

Funkcjonały Lapunowa dla układów z opóźnieniem

Józef Duda

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział EAIiE, Katedra Automatyki

Streszczenie: W pracy przedstawiono zastosowanie funkcyjonałów Lapunowa do badania stabilności układów z opóźnieniem oraz w procesie optymalizacji parametrycznej.

Słowa kluczowe: funkcyjonał Lapunowa, układy z opóźnieniem

Funkcjonały Lapunowa są wykorzystywane głównie w procesie badania stabilności układów dynamicznych. Istnienie funkcyjonału Lapunowa dodatnio określonego na przestrzeni stanu, którego pochodna po czasie liczona wzdłuż trajektorii systemu dynamicznego jest ujemnie określona, jest warunkiem wystarczającym stabilności. Po raz pierwszy funkcyjonał Lapunowa dla układu z opóźnieniem oraz metoda wyznaczenia jego współczynników, zostały zaproponowane przez Repina [21]. Infante i Castelan [15] zaproponowali inną postać funkcyjonału Lapunowa i inną procedurę wyznaczenia jego współczynników. Metodę Infante i Castelana rozwija Kharitonov stosując ją do układów neutralnych [17], dla układów z m -współmiernymi opóźnieniami [19], dla układów z opóźnieniem rozłożonym [18] oraz do badania stabilności odpornej układów z opóźnieniem [20].

Duża grupa autorów [8–14, 16] korzysta z funkcyjonałów Lapunowa do badania stabilności układów z opóźnieniem, układów neutralnych, układów z opóźnieniem rozłożonym lub zmiennym w czasie, określając obszar stabilności poprzez układ nierówności otrzymany z warunku ujemnej określoności pochodnej funkcyjonału Lapunowa liczonej wzdłuż trajektorii systemu.

Funkcjonały Lapunowa są również stosowane w procesie optymalizacji parametrycznej do wyznaczenia wartości kwadratowego wskaźnika jakości. Współczynniki funkcyjonału są tak dobierane, żeby wartość kwadratowego wskaźnika jakości była równa wartości funkcyjonału Lapunowa dla stanu początkowego. W procesie optymalizacji parametrycznej potrzebne są analityczne formuły określające współczynniki funkcyjonału Lapunowa, aby można było wyznaczyć wzór na wartość wskaźnika jakości. W pracy [1] zastosowano metodę zaprezentowaną przez Repina do wyznaczenia wartości różnych kwadratowych wskaźników jakości w procesie optymalizacji parametrycznej dla układów z opóźnieniem, a w pracy [2] rozwinięto ją dla układu neutralnego. W kolejnych pracach zostały zaproponowane funkcyjonały Lapunowa oraz metoda wyznaczenia analitycznych formuł opisujących ich współczynniki dla układu z dwoma opóźnieniami zwykłymi [3], dla układu z dwoma opóźnieniami: zwykłym i typu neutralnego [4] oraz dla układu neutralnego z k -niewspółmier-

nymi opóźnieniami [5]. W pracy [6] zaprezentowano funkcyjonał Lapunowa dla układu liniowego z opóźnieniem skupionym i rozłożonym, natomiast w pracy [7] zaprezentowano funkcyjonał Lapunowa oraz przedstawiono metodę wyznaczenia jego współczynników dla układu z opóźnieniem zmiennym w czasie opisanym funkcją gładką przyjmującą wartości z pewnego przedziału liczbowego. Opracowano artykuł prezentujący funkcyjonał Lapunowa oraz metodę wyznaczenia jego współczynników dla układu liniowego neutralnego z opóźnieniem skupionym i rozłożonym. Jest on w trakcie recenzji. Zamierzeniem autora jest wyznaczenie funkcyjonału Lapunowa dla układu neutralnego z opóźnieniem zmiennym w czasie oraz zastosowanie wyznaczonych funkcyjonałów w procesie optymalizacji parametrycznej.

