

dr inż. Maciej Ławryńczuk  
dr inż. Piotr Marusak  
prof. dr hab. inż. Piotr Tatjewski  
Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej  
Politechniki Warszawskiej

## **WSPÓLDZIAŁANIE REGULACJI PREDYKCYJNEJ I BIEŻĄCEJ OPTYMALIZACJI PUNKTU PRACY W STRUKTURACH STEROWANIA Z MODELAMI WIENERA**

*Numerycznie efektywne struktury sterowania alternatywne do klasycznej, warstwowej struktury sterowania są przedmiotem badań. W pierwszej strukturze dodano pomocnicze, liniowe zadanie optymalizacji punktu pracy. W drugiej strukturze, zadania optymalizacji punktu pracy i regulacji predykcyjnej są integrowane w jednym zadaniu optymalizacji kwadratowej. Użycie w tych strukturach modelu Wienera dodatkowo je upraszcza dzięki możliwości łatwego otrzymania liniowych aproksymacji dynamiki i statyki procesu.*

### **COOPERATION OF PREDICTIVE CONTROL AND SET-POINT OPTIMISATION IN CONTROL STRUCTURES WITH WIENER MODELS**

*Two numerically efficient control system structures alternative to the classical one are considered. In the first one the supplementary Steady State Target Optimization (SSTO) is performed at each sampling instant. In the second one set-point optimization and predictive control are integrated into one optimization task. In the proposed approaches, thanks to using a Wiener process model, both predictive control and set-point optimization problems are simplified. Using the nonlinear model a linear dynamic and linear static approximations are easily obtained and used both for set-point optimization and predictive control.*

#### **1. WSTĘP**

W zaawansowanych układach sterowania, nad warstwą regulacji bezpośredniej znajduje się zwykle warstwa regulacji zaawansowanej. W warstwie tej stosuje się zwykle regulatory predykcyjne, których głównym zadaniem jest dbanie o zachowanie ograniczeń nałożonych na sygnały sterujące i wyjściowe procesu, a także, w razie potrzeby na zmienne stanu [1, 2, 5, 13, 14]. Dużą zaletą regulatorów predykcyjnych jest stosunkowo łatwe ich zastosowanie w układach regulacji procesów o wielu wejściach i wielu wyjściach [11, 13, 14].

W klasycznej strukturze sterowania w warstwie optymalizacji, w celu wygenerowania wartości zadanych dla regulatorów rozwiązuje się zadania optymalizacji nieliniowej. Podejście takie sprawia, że generacja wartości zadanych nie może być zwykle powtarzana często a sama procedura optymalizacji bywa zawodna. Ponadto takie podejście może prowadzić do obniżenia efektywności ekonomicznej procesu w przypadku, gdy zmienność zakłóceń jest stosunkowo duża [10, 14]. Z tych względów powstały rozwiązania alternatywne do klasycznego. W pierwszym z nich, dodatkowo, w każdej iteracji regulatora jest rozwiązywane pomocnicze liniowe zadanie optymalizacji punktu pracy [1, 10, 14]. Drugie

---

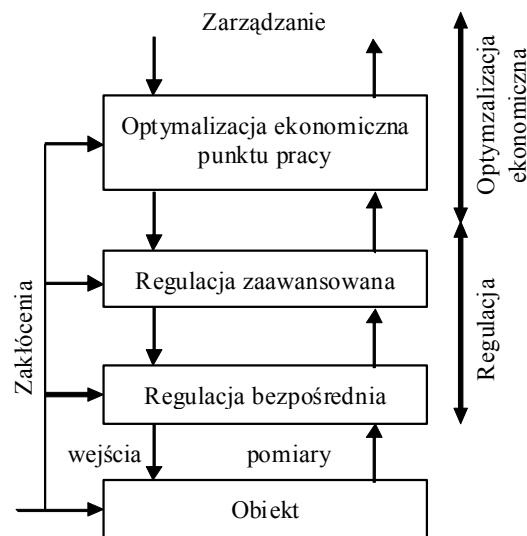
Praca naukowa finansowana ze środków budżetowych na naukę.

