

# Zastosowanie sieci neuronowych do wyceny kontraktów opcyjnych na indeks WIG20

Marta Kraszewska

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział EAIiE, Katedra Automatyki

**Streszczenie:** W artykule zaprezentowano możliwość zaadoptowania sztucznych sieci neuronowych do wyceny kontraktów opcyjnych na indeks WIG20 Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie. Analizując dane rzeczywiste z lat 2005-2009 zbudowano szereg modeli sieci neuronowych z wykorzystaniem programu Statistica. Uzyskane rezultaty porównano z wynikami otrzymanymi z modelu Blacka-Scholesa. Do pomiaru dokładności prognoz modeli użyto powszechnie znane miary błędów.

**Słowa kluczowe:** sztuczne sieci neuronowe, wycena opcji, model Blacka-Scholesa, indeks WIG20

## 1. Wprowadzenie

Celem pracy jest zaproponowanie i przebadanie możliwości wykorzystania sieci neuronowych do wyceny kontraktów opcyjnych na przykładzie opcji na indeks WIG20 na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie. W chwili obecnej w praktyce stosowany jest model Blacka-Scholesa [2, 3]. Niestety, istotnym ograniczeniem tego modelu jest to, iż rzeczywiste rynki nie zawsze spełniają przyjęte w nim założenia. W związku z tym wyceny rynkowe mogą się różnić od tych wynikających z modelu. Przykładowo, rozkład prawdopodobieństwa ceny akcji w przyszłości nie ma postaci rozkładu logarytmiczno-normalnego. Dlatego też powstało wiele prac, których autorzy rozwijali modele, zmniejszając liczbę ograniczeń wynikających z modelu Blacka-Scholesa [8–10, 13]. Jednak i te modele nie zawsze są w stanie przewidzieć gwałtowne ruchy cen na rynkach. W takiej sytuacji teoretyczne wyceny modeli należy traktować bardzo ostrożnie. Kluczem do sukcesu może być zastosowanie zupełnie nowego podejścia, a mianowicie sieci neuronowych. Zdaniem autorki, bardzo obiecującym kierunkiem prac jest zastosowanie sieci neuronowych do wyceny opcji na indeks WIG20 Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie. Celowym wydaje się przebadanie możliwości wykorzystania sztucznych sieci neuronowych mogących posłużyć potencjalnemu inwestorowi giełdowego do oszacowania wartości opcji na WIG20, a tym samym do podjęcia decyzji inwestycyjnej o zakupie instrumentu pochodnego.

## 2. Wycena kontraktów opcyjnych

Instrumenty pochodne (ang. *derivatives*), zwane również derywatami, można określić jako kontrakty, których wartość zależy od innego instrumentu zwanego instrumentem bazowym lub podstawowym, na który pochodny instrument został wystawiony. Opcje (ang. *options*), zwane również kontraktami opcyjnymi (ang. *option contracts*) są terminowymi transak-

cjami warunkowymi, w których jedna ze stron nabywa prawo, a nie obowiązek, do kupna lub sprzedaży określonych instrumentów bazowych (np. indeksu, akcji, obligacji, waluty) po określonej cenie i w określonym czasie [4, 5]. Wyróżniamy dwa podstawowe rodzaje opcji – opcje kupna (*call*) i opcje sprzedaży (*put*). W kontrakcie opcyjnym występują dwie strony: wystawca kontraktu (sprzedawca) i nabywca kontraktu (właściciel). Nabywca kontraktu opcyjnego ma prawo realizacji umowy, natomiast wystawca opcji ma obowiązek zrealizowania kontraktu. W związku z tym, że tylko jedna ze stron nabywa prawo realizacji kontraktu, opcje nazywane są kontraktami niesymetrycznymi [11]. Niesymetryczność kontraktu opcyjnego w prawach i obowiązkach nabywcy i wystawcy to jego podstawowa, charakterystyczna cecha, wyróżniająca spośród bardzo popularnych w Polsce kontraktów terminowych futures, w których obowiązki wystawcy i nabywcy są takie same [6].

