JERZY ZBIGNIEW PIOTROWSKI[1]
ANATOL FIODOR STROJ[2]

Kielce University of Technology
Faculty of Civil and Environmental Engineering
al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7
25-314 Kielce, Poland

[1] e-mail: piotrowski@tu.kielce.pl
[2] e-mail: stroj@tu.kielce.pl

AIR HEATING AT ITS MOVEMENT ALONG CHANNELS IN SYSTEMS WITH THE INDIVIDUAL AIR SUBMISSION IN PREMISES

Abstract

Derived is the equation to calculate the heating of an air stream along the channels. It can be used to more accurately calculate the heating of an air stream. An example illustrates the use of the derived formula.

Keywords: in flowing air systems, heating of an air stream in channels, gain of heat in channels

1. Introduction

Offered and developed [1, 2] systems with individual incoming air submission in premises find wider and wider application. Such systems allow to receive heat economy for the ventilation purposes due to incoming air heating at its movement along incoming air conduit. However, insufficiently investigated problem for such systems is the question on a degree of incoming air heating. In order to receive dependence which will allow to estimate quantitatively the degree of air heating at its movement along the channel let us consider air heating process in the channel.

2. Mathematical model of air temperature change in the channel

Air movement scheme along the channel is presented on Figure 1. Let us assume that the temperature of channel internal surface is known and does not change along the channel's length. Such simplifying precondition is quite permissible for incoming fresh air conduits located in basements or in wall structures, and also in separate premises.

During the air movement along the channel surface of its temperature will change. Thus, the air temperature will depend on coordinate and time the air presence in the channel, i.e. $t = f(x, z)$, where x – coordinate (see Fig. 1); and z – time of air presence. At the same time, the coordinate and time of air presence in the channel are connected with the ratio $x = \vartheta \cdot z$, where ϑ – air movement velocity. Taking into account the latter ratio it is possible to receive dependence of air temperature change at its movement in the direction from the coordinate x, i.e. $t = f(x)$.

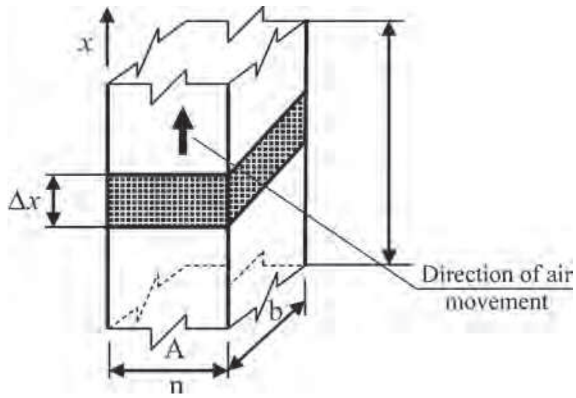

Fig. 1. The scheme of air movement along the channel

Let us single out elementary air volume with the thickness Δx (see Fig. 1). This volume weight can be presented as product of volume on density, i.e. $m = \Delta x \cdot a \cdot b \cdot \rho$, , where a and b – channel sizes (see Fig. 1) and ρ – air density. Let us assume that this elementary volume is at the heating surface time interval Δz. As a result of the heat exchange at this surface which area is equal $\Delta F = 2(a + b) \cdot \Delta x$, the air will be warmed up. The equation of the thermal air balance for elementary volume in this case looks like

$$c \cdot m \cdot \Delta t(x) = \alpha(x) \cdot \Delta F(t_{\Pi} - t_{cp}(x)) \cdot \Delta z \quad (1)$$

or

$$c \cdot a \cdot b \cdot \Delta x \cdot \rho \cdot \Delta t(x) = \alpha(x) \cdot \Delta F(t_{\Pi} - t_{cp}(x)) \cdot \Delta z \quad (2)$$

In the equations (1) and (2) c – air thermal capacity; $\Delta t(x)$ – air heating degree during the time interval Δz, this heating degree depends on coordinate x; $\alpha(x)$ – convection heat exchange factor at the heating surface, it also depends on coordinate x; $t_{cp}(x)$ – average air temperature on a sector Δx; t_{Π} – temperature of the channel internal surface, t_{Π} = const.

