

dr inż. Jerzy Graffstein
Instytut Lotnictwa

ZMIANY PRZEBIEGU LOTU SPOWODOWANE BŁĘDAMI POMIARU POŁOŻENIA KĄTOWEGO SAMOLOTU PODCZAS WYKONYWANIA AUTOMATYCZNIE STEROWANEGO MANEWRU

W pracy przedstawiono ideę działania automatycznego sterowania lotem wzdłuż trajektorii wyznaczonej przez automatycznie wygenerowany manewr obiektu. Podjęto badania zmian ruchu samolotu po wpływie błędów pomiaru kątów orientacji obiektu. Przeprowadzono analizę błędów liniowego położenia samolotu i jego kąta odchylenia dla różnych wartości błędów pomiarowych i jednocześnie występujących cyklicznych podmuchach wiatru. Błędy położenia samolotu w przestrzeni zależały od poziomu niedokładności pomiarów, zakłóceń zewnętrznych oraz od fazy realizowanego manewru.

FLIGHT TRAJECTORY VARIATIONS CAUSED BY THE ATTITUDE MEASUREMENT ERRORS IN A MANOEUVRE CONTROLLED AUTOMATICALLY

In the article the idea of automatic flight control is presented for the case of flight trajectory computed as automatically generated manoeuvre. Variations of aircraft's motion caused by measuring error of attitude are investigated. The analyses of aircraft's position error and yaw angle error have been completed for several values of measuring errors and wind blasts occurring simultaneously. Aircraft's position error depends on level of inaccuracy of measurements, external disturbances and phase of performed manoeuvre.

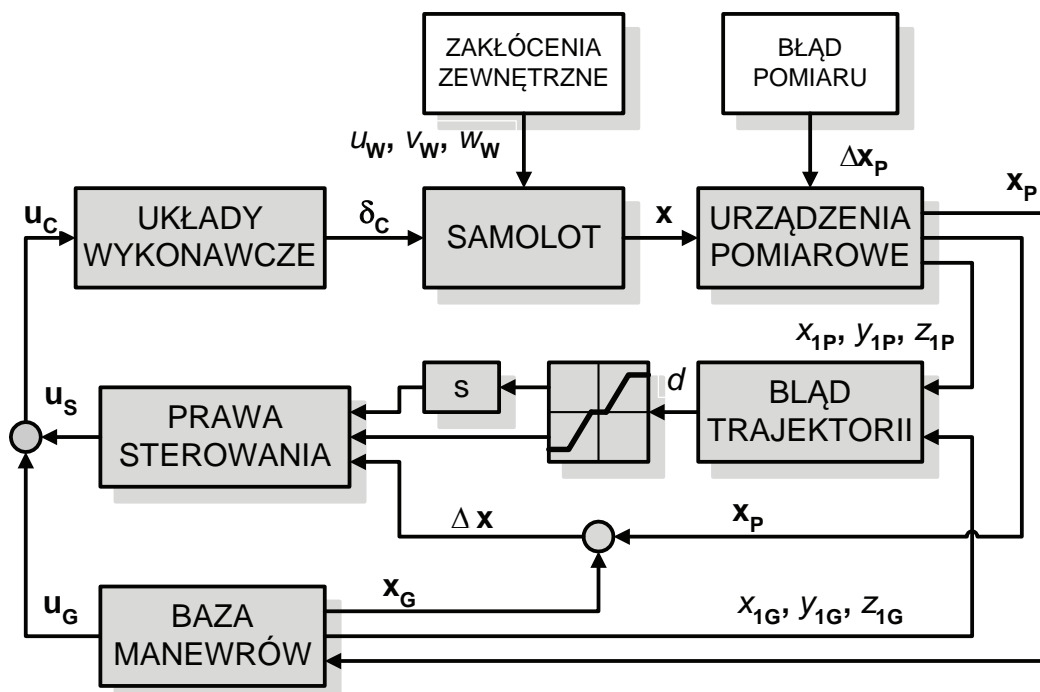
1. WSTĘP

W rozważaniach dotyczących badania jakości funkcjonowania automatycznego układu sterowania ruchem samolotu brane są pod uwagę różne kryteria w zależności od zadań jakie są stawiane przed wybranym obiektem. Jednym z istotnych czynników jaki powinien być uwzględniany we wspomnianej ocenie jest wrażliwość sterowanego lotu samolotu na zakłócenia zewnętrzne i błędy pomiarów wybranych zmiennych opisujących ruch obiektu. Znaczenie mają tylko pomiary tych zmiennych, które uwzględnione są w przyjętych prawach sterowania. W pracy skupiono się na badaniu dokładnościach toru lotu samolotu i kąta odchylenia, na które oddziałują dwa odmienne rodzaje zakłóceń. Weryfikacją przeprowadzonych rozważań były wyniki obliczeń symulacji numerycznej ruchu samolotu wzdłuż arbitralnie przyjętej trajektorii dla wybranego przykładu złożonego manewru. Porównano przebieg ruchu w sytuacji występowania różnych błędów pomiaru kątów położenia samolotu oraz oddziaływania cyklicznych podmuchów wiatru.

2. IDEA AUTOMATYCZNIE WYKONYWANEGO MANEWRU

Sposób działania zaproponowanej w pracy idei automatycznego sterowania ruchem samolotu wykonującego zadany, złożony manewr przedstawiono na rys 1. Układy wykonawcze zapewniają wymagane położenie kątowe powierzchni sterowych samolotu (ster wysokości, kierunku i lotki), oraz regulację układu napędowego. Powyższymi układami steruje wektor \mathbf{u}_C stanowiący sumę wektora z bazy manewrów \mathbf{u}_G oraz wektora \mathbf{u}_S uzyskanego z przyjętych

praw sterowania. Wektor \mathbf{u}_s ma za zadanie przeciwdziałanie wpływom zakłóceń, które mogą powodować między innymi ruch obiektu niezgodny z przyjętymi założeniami. Uchyb $\Delta \mathbf{x}$ stanowi różnicę pomiędzy aktualnie zmierzonymi zmiennymi stanu samolotu \mathbf{x}_p a wartościami zadanymi \mathbf{x}_G pobranymi z bazy manewrów. Dodatkowo do wyznaczania uchybu wykorzystywany jest błąd przestrzennej trajektorii d wyliczany na podstawie współrzędnych aktualnie zmierzonego położenia samolotu $[x_{1P}, y_{1P}, z_{1P}]$ oraz referencyjnych położen