podejście polega na zintegrowaniu zadania optymalizacji punktu pracy z zadaniem rozwiązywanym w każdej iteracji algorytmu predykcyjnego. Dzięki takiemu podejściu oraz linearyzacji modeli statycznego i dynamicznego procesu, przeprowadzanych w każdej iteracji, otrzymuje się jedno zadanie programowania kwadratowego [6, 8, 9, 14, 15, 16, 17]. W artykule zaproponowano użycie jednego modelu Wienera procesu zarówno do regulacji, jak i optymalizacji punktu pracy. Dzięki temu jeszcze bardziej zyskuje się na prostocie rozważanych struktur sterowania, ponieważ zarówno liniowa aproksymacja modelu dynamicznego procesu, jak i liniowa aproksymacja statyki procesu są łatwe do otrzymania, co wynika ze struktury modeli Wienera.

W następnym rozdziale omówiono klasyczną strukturę sterowania. Rozdz. 3 zawiera opis modeli Wienera. W rozdz. 4 omówiono strukturę sterowania z pomocniczym, liniowym zadaniem optymalizacji punktu pracy. Rozdz. 5 zawiera przedstawienie struktury ze zintegrowanymi zadaniami optymalizacji punktu pracy i regulacji predykcyjnej. W rozdz. 6 przedstawiono wyniki eksperymentów symulacyjnych otrzymane w układzie sterowania reaktora polimeryzacji. Artykuł zamyka krótkie podsumowanie.

## 2. STANDARDOWA WARSTWOWA STRUKTURA STEROWANIA

Na rys. 1 została przedstawiona standardowa warstwowa struktura sterowania z warstwą regulacji zaawansowanej, w której pracują zwykle regulatory predykcyjne. Oprócz tej warstwy, głównym przedmiotem zainteresowania w niniejszej pracy jest warstwa optymalizacji punktu pracy. Zadania wymienionych tu warstw są zwykle realizowane w wyniku rozwiązywania problemów optymalizacji.



Rys. 1. Warstwowa struktura sterowania

### 2.1. Warstwa optymalizacji punktu pracy

W klasycznym, warstwowym układzie sterowania, za wyznaczenie pożądanych wartości zadanych odpowiada warstwa optymalizacji. Celem jej działania jest zapewnienie zysku z produkcji przy jednoczesnym spełnieniu ograniczeń decydujących o bezpieczeństwie i jakości produkcji. W związku z tym wartości zadane otrzymuje się w wyniku rozwiązania problemu optymalizacji następującej postaci:

$$\begin{aligned} \min_{y^{ss}, u^{ss}} \{ J_E(k) = c_u^T u^{ss} - c_y^T y^{ss} \} \\ \text{subject to :} \\ u_{\min} \leq u^{ss} \leq u_{\max} \\ y_{\min} \leq y^{ss} \leq y_{\max} \\ y^{ss} = f(u^{ss}, \tilde{w}) \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie  $f: \mathfrak{R}^{n_u} \times \mathfrak{R}^{n_w} \rightarrow \mathfrak{R}^{n_y}$  jest nieliniowym modelem statycznym procesu,  $n_u$ ,  $n_w$ ,  $n_y$  oznaczają liczbę sterowań, zakłóceń i wyjść procesu,  $u^{ss}$  i  $y^{ss}$  są odpowiednio wejściami sterującymi i wyjściami modelu statycznego procesu,  $\tilde{w}$  jest estymatą zakłóceń,  $c_u \in \mathfrak{R}^{n_u}$ ,  $c_y \in \mathfrak{R}^{n_y}$  są wektorami cen,  $u_{\min}$ ,  $u_{\max}$ ,  $y_{\min}$ ,  $y_{\max}$  są wartościami ograniczeń nałożonych na zmienne sterujące i wyjściowe. W wyniku rozwiązania powyższego problemu optymalizacji, otrzymuje się wartości zadane  $\hat{y}^{ss}$  dla regulatorów pracujących w niższych warstwach struktury sterowania.