Taking into account that

$$\Delta z = \frac{\Delta x}{\vartheta}$$

and $\Delta F = 2(a + b) \cdot \Delta x$ let us rewrite the equation (2) in the form of

$$\begin{aligned} &c \cdot a \cdot b \cdot \Delta x \cdot \rho \cdot \Delta t(x) = \\ &= \alpha(x) \cdot 2(a+b) \cdot \Delta x \cdot (t_{\Pi} - t_{cp}(x)) \cdot \frac{\Delta x}{\vartheta} \end{aligned} \quad (3)$$

Let us designate the magnitude which characterizes the ratio

$$\frac{l}{\Delta x} = n$$

where l – channel length.

Then $$n = \frac{z \cdot \vartheta}{\Delta z \cdot \vartheta} = \frac{z}{\Delta z}$$

where z – time of air presence in the channel.
Let us multiply the left and right side of the equation (3) by the magnitude n, and taking into consideration some transformations we shall receive

$$\begin{aligned} &c \cdot a \cdot b \cdot \Delta x \cdot \rho \cdot n \cdot \vartheta \cdot \Delta t(x) = \\ &= \alpha(x) \cdot \Delta x \cdot n \cdot 2(a+b) \cdot (t_{\Pi} - t_{cp}(x)) \cdot \Delta x \end{aligned} \quad (4)$$

Taking into account that $\Delta x \cdot n = l$, and $a \cdot b \cdot \rho \cdot \vartheta = G$, where G – mass air consumption, we have

$$\begin{aligned} &c \cdot l \cdot G \cdot \Delta t(x) = \\ &= \alpha(x) \cdot l \cdot 2(a+b) \cdot (t_{\Pi} - t_{cp}(x)) \cdot \Delta x \end{aligned} \quad (5)$$

or

$$c \cdot l \cdot G \cdot \Delta t(x) = \alpha(x) \cdot F \cdot (t_{\Pi} - t_{cp}(x)) \cdot \Delta x \quad (6)$$

where $F = 2(a + b) \cdot l$ – area of the heat exchange surface.

Coming down to infinitesimal quantities the equation (6) can be written down in the differential form

$$c \cdot l \cdot G \frac{dt(x)}{dx} = \alpha(x) F(t_{\Pi} - t_{cp}(x)) \quad (7)$$

This equation characterizes the change of the air temperature at its movement along the heating surface. In order to get the function of the change of the air temperature at its movement along the channel heating surface in its final form we shall present the factor $\alpha(x)$ in the form of its dependence on the air temperature and integrate the equation (7). At natural air movement along the heating surface $\alpha(x)$ may be presented in the form of [3]:

$$\alpha(x) = A\sqrt[3]{t_{\Pi} - t_{cp}(x)} \quad (8)$$

where A – constant factor which depends on the channel location, if the channel is arranged vertically or horizontally.

Taking into consideration the equation (8) differential equation (7) can be re-written in the form of:

$$c \cdot l \cdot G \frac{dt(x)}{dx} = A \cdot F(t_{\Pi} - t(x))^{\frac{4}{3}} \quad (9)$$

The equation (9) is the differential equation with the unknown function $t(x)$. To integrate this equation we shall designate $t_{\Pi} - t(x) = \Theta(x)$, then $dt(x) = -d\Theta(x)$.

Taking into account the designations we shall rewrite the equation (9), and receive:

$$-c \cdot l \cdot G \frac{d\Theta(x)}{dx} = A \cdot F \cdot \Theta(x)^{\frac{4}{3}} \quad (10)$$

Let us divide variables in the equation (10) and integrate it

$$\int_{\Theta(0)}^{\Theta(x)} \Theta(x)^{-\frac{4}{3}} d\Theta(x) = -\frac{A \cdot F}{c \cdot l \cdot G} \int_0^x dx \quad (11)$$