Rys.1. Schemat idei automatycznego sterowania ruchu samolotu dla zadanego manewru $[x_{1G}, y_{1G}, z_{1G}]$ odczytanych z bazy manewrów. Wartość błędu d jest poddawana ograniczeniom w bloku z nasyceniem i strefą nieczułości oraz różniczkowany w bloku z operatorem s (rys. 1). Uzyskane metodą symulacyjną [8] wartości wektora sterowań \mathbf{u}_G i zmiennych stanu \mathbf{x}_G zapisane są przed lotem z przyjętym krokiem czasowym do bazy manewrów.

3. SPOSÓB AUTOMATYCZNEGO STEROWANIA

Matematyczny model dynamiki samolotu sterowanego wzdłuż zadanej trajektorii, w układzie osi związanych z samolotem, opisuje nieliniowe równanie macierzowe [4], [6] i [10]):

$$\dot{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{Q}_1 - \tilde{\mathbf{K}}_1 \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{M}}^{-1} \tilde{\mathbf{Q}}_2 \mathbf{K}_{wz} (\mathbf{x}_z - \mathbf{x}_P), \quad (1)$$

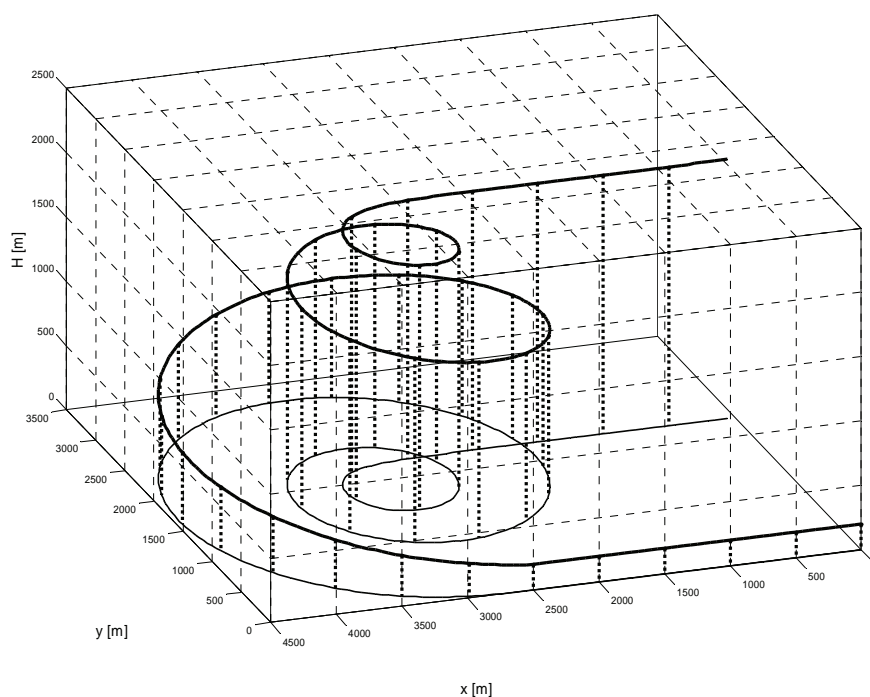
gdzie \mathbf{Q}_1 - macierz zewnętrznych sił i momentów sił grawitacji, aerodynamiki i układu napędowego, $\tilde{\mathbf{M}}$ - macierz bezwładności, $\tilde{\mathbf{Q}}_2$ - macierz pochodnych aerodynamicznych sterów, $\tilde{\mathbf{K}}_1$ - macierz prędkości i transformacji, \mathbf{x} - wektor zmiennych stanu (położenia liniowe i kątowne oraz ich prędkości) $\dot{\mathbf{x}}$ - pierwsza pochodna wektora zmiennych stanu, \mathbf{x}_z - wektor zadanych zmiennych stanu, \mathbf{x}_P - wektor mierzonych zmiennych stanu. Automatyczne sterowanie ruchem wzdłuż zadanej trajektorii odbywa się w czterech kanałach według przedstawionych praw sterowania zawartych w równaniu (1). Różnią się formą w porównaniu z typowymi stosowanymi do stabilizacji ruchu samolotu [3], [5] i [7]. Różnica polega między

innymi na sposobie określania wartości zadanych (patrz poniżej kąty przechylenia i odchylenia).

$$\mathbf{K}_{wz} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1,11} & k_{1,12} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2,11} & k_{2,12} \\ k_{31} & k_{32} & \dots & k_{3,11} & k_{3,12} \\ k_{41} & k_{42} & \dots & k_{4,11} & k_{4,12} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Obliczenia współczynników wzmocnienia praw sterowania \mathbf{K}_{wz} przeprowadzono metodą LQR [1], [6] w oparciu o całkowity wskaźnik jakości sterowania [4], [10]. Część elementów macierzy \mathbf{K}_{wz} otrzymana tą metodą posiadała wartości bliskie zero i jako nieistotne dla procesu sterowania została usunięta z praw sterowania. Wartościami zadanymi są przede wszystkim elementy wektora zmiennych stanu z indeksami G , które zgromadzono w bazie manewrów. Zgodnie z przedstawionym opisem idei automatycznie wykonywanego manewru (rys. 1) prawdziwe jest $\mathbf{x}_z = \mathbf{x}_G$ za wyjątkiem wartości zadanej kąta przechylenia: $\Phi_Z = \Phi_G + k_{1\Phi} d_H + k_{2\Phi} \dot{d}_H$ oraz kąta odchylenia $\Psi_Z = \Psi_G + k_{1\Psi} d_H + k_{2\Psi} \dot{d}_H$. Dodatkowe wyrażenia $k_{1\Phi} d_H + k_{2\Phi} \dot{d}_H = \Delta\Phi_Z$ i $k_{1\Psi} d_H + k_{2\Psi} \dot{d}_H = \Delta\Psi_Z$, w podanych powyżej zależnościach posiadają niezerową wartość gdy spełniony jest warunek $d_H > \varepsilon_H$, w którym ε_H jest założonym otoczeniem wokół trajektorii. Wielkość ε_H , odpowiadająca strefie nieczułości, wprowadzana jest w celu zapobiegania zbyt częstemu przełączaniu układów wykonawczych.