## 2.2. Warstwa regulacji zaawansowanej (regulacji predykcyjnej)

W warstwie regulacji zaawansowanej używa się zwykle regulatorów predykcyjnych w wersji numerycznej. W każdej iteracji jest w nich rozwiązywane zadanie optymalizacji:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta u(k)} \{ J_{MPC}(k) = \sum_{p=1}^N \| y^{zad}(k+p|k) - y(k+p|k) \|_{M_p}^2 \\ + \sum_{p=0}^{N_u-1} \| \Delta u(k+p|k) \|_{A_p}^2 \} \\ \text{subject to :} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} u_{\min} \leq u(k+p|k) \leq u_{\max}, \quad p = 0, \dots, N_u - 1 \\ -\Delta u_{\max} \leq \Delta u(k+p|k) \leq \Delta u_{\max}, \quad p = 0, \dots, N_u - 1 \\ y_{\min} \leq y(k+p|k) \leq y_{\max}, \quad p = 1, \dots, N \end{aligned}$$

gdzie  $\Delta u(k) = [\Delta u^T(k|k) \dots \Delta u^T(k+N_u-1|k)]^T$  jest wektorem przyszłych przyrostów sterowań,  $y(k+p|k)$  jest wartością wyjścia w chwili  $k+p$  przewidywaną w chwili  $k$ ,  $N$  i  $N_u$  to horyzont predykcji i horyzont sterowania,  $M_p \geq 0$  i  $A_p > 0$  są diagonalnymi macierzami parametrów o wymiarach odpowiednio:  $n_y \times n_y$  i  $n_u \times n_u$ . Założono stałą trajektorię zadaną, czyli  $y^{zad}(k+p|k) = \hat{y}^{ss}$ ,  $p=1, \dots, N$ . Jeśli do predykcji zostanie użyty liniowy model obiektu, wówczas można skorzystać z zasady superpozycji [3, 11, 14]:

$$y(k) = G \Delta u(k) + y^0(k) \quad (3)$$

gdzie  $G$  jest macierzą dynamiczną  $n_y N \times n_u N_u$  złożoną z parametrów odpowiedzi skokowych obiektu;  $G \Delta u(k)$  jest odpowiedzią wymuszoną zależną od przyszłych przyrostów sterowania,  $y^0(k)$  jest odpowiedzią swobodną zależną tylko od przeszłych wartości sterowania.

Problem optymalizacji (2) z liniowym modelem i mechanizmem ograniczeń miękkich, mającym na celu wyeliminowanie problemu pustego zbioru rozwiązań dopuszczalnych, ma następującą postać:

$$\begin{aligned}
& \min_{\Delta \mathbf{u}(k), \boldsymbol{\varepsilon}_{\min}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\max}} \{J_{MPC}(k) = \|\mathbf{y}^{ss} - \mathbf{G}\Delta \mathbf{u}(k) - \mathbf{y}^0(k)\|_M^2 \\
& + \|\Delta \mathbf{u}(k)\|_A^2 + \rho_{\min} \|\boldsymbol{\varepsilon}_{\min}\|^2 + \rho_{\max} \|\boldsymbol{\varepsilon}_{\max}\|^2\} \\
& \text{subject to:} \\
& \mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{J}\Delta \mathbf{u}(k) + \mathbf{u}^{k-1} \leq \mathbf{u}_{\max} \\
& -\Delta \mathbf{u}_{\max} \leq \Delta \mathbf{u}(k) \leq \Delta \mathbf{u}_{\max} \\
& \mathbf{y}_{\min} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\min} \leq \mathbf{G}\Delta \mathbf{u}(k) + \mathbf{y}^0(k) \leq \mathbf{y}_{\max} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\max} \\
& \boldsymbol{\varepsilon}_{\min} \geq \mathbf{0}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\max} \geq \mathbf{0}
\end{aligned} \tag{4}$$

gdzie  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\min}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\max}$  są wektorami o  $n_y N$  elementach,  $\rho_{\min}$ ,  $\rho_{\max}$  są dodatnimi wagami,