As a result of integration we have

$$\Theta(x)^{-\frac{1}{3}} - \Theta(0)^{-\frac{1}{3}} = \frac{A \cdot F \cdot x}{3 \cdot c \cdot l \cdot G} \quad (12)$$

Let us substitute the value $\Theta(x)$ into the equation (12) and execute some transformations, and as a result we shall receive

$$\frac{1}{(t_{\Pi} - t(x))^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{(t_{\Pi} - t_H)^{\frac{1}{3}}} + \frac{A \cdot F \cdot x}{3 \cdot c \cdot l \cdot G} \quad (13)$$

or

$$t(x)=t_{\Pi}-\frac{(3\cdot c\cdot l\cdot G)^3(t_{\Pi}-t_H)}{\left(A\cdot F\cdot x\cdot\sqrt[3]{t_{\Pi}-t_H}+3\cdot c\cdot l\cdot G\right)^3} \quad (14)$$

where t_H – air temperature at the input into the channel, i.e. at $x = 0$. The equation (14) allows to define the air temperature incoming conduit at the natural air movement and at any coordinate x value.

3. Calculation example

For the illustration let us consider an example. We shall assume that air enters into the vertical channel at the temperature $t_H = -20^o$C. The channel is located in a basement. The temperature of the internal channel surface is $t_{\Pi} = +5^o$C. It is necessary to determinate the air temperature on the distance $x = 5$ meters from the point of the air entrance. The channel is of the cylindrical type with the diameter $d = 100$ mm. Air consumption along the channel is G = 18 kg/h = 0.005 kg/s. The total length of the fresh incoming air conduit is $l = 20$ meters, and the total area of the heating surface is $F = \pi \cdot d \cdot l = 3.14 \cdot 0.1 \cdot 20 = 6.28$ m^2. Factor $A = 1.98$ [3].

$$t\big|_{x=5<}=t_{\Pi}-\frac{(3\cdot c\cdot l\cdot G)^3(t_{\Pi}-t_H)}{\left(A\cdot F\cdot x\sqrt[3]{t_{\Pi}-t_H}+3\cdot c\cdot l\cdot G\right)^3}=$$

$$=5-\frac{(3\cdot 1000\cdot 20\cdot 0{,}005)^3(5-(-20))}{\left(1.98\cdot 6.28\cdot 5\cdot\sqrt[3]{5-(-20)}+3\cdot 1000\cdot 20\cdot 0.005\right)^3}=$$

$$=5-\frac{300^3\cdot 25}{(181.79+300)^3}=5-\frac{300^3\cdot 25}{481.79^3}=$$

$$=5-6.04=-1.04°\text{C}$$

If we set the coordinate x = 0.5 m, then the air temperature is equal to $t|_{x\,=\,0.5\text{ m}} = -16^o$C, and at $x = 10$ m – $t|_{x\,=\,10\text{m}} = 2.7^o$C, respectively.

4. Conclusions

Thus, the obtained equation (14) allows to estimate quantitatively the degree of air heating at its movement along the channel due to gravitational pressure. The consideration of heat gains of the air flowing in the channel will result in more precise calculations and heat balances to rooms.

References

[1] Patent 180999. Polska. Indywidualny system nawiewny (An individual in-flow air system)/Piotowski J.Z. (Polska); Urząd Patentowy RP Nr 315305 (in Polish).

[2] Piotrowski J.Z., *Wymiana powietrza w wielorodzinnych budynkach mieszkalnych przy zastosowaniu indywidualnego systemu nawiewnego* (Air exchange in multifamily buildings with the use of individual air supply), Problemy Budownictwa, Nr 43, 2002, pp. 52-55 (in Russian)

[3] Kutatieladze S.S., Boriszanskij W.M., *Podstawy wymiany ciepła* (Fundamentals of heat transfer). Gosenergoizdat, Moskwa-Leningrad 1959 (in Russian).