4. WYBÓR TRAJEKTORII I SPOSÓB WYLICZANIA JEJ BŁĘDU



Rys.2. Zadana trajektoria przyjętego do symulacji manewru

Błąd realizacji trajektorii w płaszczyźnie poziomej określany jest zgodnie ze wzorem (3) w odniesieniu do najbliższego punktu trajektorii:

$$d_H = \sqrt{(x_{1G} - x_{1P})^2 + (y_{1G} - y_{1P})^2}. \quad (3)$$

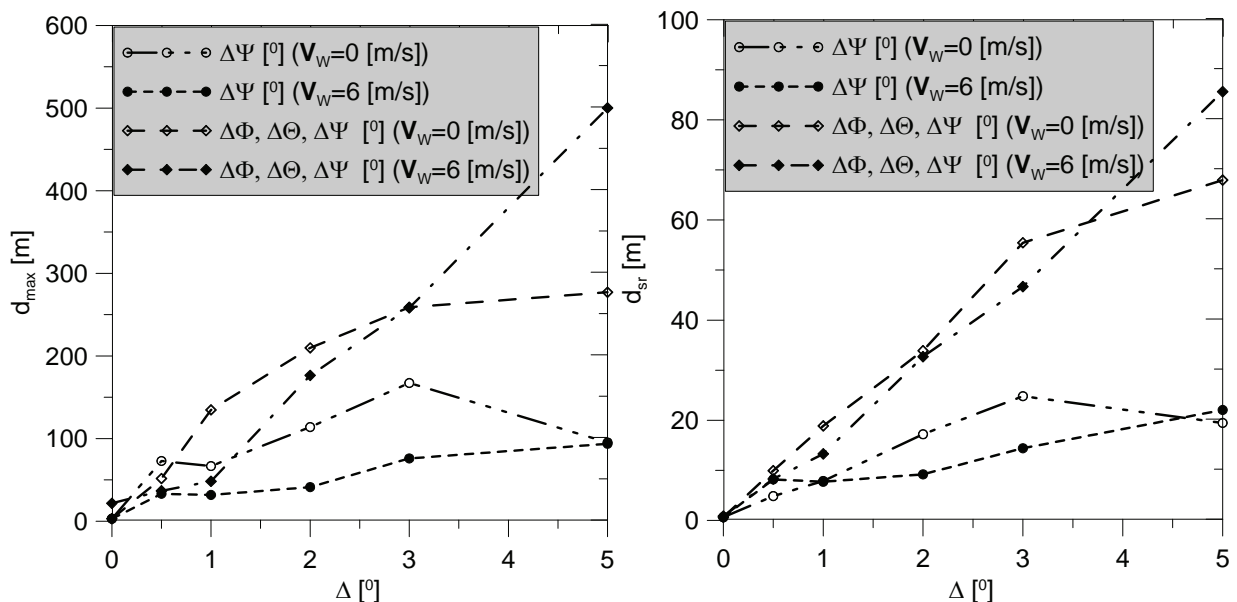
Pierwsza pochodna błędu trajektorii po czasie wyliczana jest z definicji według wzoru:

$$\dot{d}_H = (d_{H(i+1)} - d_{H(i)}) / (t_{(i+1)} - t_{(i)}) \quad (4)$$

Do dalszych rozważań wybrano manewr, w którym na początku ruch samolotu był ustalony, poziomy z prędkością $V_0=50$ m/s na wysokości $H=200$ m. Następnie po przebyciu drogi około $s=2500$ m samolot zmieniał swoją wysokość ze stałą prędkością wznoszenia i jednocześnie wykonywał zakręt z malejącym promieniem zakrętu aż do momentu osiągnięcia zmiany kąta odchylenia o wartość $\Psi=900^0$. Po osiągnięciu tej wielkości i na wysokości ok. $H=2000$ m samolot wykonywał lot poziomy ustalony. Zmienne sterujące niezbędne do wykonania opisanego manewru oraz wartości zadane uzyskano metodami opisanymi w pracy [8]. Są one prawdziwe dla ściśle określonych warunków początkowych oraz przyjętego powyżej stałego wektora prędkości liniowej względem Ziemi i żądanego przebiegu wysokości.