### 2.1. Model Blacka-Scholesa

W 1973 r. Fisher Black i Myron Scholes [2, 3] zaproponowali model wyceny opcji, który po wprowadzeniu różnych modyfikacji, stosowany jest do dziś przez większość uczestników rynków kapitałowych. Jeszcze w 1973 r. ukazała się praca Mertona, w której uogólnił on wzór na cenę opcji, dopuszczając wypłatę dywidendy o stałej stopie [9]. Merton przyjął założenie, że dla nabywcy opcji kupna wartość akcji jest obniżona o bieżącą wartość wypłaconych do terminu wygaśnięcia dywidend oraz, że koszt posiadania akcji jest zredukowany przez wypłacone dywidendy. Model ten jest stosowany do wyceny opcji na indeks WIG20 Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie.

$$C_{BS-index} = Se^{-gT}\Phi(d_1) - Xe^{-rT}\Phi(d_2) \quad (1)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - g + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (2)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - g - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (3)$$

gdzie:  $C_{BS-index}$  – europejska opcja kupna,  $S$  – cena instrumentu, na który wystawiona jest opcja,  $\Phi$  – dystrybuanta standardowego rozkładu normalnego,  $X$  – cena wykonania opcji,  $r$  – wolna od ryzyka stopa procentowa,  $T$  – termin wygaśnięcia opcji,  $\sigma$  – zmienność cen instrumentu podstawowego,  $g$  – stopa dywidendy.

## 2.2. Opcje kupna na indeks WIG20

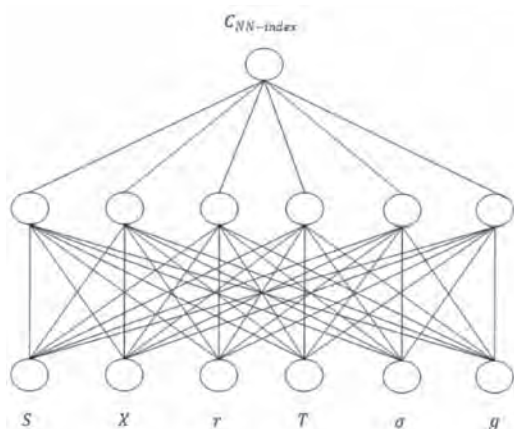
Giełda Papierów Wartościowych w Warszawie zaliczana jest do tzw. rynków formalnych, czyli do zgromadzeń handlowych stale odbywających się w określonym czasie i w wyznaczonym miejscu, poddanych określonym regułom postępowania i nadzorowanych przez organizatorów rynku lub przez organy władzy państwowej, których celem jest standaryzacja warunków zawierania transakcji, mających za przedmiot pieniądze (dewizy), papiery wartościowe bądź inne towary cechujące się zmiennością [1].

Komisja Papierów Wartościowych i Giełd wyraziła zgodę na wprowadzenie do publicznego obrotu opcji w decyzji nr DSPE/414/02/03/2/2003 z dnia 30.05.2003 r. W chwili obecnej na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie notowane są wyłącznie opcje na indeks WIG20 o europejskim stylu wykonania.

## 3. Zastosowanie sieci neuronowych

Dzisiejsze, tak szerokie i powszechne zainteresowanie sieciami neuronowymi zarówno wśród inżynierów, przedstawicieli nauk ścisłych – matematyki i fizyki oraz biologów czy neurobiologów wynika przede wszystkim z poszukiwań sposobów bardziej efektywnych i niezawodnych narzędzi do przetwarzania informacji. Przegląd ciekawych, aktualnie rozwijanych obszarów wykorzystania sieci neuronowych przedstawiono w [12]. W literaturze znane są również przykłady wykorzystania sieci neuronowych do wyceny opcji indeksowych dla zagranicznych giełd (DAX, S&P), ale z przeprowadzonych badań literaturowych wynika, że prace takie nie były dotychczas prowadzone dla Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie [7].

Założono, że sieć będzie miała 6 wejść, 1 warstwę ukrytą ze zmienną liczbą neuronów oraz jedno wyjście (rys. 1).



Rys. 1. Struktura sieci neuronowej

Fig. 1. The structure of neural network

Porównania pomiaru dokładności prognoz modelu Blacka-Scholesa i sieci neuronowej dokonano wykorzystując błąd średni ME (ang. *mean error*), średni błąd absolutny MAE (ang. *mean absolute error*) oraz współczynnik  $R^2$  [14].

## 4. Wyniki empiryczne

Do budowy modeli sieci neuronowych wykorzystano program Statistica firmy StatSoft. Badania przeprowadzono na

podstawie danych rzeczywistych z lat 2005–2009. Początkowo rozpatrzono 44 351 przypadków wyceny opcji kupna na indeks WIG20. Następnie analizę ograniczono do tych przypadków, dla których wolumen obrotu był większy od 0. W sytuacji, gdy w trakcie danej sesji nie dochodzi do zawarcia kontraktów opcyjnych (wolumen równy 0), kurs zamknięcia wyceniany jest za pomocą modelu Blacka-Scholesa. W związku z powyższym rozpatrywanie tychże przypadków zostało pominięte. Ostatecznie pod uwagę wzięto 17 303 przypadki. Najlepsze wyniki uzyskano dla sieci typu MLP, analizowane sieci typu RBF nie przyniosły satysfakcjonujących rezultatów.