Bibliografia

1. Duda J.: *Optymalizacja parametryczna w układach z opóźnieniem*, rozprawa doktorska, AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków 1986.
2. Duda J.: *Problem optymalizacji parametrycznej dla systemu liniowego neutralnego przy ogólnym kwadratowym wskaźniku jakości*, „Archiwum Automatyki i Telemekhaniki” 33(3)/1988, 448–456.
3. Duda J.: *Lyapunov functional for a linear system with two delays*, „Control and Cybernetics” 39/2010, 797–809.
4. Duda J.: *Lyapunov functional for a linear system with two delays both retarded and neutral type*, „Archives of Control Sciences” 20(LVI) (1), 2010, 89–98.
5. Duda J.: *Lyapunov functional for a system with k -noncommensurate neutral time delays*, „Control and Cybernetics” 39/2010, 1173–1184.
6. Duda J.: *Lyapunov functional for a linear system with both lumped and distributed delay*, „Control and Cybernetics” 40/2011, 73–90.
7. Duda J.: *Lyapunov functional for a system with a time-varying delay*, „International Journal of Applied Mathematics and Computer Science” (przyjęty do druku).
8. Fridman E.: *New Lyapunov-Krasovskii functionals for stability of linear retarded and neutral type systems*, „Systems & Control Letters” 43/2001, 309–319.
9. Gu K.: *Discretized LMI set in the Stability Problem of Linear Time Delay Systems*, „International Journal of Control” 68/1997, 923–934.
10. Gu K., Liu, Y.: *Lyapunov-Krasovskii functional for uniform stability of coupled differential-functional equations*, „Automatica” 45/2009, 798–804.

11. Han Q. L.: *On robust stability of neutral systems with time-varying discrete delay and norm-bounded uncertainty*, „Automatica” 40/2004, 1087–1092.
12. Han Q. L.: *A descriptor system approach to robust stability of uncertain neutral systems with discrete and distributed delays*, „Automatica” 40/2004, 1791–1796.
13. Han Q. L.: *On stability of linear neutral systems with mixed time delays: A discretised Lyapunov functional approach*, „Automatica” 41/2005, 1209–1218.
14. Han Q. L.: *A discrete delay decomposition approach to stability of linear retarded and neutral systems*, „Automatica” 45/2009, 517–524.
15. Infante E.F., Castelan W.B.: *A Liapunov Functional For a Matrix Difference-Differential Equation*, „J. Differential Equations” 29/1978, 439–451.
16. Ivanescu D., Niculescu S.I., Dugard L., Dion J.M., Verriest E.I.: *On delay-dependent stability for linear neutral systems*, „Automatica” 39/2003, 255–261.
17. Kharitonov, V., L.: *Lyapunov functionals and Lyapunov matrices for neutral type time delay systems: a single delay case*, „International Journal of Control” 78(11)/2005, 783–800.
18. Kharitonov, V., L.: *Lyapunov matrices for a class of neutral type time delay systems*, „International Journal of Control” 81(6)/2008, 883–893.
19. Kharitonov V.L., Plischke E.: *Lyapunov matrices for time-delay systems*, „Systems & Control Letters” 55/2006, 697–706.
20. Kharitonov V.L., Zhabko A.P.: *Lyapunov-Krasovskii approach to the robust stability analysis of time-delay systems*, „Automatica” 39/2003, 15–20.
21. Repin Yu., M.: *Quadratic Lyapunov functionals for systems with delay*, „Prikl. Mat. Mekh.” 29/1965, 564–566. ■

Lyapunov functionals for time delay systems

Abstract: In the paper was presented the application of the Lyapunov functionals to examination of the stability of the time delay systems and in the process of parametric optimization.

Keywords: Lyapunov functional, time delay system

dr inż. Józef Duda

Ukończył kierunek elektronika specjalność automatyka na Wydziale Elektrotechniki Automatyki i Elektroniki Akademii Górniczo-Hutniczej w 1981 r. W roku 1986 uzyskał stopień doktora nauk technicznych nadany uchwałą Rady Wydziału Elektrotechniki Automatyki i Elektroniki AGH. Zajmuje się funkcjonalami Lapunowa dla układów z opóźnieniem oraz ich zastosowaniem w procesie optymalizacji parametrycznej do wyznaczania wartości kwadratowego wskaźnika jakości.
e-mail: jduda@agh.edu.pl