5. BADANIA WPŁYWU BŁĘDÓW POMIARU NA DOKŁADNOŚĆ TORU LOTU

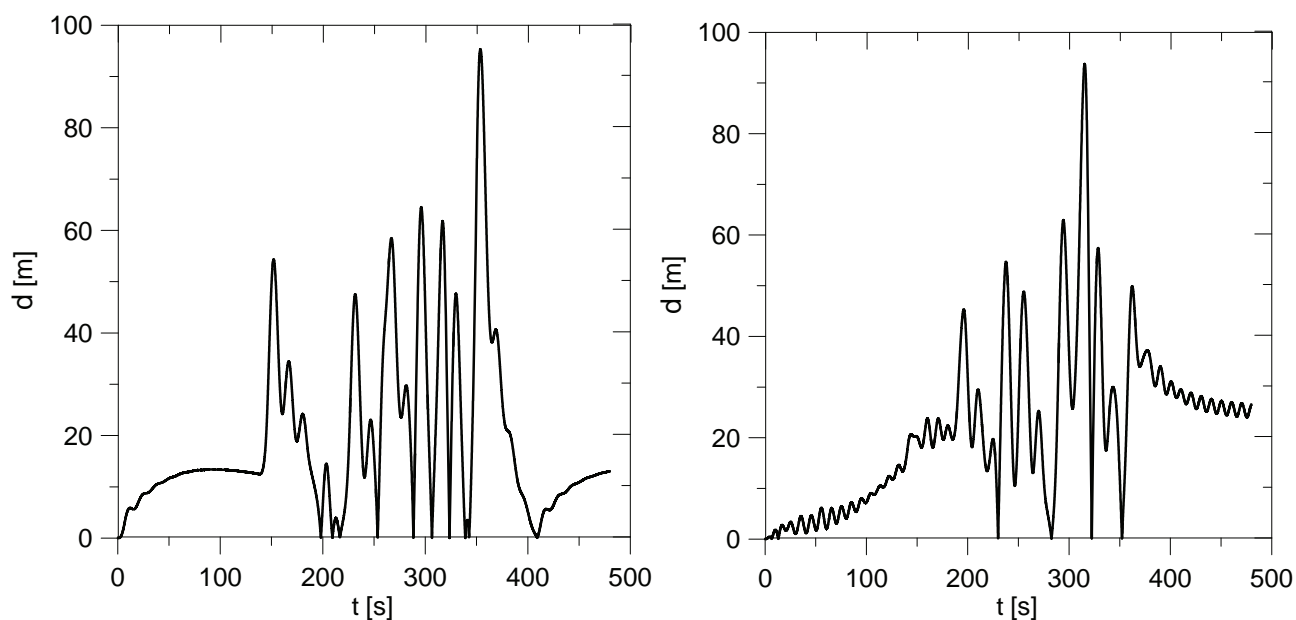
W wyniku szeregu numerycznych symulacji automatycznie sterowanego ruchu samolotu wykonującego opisany, złożony manewr uzyskano przebiegi zmian położenia samolotu w płaszczyźnie poziomej i pionowej oraz kąt odchylenia dla różnych wartości błędu pomiaru kątów



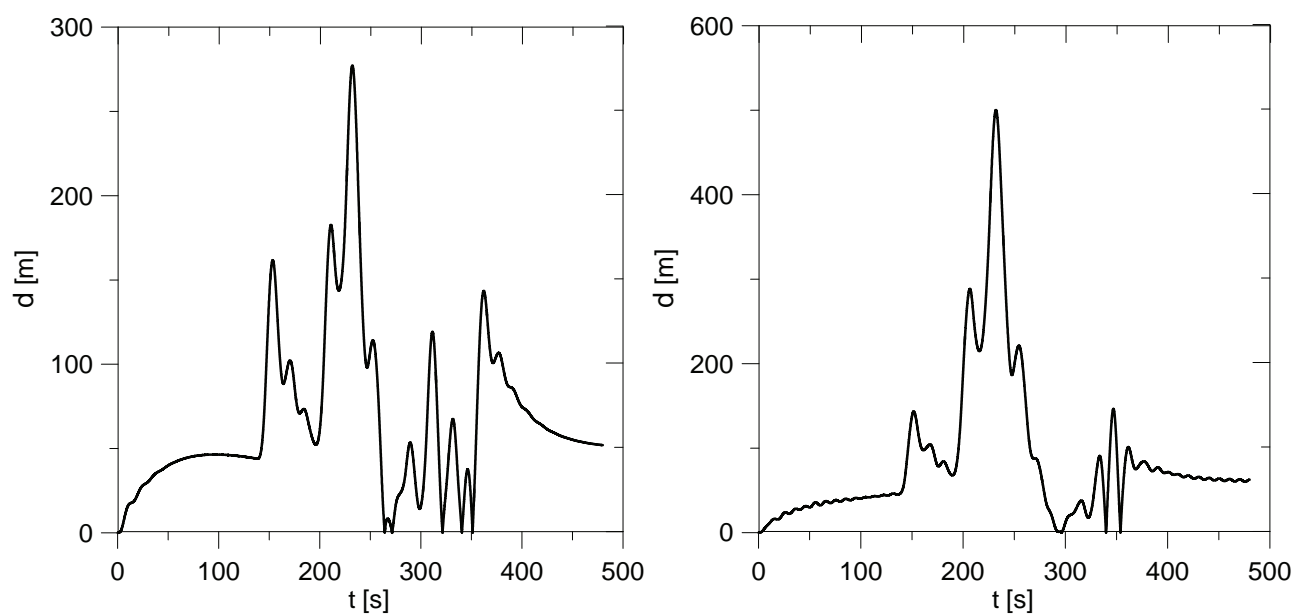
Rys.3. Maksymalne wartości d_{\max} i średnie wartości d_{sr} odchylenia od zadanej trasy w funkcji błędów pomiaru kątowego położenia samolotu

orientacji samolotu w trakcie występowania cyklicznych zakłóceń podmuchów wiatru. Na wykresach (rys. 3) pokazano zmiany maksymalnego odchylenia od trasy d_{\max} i jego średniej wartości d_{sr} w funkcji wielkości błędu pomiaru kątów położenia samolotu. Maksymalne odchylenie nie przekraczające 100 m od zadanego położenia w płaszczyźnie horyzontalnej wystąpiło dla największego badanego błędu z jakim wykonywany był symulowany pomiar kąta odchylenia ($\Delta\Psi_p=5^0$). Ta sama wartość błędu ale dotycząca pomiaru trzech kątów ($\Delta\Phi_p = \Delta\Theta_p = \Delta\Psi_p = 5^0$) była powodem powstania maksymalnego odchylenia ruchu samolotu od zadanej trasy o 277 m a przy oddziaływaniu zewnętrznych zakłóceń osiągała wartość 500 m. Na tak znaczne odchylenie od zadanej trasy dominujący wpływ mają błędy pomiaru

kąta przechylenia i odchylenia – pomiar trzeciego z kątów czyli pochylenia nie ma istotnego wpływu. Charakterystycznym zjawiskiem w rozważanym przypadku jest nie jednoznaczny wpływ podmuchów wiatru (rys. 3).