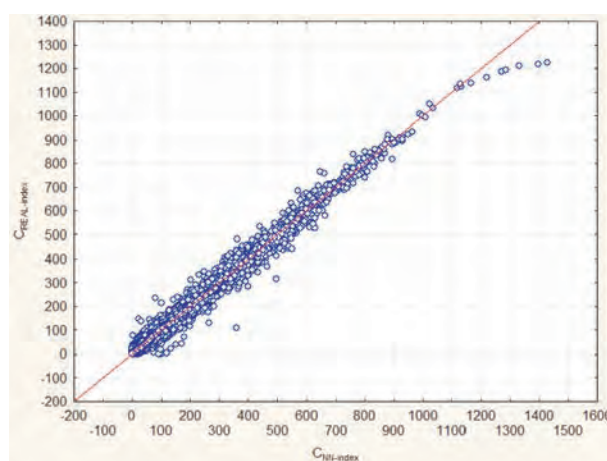
Tab. 1. Porównanie pomiaru dokładności prognoz

Tab. 1. Comparison of the accuracy of forecasting models

Liczba neuronów w warstwie ukrytej	ME	MAE	$R^2$
6	0,098	11,101	0,983
12	0,010	10,384	0,990
Model Blacka-Scholesa	2,425	11,794	0,999

Uzyskane wartości współczynnika  $R^2$  wskazują na bardzo dobre dopasowanie modeli do danych rzeczywistych (wartość bliska 1).

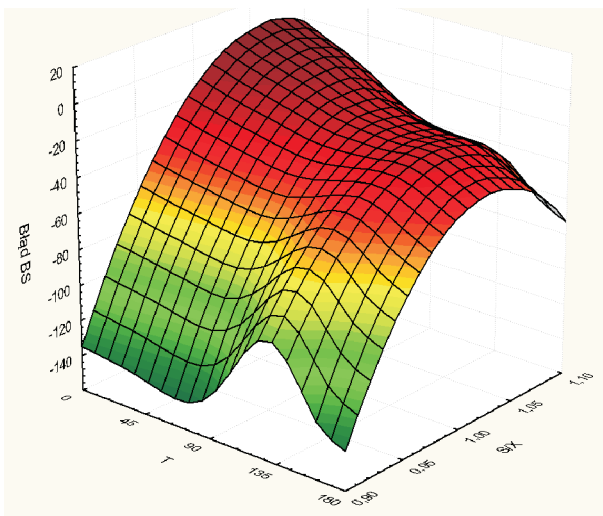
Na podstawie przeprowadzonych analiz otrzymano wykresy przedstawiające zależność między wartościami rzeczywistymi a wartościami uzyskanymi przez sieć neuronową. Rys. 2 przedstawia wykres korelacji dla sieci neuronowej typu MLP z 12 neuronami w warstwie ukrytej i logistyczną funkcją aktywacji dla zbioru danych uczących, walidacyjnych i testowych łącznie.



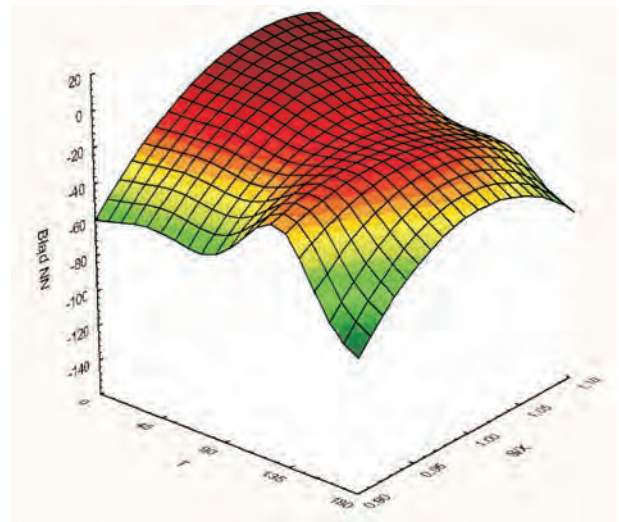
Rys. 2. Wykres korelacji dla sieci MLP 6-12-1

Fig. 2. The correlation for MLP 6-12-1

Rys. 3 i 4 przedstawiają odpowiednio błąd modelu Blacka-Scholesa i sieci neuronowej dla opcji kupna na indeks WIG20 wygasającej w czerwcu 2008 r. z kursem wykonania 2900 punktów indeksowych. Dla sieci neuronowej oszacowane wartości wyceny opcji są bliższe wartościom rzeczywistym niż w przypadku modelu Blacka-Scholesa.



