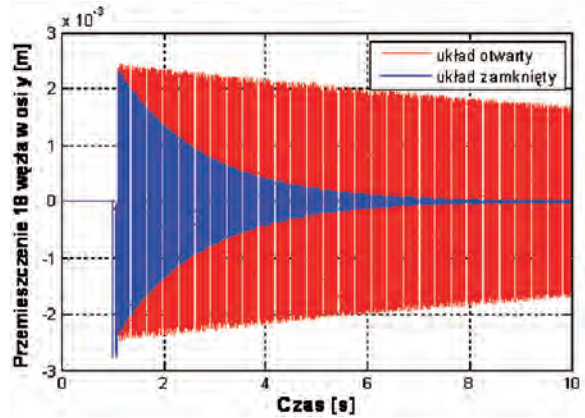
Rys. 9. Przebieg sił sterujących dla lokalizacji nr 1
Fig. 9. Course of the control forces the case no 1



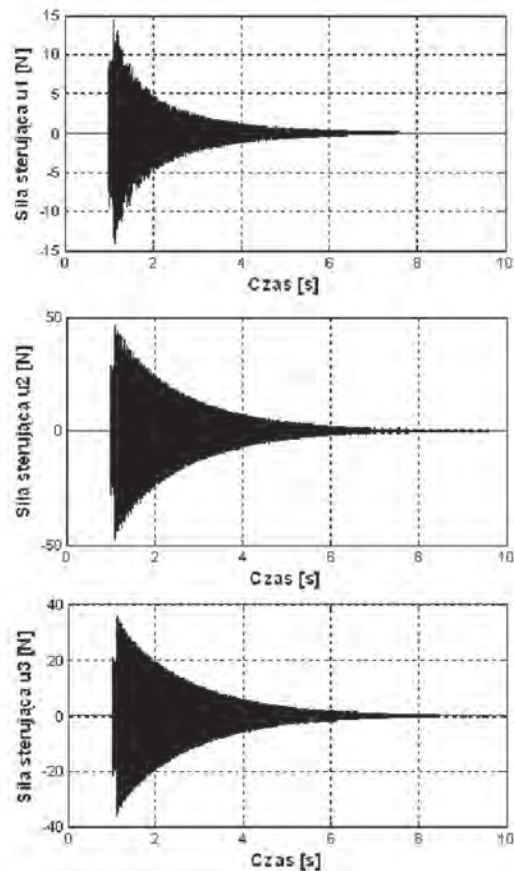
Rys. 10. Wynik sterowania dla lokalizacji nr 2
Fig. 10. Control result for the case no 2



Rys. 11. Przebieg sił sterujących dla lokalizacji nr 2
Fig. 11. Course of the control forces the case no 2



Rys. 12. Wynik sterowania dla lokalizacji nr 3
Fig. 12. Control result for the case no 3



Rys. 13. Przebieg sił sterujących dla lokalizacji nr 3
Fig. 13. Course of the control forces the case no 3

- generowanie siły przez aktuator piezoelektryczny;
- najkrótszy czas, w którym pozycja, wybranego jako wyjście, węzła 18 kratownicy powróciła do stanu przed wystąpieniem zakłócenia w postaci siły (rys. 6) uzyskano dla lokalizacji aktywnych prętów, przedstawionej na rys. 7. Lokalizacje te charakteryzują się tym, że każdy z aktywnych prętów jest z jednej strony połączony z utwierdzeniem kratownicy. Należy zaznaczyć, że sformułowane wnioski są poprawne dla przedstawionych wcześniej założeń dotyczących charakteru zakłócenia;
 - wyniki badań symulacyjnych wskazują na to, że zasto-

sowanie algorytmu LQR pozwala na efektywne sterowanie inteligentną kratownicą. Jednak taki algorytm jest trudno realizowalny w rzeczywistości, gdyż wymaga pomiaru całego wektora stanu, czyli przemieszczeń i prędkości wszystkich węzłów kratownicy. Istnieje możliwość wyeliminowania tej konieczności poprzez generowanie prawa sterowania na podstawie wektora stanu, estymowanego na podstawie pomiaru sygnału sterującego oraz wybranych wyjść z układu.

Wykonano w ramach pracy statutowej nr 11.11.130.560. AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, Katedra Automatyzacji Procesów.