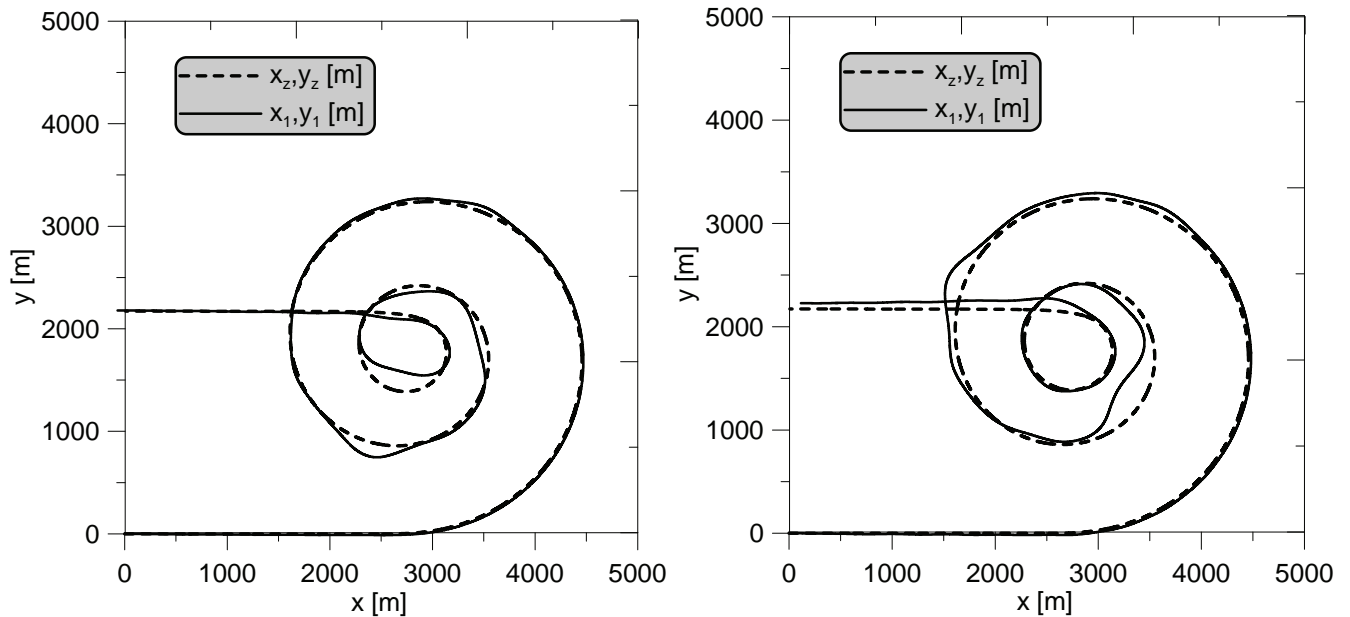


Rys. 4. Przebieg odchylenia o zadanej trasy w czasie wykonywania manewru dla błędu pomiaru kąta odchylenia $\Delta\psi_p = 5^\circ$ bez podmuchów oraz przy cyklicznych podmuchach wiatru o maksymalnej amplitudzie 6 m/s



Rys. 5. Przebieg odchylenia o zadanej trasy w czasie wykonywania manewru dla błędów pomiaru kąta przechylenia, pochylenia i odchylenia $\Delta\phi_p = \Delta\theta_p = \Delta\psi_p = 5^\circ$ bez podmuchów oraz przy cyklicznych podmuchach wiatru o maksymalnej amplitudzie 6 m/s

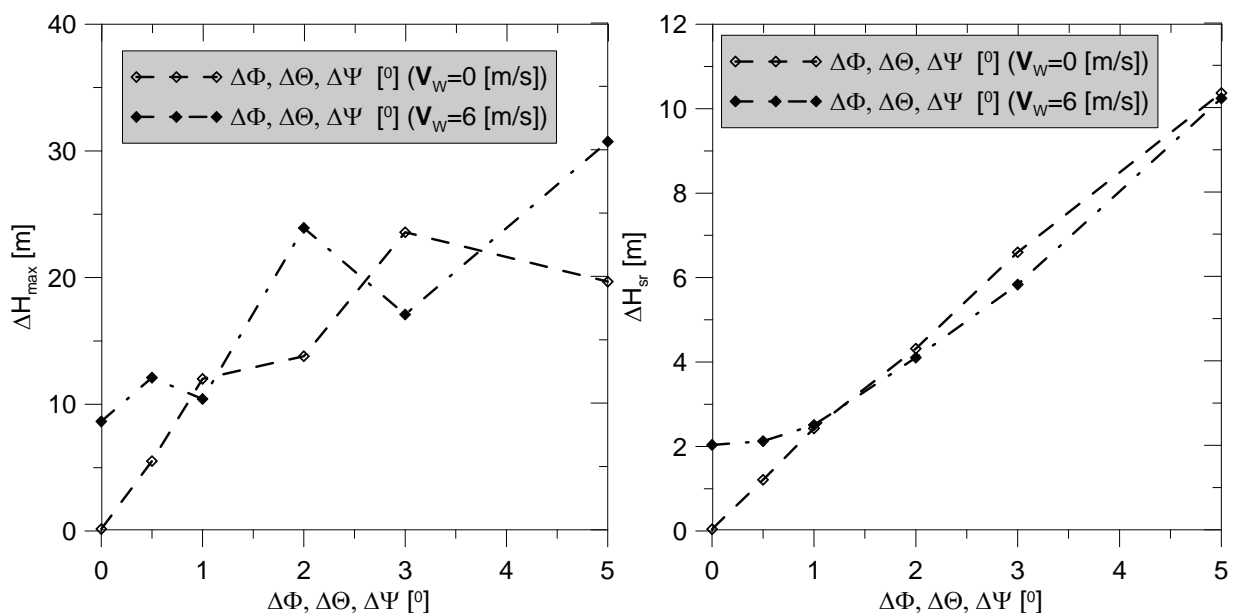
Charakterystyczną cechą przebiegu odchylenia od trasy w czasie (rys. 4 i 5) jest tendencja narastania wartości d w początkowej fazie lotu (w przybliżeniu w przedziale $t \in \langle 0s; 150s \rangle$) i dążenie do wartości ustalonej w końcowej części prostoliniowego, poziomego odcinka lotu. Wartość ustalona odchylenia d zwiększa się ze wzrostem poziomu niedokładności pomiaru