Jerzy Zbigniew Piotrowski
Anatol Fiodor Stroj

Ogrzewanie powietrza przepływającego w kanałach w systemach z indywidualnym dostarczaniem powietrza do pomieszczenia

1. Wstęp

Zaproponowane i szczegółowo opracowane [1, 2] systemy z indywidualnym dostarczaniem powietrza nawiewnego do pomieszczenia znajdują coraz szersze zastosowanie. Takie systemy pozwalają zaoszczędzić ciepło do celów wentylacyjnych, wskutek ogrzewania powietrza nawiewnego przy jego ruchu w nawiewnych kanałach wentylacyjnych. Jednakże, niedostatecznie zbadanym zagadnieniem w takich systemach jest problem stopnia ogrzewania powietrza nawiewnego. W celu otrzymania zależności, która pozwoli ilościowo ocenić stopień ogrzewania powietrza podczas przepływu w kanale zmodelowano proces ogrzewania powietrza w kanale.

2. Matematyczny model zmiany temperatury powietrza w kanale

Schemat ruchu powietrza w kanale przedstawiony został na rysunku 1. Założono, że temperatura wewnętrznej powierzchni kanału jest znana i nie zmienia się na długości kanału. Taka upraszczająca przesłanka jest zupełnie dopuszczalna dla nawiewnych kanałów wentylacyjnych, rozmieszczonych w piwnicznych pomieszczeniach albo w konstrukcjach ścian, a także w poszczególnych pomieszczeniach.

Podczas ruchu powietrza wzdłuż powierzchni kanału jego temperatura będzie się zmieniać. Przy czym, temperatura powietrza zależeć będzie od współrzędnej i czasu przebywania powietrza w kanale, tj. $t = f\,(x, z)$, gdzie x – współrzędna (patrz rys. 1); a z – czas przebywania powietrza w kanale. Jednocześnie, współrzędna i czas przebywania powietrza w kanale są powiązane współzależnością $x = \vartheta \cdot z$, gdzie ϑ – szybkość ruchu powietrza w kanale. Uwzględniając ostatnią współzależność można otrzymać zależność zmiany temperatury powietrza przy jego ruchu w kierunku od współrzędnej x, tj. $t = f\,(x)$.

Wydzielono elementarną objętość powietrza grubości Δx (patrz rys. 1). Masę tej objętości można przedstawić jako iloczyn objętości i gęstości, tj. $m = \Delta x \cdot a \cdot b \cdot \rho$, gdzie a i b – wymiary kanału (patrz rys. 1) a ρ – gęstość powietrza. Założono, że ta elementarna objętość znajduje się przy powierzchni ogrzewania w czasie Δz. W wyniku wymiany cieplnej przy tej powierzchni i pola powierzchni, które jest równe $\Delta F = 2(a + b) \cdot \Delta x$, powietrze będzie ulegało podgrzaniu. Równanie bilansu cieplnego powietrza dla objętości elementarnej, w tym przypadku, ma postać (1) lub (2).

W równaniach (1) i (2) oznaczono: c – ciepłochłonność powietrza; $\Delta t(x)$ – stopień nagrzewania powietrza w czasie Δz (stopień nagrzewania zależy od współrzędnej x); $\alpha(x)$ – współczynnik konwekcyjnej wymiany cieplnej przy powierzchni nagrzewania (także zależy od współrzędnej x); $t_{cp}(x)$ – średnia temperatura powietrza na odcinku Δx; t_Π – temperatura powierzchni wewnętrznej kanału; t_Π = const.

Uwzględniając, że

$$\Delta z = \frac{\Delta x}{\vartheta}$$

a $\Delta F = 2(a + b) \cdot \Delta x$ wprowadzono równanie (2) w postaci (3).

Oznaczono wielkość, która charakteryzuje stosunek

$$\frac{l}{\Delta x} = n$$

gdzie l – długość kanału.

Wtedy
$$n = \frac{z \cdot \vartheta}{\Delta z \cdot \vartheta} = \frac{z}{\Delta z}$$

gdzie z – czas przebywania powietrza w kanale.