**Rys. 3.** Błąd modelu Blacka-Scholesa dla opcji OW20F8290  
**Fig. 3.** The error of Black-Scholes model for OW20F8290 option



**Rys. 4.** Błąd sieci neuronowej dla opcji OW20F8290  
**Fig. 4.** The error of neural network for OW20F8290 option

## 5. Podsumowanie

Przedstawione wyniki wskazują, że zastosowanie sieci neuronowych do wyceny kontraktów opcyjnych może przynieść zadowalające rezultaty, szczególnie kiedy sytuacja na rynku znacznie odbiega od założeń modelu Blacka-Scholesa. Jako kierunki dalszych prac wskazano przebadanie możliwości zastosowania sieci neuronowych do wyceny opcji sprzedaży na WIG20 oraz wykorzystanie sieci Kohonena do budowy neuronowych modeli decyzyjnych.

## Bibliografia

1. Bączyk M., Koziński M.H., Michalski M., Pyziół W., Szumański A., Weiss I.: *Papiery wartościowe*, Kantor Wydawniczy Zakamycze, Kraków 2000.
2. Black F.: *The Pricing of Commodity Contracts*, „Journal of Financial Economics”, vol. 3/1976, 167–179.
3. Black F., Scholes M.: *The pricing of options and corporate liabilities*, „Journal of Political Economy”, vol. 3/1973, 637–659.
4. Hull J.: *Kontrakty terminowe i opcje. Wprowadzenie*, Wydawnictwo WIG-Press, Warszawa 1997.
5. Hull J.: *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall, 1997.
6. Józwik T.: *Wprowadzenie do opcji giełdowych*, Materiały dydaktyczne GPW w Warszawie, [www.gpw.pl].
7. Kraszewska M.: *Neural networks and the valuation of derivatives: some insights into the pricing of stocks index options*, Contemporary trends in management and finance: theory and practice, Wydawnictwo Wizja Press & IT, Warszawa 2010.
8. Merton R.: *Theory of Rational Option Pricing*, „Bell J. Economics and Management Science”, vol. 4/1973, 141–183.
9. Merton R.: *Option Pricing when Underlying Stock Returns Are Discontinued*, „Journal of Financial Economics”, vol. 3/1976, 125–144.
10. Rachev S.T., Rueschendorf L.: *Models for Option Prices*, „Theory of Probability and its Applications” vol. 39/1994, 120–152.

11. Soroczyński S., Stachowicz J.: *Kontrakty futures i opcje*, Zakamycze, Kraków 1994.
12. Tadeusiewicz R.: *New Trends in Neurocybernetics*, „Computer Methods in Materials Science”, Vol. 10/2010, No. 1, 1–7.
13. Thorpe E.O.: *Extensions of the Black-Scholes Option Model*, „Bulletin of the ISI”, Proceedings of the 39<sup>th</sup> Session, 1973, 522–529.
14. Welfe A.: *Ekonometria. Metody i ich zastosowanie*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2009. ■

## Application of neural networks to the valuation of index option contracts on WIG20

**Abstract:** The possibility of adopting artificial neural networks to the valuation of option contracts on WIG20 Warsaw Stock Exchange is presented. Using real data from 2005–2009 several models of neural networks were examined in Statistica. The results were compared with results received using the Black-Scholes formula. To measure the accuracy of forecasting models commonly known measurement errors were used.

**Keywords:** artificial neural networks, option pricing, Black-Scholes model, index WIG20

### mgr inż. Marta Kraszewska

Asystent w Katedrze Automatyki na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki, Laboratorium Informatyki w Zarządzaniu. Absolwentka kierunku Automatyka i Robotyka (2004), Zarządzanie i Marketing (2005), studiów podyplomowych Rachunkowość i Finanse (2007) oraz Zarządzanie Projektami (2009). Stypendystka Primus Inter Pares, dwukrotna stypendystka Małopolskiej Fundacji Stypendialnej Sapere Audo, stypendystka rządu indyjskiego programu ITEC Indian Technical and Economic Cooperation Program na uniwersytecie w Delhi (2011).

e-mail: martak@agh.edu.pl