Rys. 6. Trasa lotu w czasie wykonywania manewru dla błędu pomiaru kąta odchylenia $\Delta\Psi_P = 5^\circ$ przy cyklicznych podmuchach wiatru o maksymalnej amplitudzie 6 m/s oraz dla błędów przechylenia, pochylenia i odchylenia $\Delta\Phi_P = \Delta\Theta_P = \Delta\Psi_P = 3^\circ$ bez podmuchów

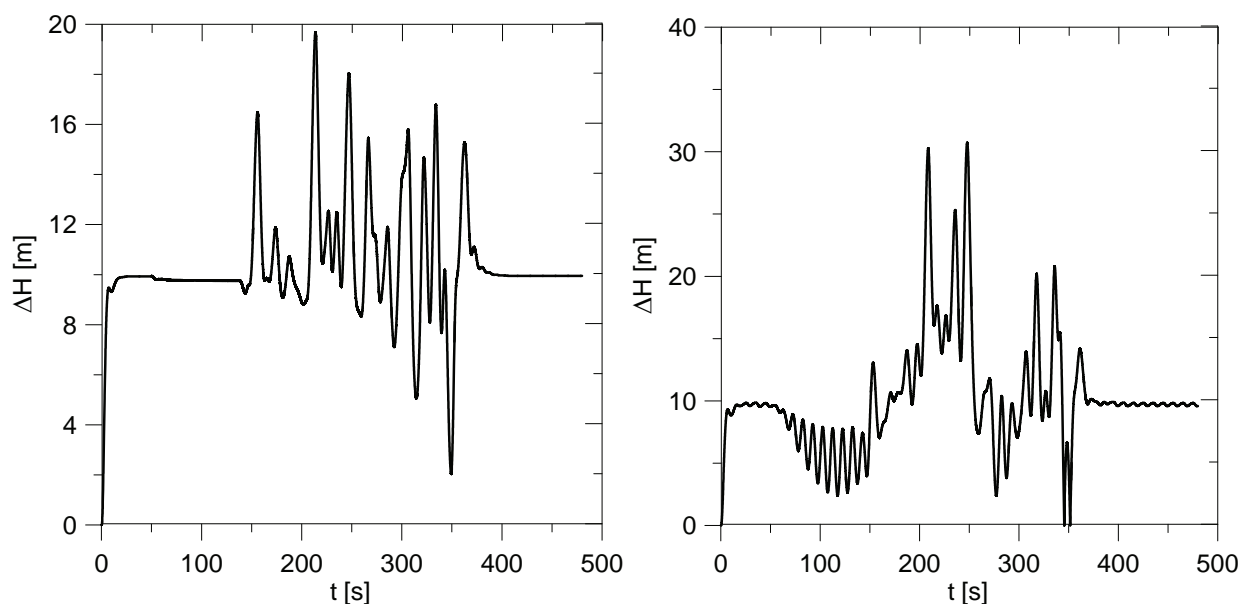
i zewnętrznego zakłócenia. Maksimum wartości d występuje w trakcie manewru zakrętu ze wznoszeniem w przedziale $t \in \langle 200s; 350s \rangle$. Analiza uzyskanych wyników nie pozwoliła na podanie jednoznacznych przyczyn, które powodują wystąpienie maksimum wartości d w dokładnie określonym momencie manewru.

Kształt trajektorii w płaszczyźnie poziomej w trakcie realizacji przyjętego manewru pokazano na rys.6. Dotyczy on dwóch przykładów uwzględniających błędy pomiarów położenia kąтового samolotu, których wartości wybrano z okolicy górnej granicy badanego przedziału.



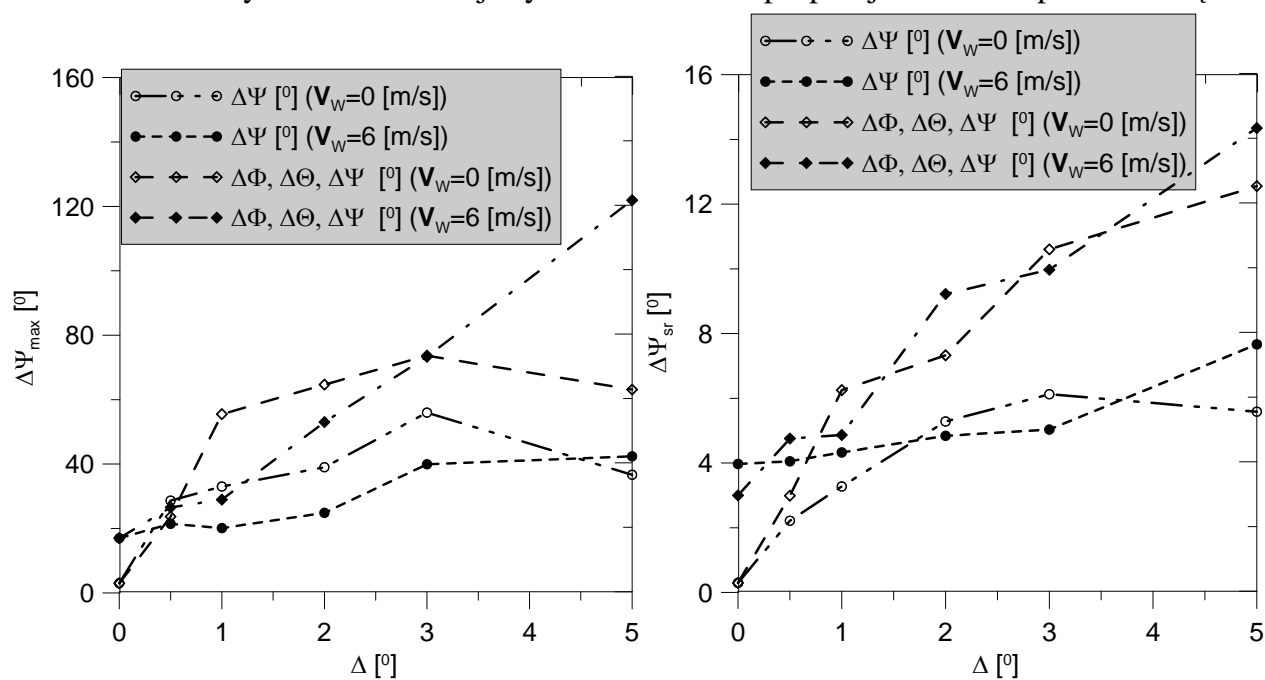
Rys. 7. Maksymalne wartości ΔH_{max} i średnie wartości ΔH_{sr} odchylenia od zadanej wysokości w funkcji błędów pomiaru kąтового położenia samolotu