Po przemnożeniu lewej i prawej części równania (3) przez wielkość n, z uwzględnieniem niektórych przekształceń otrzymamy (4). Uwzględniając, że $\Delta x \cdot n = l$, a $a \cdot b \cdot \rho \cdot \vartheta = G$, gdzie G to masowy wydatek powietrza, otrzymujemy (5) lub (6). Jeżeli przejdziemy do nieskończenie małych wielkości, to równanie (6) można zapisać w postaci różniczkowej (7).

environment

Równanie to charakteryzuje zmianę temperatury powietrza przy jego ruchu wzdłuż powierzchni ogrzewania. W celu otrzymania w końcowym efekcie funkcji zmiany temperatury powietrza przy jego ruchu wzdłuż powierzchni kanału, przedstawiono współczynnik $\alpha(x)$ w postaci zależności od temperatury powietrza oraz scałkowano równanie (7). Przy naturalnym ruchu powietrza wzdłuż powierzchni ogrzewania, $\alpha(x)$ można przedstawić w postaci (8) [3].

Przy uwzględnieniu równania (8) równanie różniczkowe (7) można zapisać w postaci (9). Równanie (9) – jest równaniem różniczkowym z funkcją niewiadomą $t(x)$. Aby scałkować to równanie, przyjęto $t_\Pi - t(x) = \Theta(x)$ i otrzymano $dt(x) = -\,d\Theta(x)$. Przy uwzględnieniu oznaczeń, równanie (9) przybierze postać (10). Po rozdzieleniu zmiennych równanie (10) przybierze postać całkową (11). W wyniku całkowania równanie otrzymuje postać (12). Po podstawieniu do równania (12) $\Theta(x)$ i wykonaniu przekształceń, otrzymano (13) lub (14). Równanie (14) pozwala określić temperaturę powietrza w kanale nawiewnym przy naturalnym ruchu powietrza i przy dowolnej wartości współrzędnej x.

3. Przykład obliczeniowy

Założono, że powietrze napływa do pionowego kanału o temperaturze t_H = –20°C. Kanał jest zlokalizowany w pomieszczeniu piwnicznym. Temperatura wewnętrznej powierzchni kanału jest równa t_Π = +5°C. Koniecznie jest określenie temperatury powietrza w odległości x = 5 metrów od miejsca wejścia powietrza. Kanał typu cylindrycznego posiada średnicę d = 100 mm. Wydatek powietrza w kanale jest równy G = 18 kg/h = 0,005 kg/s. Ogólna długość kanału nawiewnego wentylacyjnego wynosi l = 20 metrów, a pole powierzchni ogrzewania $F = \pi \cdot d \cdot l = 3{,}14 \cdot 0{,}1 \cdot 20 = 6.28$ m^2. Współczynnik A = 1,98 [3].

$$t\big|_{x=5<} = t_\Pi - \frac{(3\cdot c\cdot l\cdot G)^3 (t_\Pi - t_H)}{\left(A\cdot F\cdot x\sqrt[3]{t_\Pi - t_H} + 3\cdot c\cdot l\cdot G\right)^3} =$$

$$= 5 - \frac{(3\cdot 1000\cdot 20\cdot 0{,}005)^3 (5-(-20))}{\left(1{,}98\cdot 6{,}28\cdot 5\cdot \sqrt[3]{5-(-20)} + 3\cdot 1000\cdot 20\cdot 0{,}005\right)^3} =$$

$$= 5 - \frac{300^3\cdot 25}{(181{,}79+300)^3} = 5 - \frac{300^3\cdot 25}{481{,}79^3} =$$

$$= 5 - 6{,}04 = -1{,}04°\mathrm{C}$$

Jeśli wprowadzimy współrzędną x = 0,5 m, to temperatura powietrza wyniesie $t|_{x\,=\,0.5\text{ m}}$ = –16°C, a przy x = 10 m – $t|_{x\,=\,10\text{m}}$ = 2,7°C.

4. Wnioski

Otrzymane równanie (14) pozwala określić ilościowe zmiany temperatury, a tym samym zyski ciepła przy jego ruchu w kanale wskutek naturalnego ciśnienia grawitacyjnego.

Uwzględnienie zysków ciepła przepływającego powietrza w kanale pozwoli na większą precyzje w obliczeniach i bilansach ciepła napływającego do pomieszczeń.