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_{\min} &= [\mathbf{u}_{\min}^T \quad \dots \quad \mathbf{u}_{\min}^T]^T, \quad \mathbf{u}_{\max} = [\mathbf{u}_{\max}^T \quad \dots \quad \mathbf{u}_{\max}^T]^T \\
\mathbf{u}^{k-1} &= [\mathbf{u}^T(k-1) \quad \dots \quad \mathbf{u}^T(k-1)]^T, \quad \Delta \mathbf{u}_{\max} = [\Delta \mathbf{u}_{\max}^T \quad \dots \quad \Delta \mathbf{u}_{\max}^T]^T
\end{aligned} \tag{5}$$

są wektorami o długości  $n_u N_u$ ,

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}_{\min} &= [\mathbf{y}_{\min}^T \quad \dots \quad \mathbf{y}_{\min}^T]^T, \quad \mathbf{y}_{\max} = [\mathbf{y}_{\max}^T \quad \dots \quad \mathbf{y}_{\max}^T]^T \\
\mathbf{y}(k) &= [\mathbf{y}^T(k+1|k) \quad \dots \quad \mathbf{y}^T(k+N|k)]^T, \quad \mathbf{y}^0(k) = [(\mathbf{y}^0(k+1|k))^T \quad \dots \quad (\mathbf{y}^0(k+N|k))^T]^T
\end{aligned} \tag{6}$$

są wektorami o długości  $n_y N$ ,

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n_u \times n_u} & \mathbf{0}_{n_u \times n_u} & \mathbf{0}_{n_u \times n_u} & \dots & \mathbf{0}_{n_u \times n_u} \\ \mathbf{I}_{n_u \times n_u} & \mathbf{I}_{n_u \times n_u} & \mathbf{0}_{n_u \times n_u} & \dots & \mathbf{0}_{n_u \times n_u} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{I}_{n_u \times n_u} & \mathbf{I}_{n_u \times n_u} & \mathbf{I}_{n_u \times n_u} & \dots & \mathbf{I}_{n_u \times n_u} \end{bmatrix} \tag{7}$$

jest macierzą  $n_u N_u \times n_u N_u$ ,  $\mathbf{M}$  i  $\mathbf{A}$  są macierzami diagonalnymi  $n_y N \times n_y N$  i  $n_u N_u \times n_u N_u$  złożonymi z macierzy  $\mathbf{M}_p$ ,  $\mathbf{A}_p$ ,  $\mathbf{y}^{ss} = \mathbf{e}_y^{ss} \otimes \mathbf{y}^{ss} = [(\mathbf{y}^{ss})^T \quad \dots \quad (\mathbf{y}^{ss})^T]^T$ ,  $\mathbf{e}_y^{ss} = [1 \quad \dots \quad 1]^T$  jest wektorem o  $N$  elementach.

### 3. MODEL WIENERA PROCESU

Model Wienera jest złożony z liniowego bloku dynamicznego poprzedzającego nieliniowy blok statyczny [4]. Struktura takiego modelu jest pokazana na rys. 2.

Nieliniowa część statyczna jest opisana wzorem:

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{g}(h(k), \tilde{\mathbf{w}}(k)) \tag{8}$$

gdzie  $h(k) \in \mathfrak{R}^{n_h}$  są wejściami części statycznej,  $n_h$  jest liczbą sygnałów wewnętrznych. Liniowa część dynamiczna jest opisana wzorem:

$$\mathbf{A}(q^{-1})h(k) = \mathbf{B}(q^{-1})\mathbf{u}(k) \tag{9}$$

gdzie  $q^{-1}$  oznacza jednostkowe opóźnienie;