Występują znaczne deformacje wynikające z różnic pomiędzy zadanym przebiegiem (x_z, y_z) a uzyskanym z symulacji (x_1, y_1). Największe zniekształcenia przebiegu trasy zarejestrowano w zakresie większych wartości krzywizny toru. Tą prawidłowość najlepiej odzwierciedla trasa, zrealizowana dla błędu pomiaru kąta odchylenia równego $\Delta\Psi_p = 5^\circ$. Na wielkość ustalonego błędu Δd występującego podczas ruchu prostoliniowego największy wpływ ma błąd pomiaru kąta przechylenia.



Rys. 8. Przebieg odchylenia o zadanej wysokości lotu w czasie wykonywania manewru dla błędu pomiaru kąta przechylenia, pochylenia i odchylenia $\Delta\Phi_p = \Delta\Theta_p = \Delta\Psi_p = 5^\circ$ bez podmuchów oraz przy cyklicznych podmuchach wiatru o maksymalnej amplitudzie 6 m/s

W płaszczyźnie pionowej trajektorię reprezentuje wysokość lotu, dla którego maksymalne i średnie odchylenia od wartości zadanej w funkcji błędu pomiaru przedstawiają wykresy na rys. 7. Średnie odchylenie od zadanej wysokości narasta proporcjonalnie do poziomu błędu

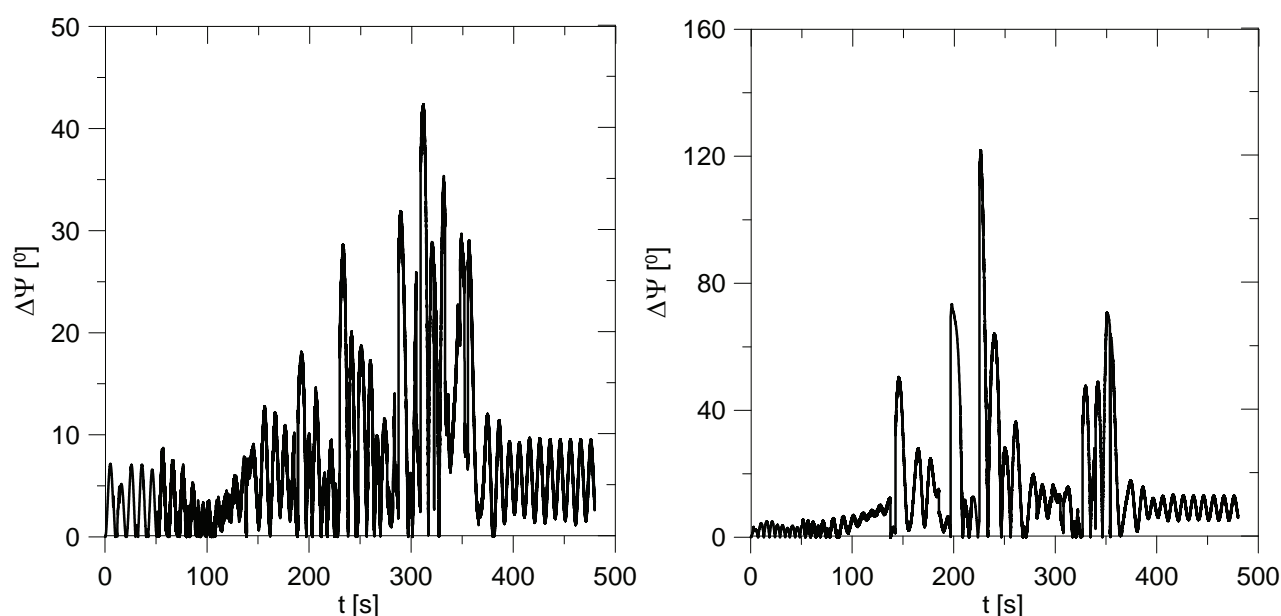


Rys. 9. Maksymalne wartości $\Delta\Psi_{\max}$ i średnie $\Delta\Psi_{sr}$ niedokładności odwzorowania zadanego kąta odchylenia samolotu w funkcji błędów pomiaru kąтового położenia samolotu

pomiaru kąta pochylenia $\Delta\Theta_p$ (pozostałe kąty położenia samolotu nie są związane bezpośrednio ze zmienną ΔH). Przebieg wartości ΔH_{\max} posiada globalnie wzrostową tendencję mimo występowania lokalnych nieregularności. Jednoznaczny wzrost omawianych odchyłeń powodowany zewnętrznymi zakłóceniami jest obserwowany tylko dla najmniejszych błędów pomiarowych. Przebiegi odchylenia od zadanej wysokości lotu przy braku zakłóceń zewnętrznych jak i w czasie ich oddziaływania w początkowej i końcowej fazie manewru charakteryzują się stanami ustalonymi na podobnym poziomie ok. 10 m.