Bibliografia

1. Anderson E. H., Moore D. M., Fanson J. L., *Development of an active truss element for control of precision structures*. Optical Engineering, 1990, vol. 29, nr 11, 1333–1341
2. Bueno D., Marqui C., Santos R., Neto C., Lopes V., *Experimental active vibration control in truss structures considering uncertainties in system parameters*. Mathematical Problems in Engineering, 2008.
3. Carvalhal R., Silva S., Lopes V., *Modal control applications in intelligent truss structures*. ABCM Symposium Series in Mechatronics, 2004, vol. 1, 304–310.
4. Grzybek D., *Aktuatory piezoelektryczne w inteligentnych kratownicach*. „Pomiary Automatyka Robotyka”, 2011, nr 11, 63–67.
5. Grzybek D., *Wykorzystanie mechanizmu przetwarzania energii w materiałach piezoelektrycznych do sterowania drganiami*. „Czasopismo Techniczne”, 2011, nr 1, 51–59.
6. [www.piezosystem.com/uplads/media/PAHL_ds_2010_08_03.pdf].
7. Jing G., Yu M., Yong-yi W., *Experimental study on the mode of active truss*. “Energy Procedia”, 2012, nr 17, 24–31.
8. Kaczorek T., *Teoria sterowania i systemów*. Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999.
9. Koziński W., *Projektowanie regulatorów. Wybrane metody klasyczne i optymalizacyjne*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2004.
10. Lefeuvre E., Sebald G., Guyomar D., Lallart M., Richard C., *Materials, structures and power interfaces for efficient piezoelectric energy harvesting*. Journal of Electroceram, nr 22, 171–179.
11. Lewandowski R., *Dynamika konstrukcji budowlanych*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2006.
12. Ogata K., *Matlab for control engineers*. Pearson Prentice Hall, 2008.
13. Qiu J., Jiang H., Ji H., Zhu K., *Comparison between four piezoelectric energy harvesting circuits*. Front. Mech. Eng. China, 2009, nr 4(2), 153–159.
14. Sciocso F., Gasbarri P., Marianetti C., Togliola Ch., *Control of vibrations of the international space station with piezoelectric actuators*. International Astronautical Federation, 2005.
15. Song G., Vlattas J., Johnson S. E., Agraval B. N., *Active vibration control of a space truss using a lead zirconate stack actuator*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 2001, vol. 215, 355–361.
16. *Wstęp do piezoelektroniki*. Praca zbiorowa. Wydawnictwa Komunikacji Łączności. Warszawa 1980.
17. Wysocki M., *Sterowanie wielowymiarowe. Projektowanie liniowych układów stacjonarnych w przestrzeni stanów*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, 2004.
18. Zheng K., Zhang Y., Yang Y., Yan S., Dou L., Chen J., *Active vibration control of adaptive truss structure using fuzzy neural network*. Proceedings of Chinese Control and Decision Conference, 2008. ■

Optimal control of a smart truss

Abstract: The structures, which have a high coefficient of the vibration damping and have simultaneously low mass, are sought after in many areas of industry. These requirements are contrary because the light structures usually have a low coefficient of the vibration damping. A structure, which would fulfill such expectations, is a truss, in which one or more members are replaced by properly built element containing piezoelectric actuator. The application of such elements, called the active members, enables a generation of the control forces which act in selected nodes on the truss. Such a truss becomes the control object. The expected effect of control is a counteraction of the external influences (for example by wind) on the courses of displacements and speeds of the truss nodes. The practical realization of the control system of such truss is difficult task because in the carrying out of the active members a high precision is required. High precision is connected with a force generation by the piezoelectric material. A project of the control algorithm is also difficult, because the truss with active members is MIMO control object. The researches of the active member prototypes, as well as the control algorithms, are conducted in many scientific centers. The control systems with the generation of the control law on the basis of the quality coefficient minimization are often the object of the researches. This article presents the results of simulation research for the control system of exemplary truss with the use of LQR algorithm and full state observer of Luenberger. A basic purpose of this article is the presentation of the possibility of the truss control with the use of the piezoelectric actuators. In the centre of the attention here is the connection between the localization of active member and the control results. On the basis of the conducted simulation researches there can claim that the introduction of the active members to the truss structure and the application of the control system with LQR algorithm and full state observer of Luenberger would influence on the increase of vibration damping of such structure, without the increasing of the truss mass.

Keywords: smart truss, optimal control, piezoelectric actuator, vibration

dr inż. Dariusz Grzybek

Dariusz Grzybek jest adiunktem w AGH Akademii Górniczo-Hutniczej na Wydziale Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, w Katedrze Automatyzacji Procesów. W pracy naukowej zajmuje się sterowaniem wielowymiarowym obiektami dynamicznymi oraz wykorzystaniem inteligentnych materiałów w sterowaniu procesami.

e-mail: dariusz.grzybek@agh.edu.pl