6. WPŁYW BŁĘDÓW POMIARU NA DOKŁADNOŚĆ KĄTA ODCHYLENIA

Niedokładności maksymalne $\Delta\Psi_{\max}$ i średnie $\Delta\Psi_{sr}$ (uzyskanego przez samolot) zadanego kąta odchylenia, przedstawione na rys. 9. Zgodnie z oczekiwaniami wykazują tendencję wzrostową na skutek zwiększania błędów pomiaru kątów orientacji. Nieliczne przypadki braku regularności tej tendencji (dla $\Delta\Psi_{\max}$) są obserwowane jedynie w sytuacji oddziaływania



Rys. 10. Przebieg niedokładności odwzorowania zadanego kąta odchylenia samolotu w czasie wykonywania manewru dla błędu pomiaru samego kąta $\Delta\Psi_p = 5^\circ$ oraz jednocześnie kątów $\Delta\Phi_p = \Delta\Theta_p = \Delta\Psi_p = 5^\circ$ przy cyklicznych podmuchach wiatru o maksymalnej amplitudzie 6 m/s

cyklicznych podmuchów wiatru. Błędy pomiaru $\Delta\Phi_p$ i $\Delta\Psi_p$ i zewnętrzne zakłócenia powodują szybsze zmiany (rys. 10) $\Delta\Psi$ w porównaniu z czasem reakcji błędów położenia liniowego samolotu (rys. 4, 5 i 8). Z drugiej strony tylko długotrwałe utrzymywanie się kątów odchyłeń $\Delta\Psi$ mogą wywołać większe rozbieżności między wykonaną a zadaną trajektorią. Obserwowane znaczne wartości $\Delta\Psi_{\max}$ świadczą o wysokiej wrażliwości tej zmiennej na dokładność pomiaru kątów odchylenia i przechylenia. Potwierdzają to uzyskane wyniki, w których dla przykładu błędy pomiaru kąta odchylenia w przedziale od 1° do 3° odpowiadają wartościom $\Delta\Psi_{\max}$ z zakresu od ok. $\Delta\Psi=20^\circ$ do ok. $\Delta\Psi=70^\circ$.

7. WNIOSKI

Przeprowadzone badania symulacyjne wpływu stałego w czasie błędu pomiaru położenia kąтового samolotu na przebieg jego ruchu. Celem badań było określenie wrażliwości ruchu samolotu w tym przede wszystkim położenia względem zadanej trajektorii na błędy pomiaru

kątów orientacji. Przy projektowaniu określonego systemu automatycznego sterowania należy uwzględnić charakter zmienności przebiegu błędów pomiaru położenia kąтового samolotu właściwy dla wybranych układów pomiarowych. Występowanie nieregularnych tendencji wzrostu odchylenia położenia samolotu względem zadanej trajektorii lub jego zadanego kąta odchylenia spowodowane są wpływem zewnętrznych zakłóceń. Z przeprowadzonych symulacji numerycznych wynika, że przykładowe utrzymanie poziomu maksymalnego odchylenia od trasy w granicach 100 m do 150 m wymaga aby średni błąd pomiaru kątów przechylenia i odchylenia $\Delta\Phi_P$ i $\Delta\Psi_P$ nie przekraczał wartości 1.5° . Dla spełnienia warunku $\Delta H_{\max} < 30$ m wystarczy zapewnienie dokładność pomiaru kąta pochylenia $\Delta\Theta_P$ na poziomie nie gorszym niż ok. 5° . Średniej klasy układy pomiaru kątów położenia samolotu osiągają często dokładności nie gorsze niż 1° . Ten poziom błędów nie powoduje istotnych deformacji wykonywanej trajektorii lotu w odniesieniu do jej zadanego kształtu.

Ostatecznie wymagania dotyczące dokładności położenia samolotu względem zadanej trajektorii zależą od rodzaju postawionych zadań w trakcie realizacji misji oraz warunków w jakich odbywa się lot. Wyliczanie wielkości odchylenia od zadanej trasy i zadanej wysokości lotu ma istotne znaczenie dla oszacowania marginesów bezpieczeństwa lotów w trakcie planowania misji samolotu a także dla wykonania manewrów omijania przeszkód.

BIBLIOGRAFIA

1. M. Athans, P. Falb, Sterowanie optymalne, wstęp do teorii i jej zastosowania, WNT, Warszawa, 1969.
2. M. Baarspul, Review of Flight Simulation Techniques, *Progress in Aerospace Sciences*, V.27, No.1, Pergamon Press, 1990.
3. J. Graffstein, M. Krawczyk, Możliwości uproszczeń układu automatycznego sterowania małym samolotem bezpilotowym, *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Mechanika Nr 56, T 2, Rzeszów, 2001*.
4. J. Graffstein, Wpływ dynamiki układu wykonawczego na ruch automatycznie sterowanego obiektu, *Materiały XI Ogólnopolskiej Konferencji Mechanika w lotnictwie, PTMTiS, Warszawa 2004*.
5. J. Graffstein, Wpływ dynamiki pomiaru prędkości kątowej na ruch automatycznie sterowanego obiektu, *Monografia Automatyzacja i eksploatacja systemów sterowania i łączności, Gdynia, 2005*.
6. J. Graffstein, Wpływ charakterystyk obiektu i przebiegu jego ruchu na parametry układu stabilizacji lotu, *Materiały XI Ogólnopolskiej Konferencji „Mechanika w lotnictwie”, PTMTiS, Warszawa, 2008*.
7. J. Graffstein, Metoda sterowania samolotem i jej dokładność podczas ruchu wzdłuż zadanej trajektorii, *Zeszyty Naukowe Akademia Marynarki Wojennej, Nr 177B Gdynia, 2009*.
8. J. Graffstein, Wpływ wybranych zmiennych stanu na dokładność toru lotu samolotu podczas automatycznie wykonywanego manewru. *Prace Instytutu Lotnictwa Nr 202, Warszawa, 2009*.
9. T. Kaczorek, Teoria sterowania, PWN, Warszawa, T 1, 2, 1981.
10. J. Maryniak, Ogólny model matematyczny sterowanego samolotu, *Mechanika w Lotnictwie, PTMTiS, Warszawa, 1992*.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach od 2010 do 2012 jako projekt rozwojowy Nr OR00011711.