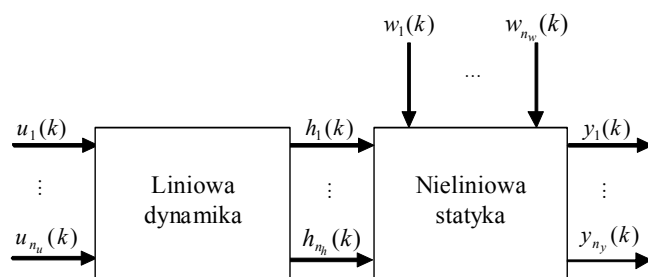
$$A(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 + a_1^1 q^{-1} + \dots + a_{n_A}^1 q^{-n_A} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 + a_1^{n_h} q^{-1} + \dots + a_{n_A}^{n_h} q^{-n_A} \end{bmatrix} \quad (10)$$

i

$$B(z^{-1}) = \begin{bmatrix} b_1^{1,1} q^{-1} + \dots + b_{n_B}^{1,1} q^{-n_B} & \dots & b_1^{1,n_u} q^{-1} + \dots + b_{n_B}^{1,n_u} q^{-n_B} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_1^{n_h,1} q^{-1} + \dots + b_{n_B}^{n_h,1} q^{-n_B} & \dots & b_1^{n_h,n_u} q^{-1} + \dots + b_{n_B}^{n_h,n_u} q^{-n_B} \end{bmatrix} \quad (11)$$

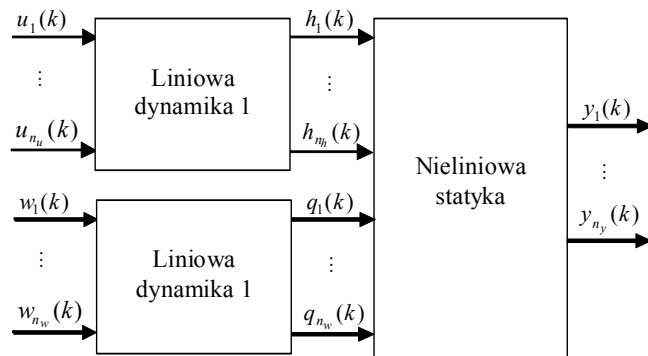
Ze względu na postać modelu Wienera, łatwo można otrzymać jego charakterystykę statyczną w wyniku użycia wzoru:

$$y^{ss} = F(u^{ss}, \tilde{w}) = g(A^{-1}(1)B(1)u^{ss}, \tilde{w}). \quad (12)$$



Rys. 2. Struktura modelu Wienera

W niektórych przypadkach struktura modelu Wienera pokazana na rys. 2 może okazać się nieefektywna. Należy wówczas uwzględnić dynamiczny wpływ zakłóceń na zmienne wyjściowe procesu. Alternatywną strukturę modelu Wienera pokazano na rys. 3.



Rys. 3. Alternatywna struktura modelu Wienera

#### 4. STRUKTURA STEROWANIA Z POMOCNICZĄ OPTYMALIZACJĄ PUNKTU PRACY I Z MODELEM WIENERA

Często stosowaną metodą uwzględnienia zakłóceń szybkozmiennych jest uzupełnienie klasycznej struktury sterowania o zadanie pomocniczej optymalizacji punktu pracy rozwiązywane w każdej iteracji regulatora predykcyjnego (rys. 4a). Zadanie to ma postać podobną do zadania (1), ale jest zwykle zadaniem programowania liniowego:

$$\begin{aligned}
& \min_{u^{ss}} \{J_E(k) = c_u^T \Delta u^{ss} - c_y^T \Delta y^{ss}\} \\
& \text{subject to :} \\
& u_{\min} \leq u^{ss} \leq u_{\max} \\
& y_{\min} \leq y^{ss} \leq y_{\max} \\
& \Delta y^{ss} = \mathbf{H}(k) \Delta u^{ss} \\
& y^{ss} = F(u^{ss}, \tilde{w}) + \Delta y^{ss} \\
& u^{ss} = u(k-1) + \Delta u^{ss}
\end{aligned} \tag{13}$$

gdzie macierz wzmocnień  $\mathbf{H}(k)$ , jeśli używany jest model Wienera, jest dana wzorem:

$$\mathbf{H}(k) = \frac{dg(\mathbf{A}^{-1}(1)\mathbf{B}(1)u(k-1), \tilde{w})}{du} \tag{14}$$

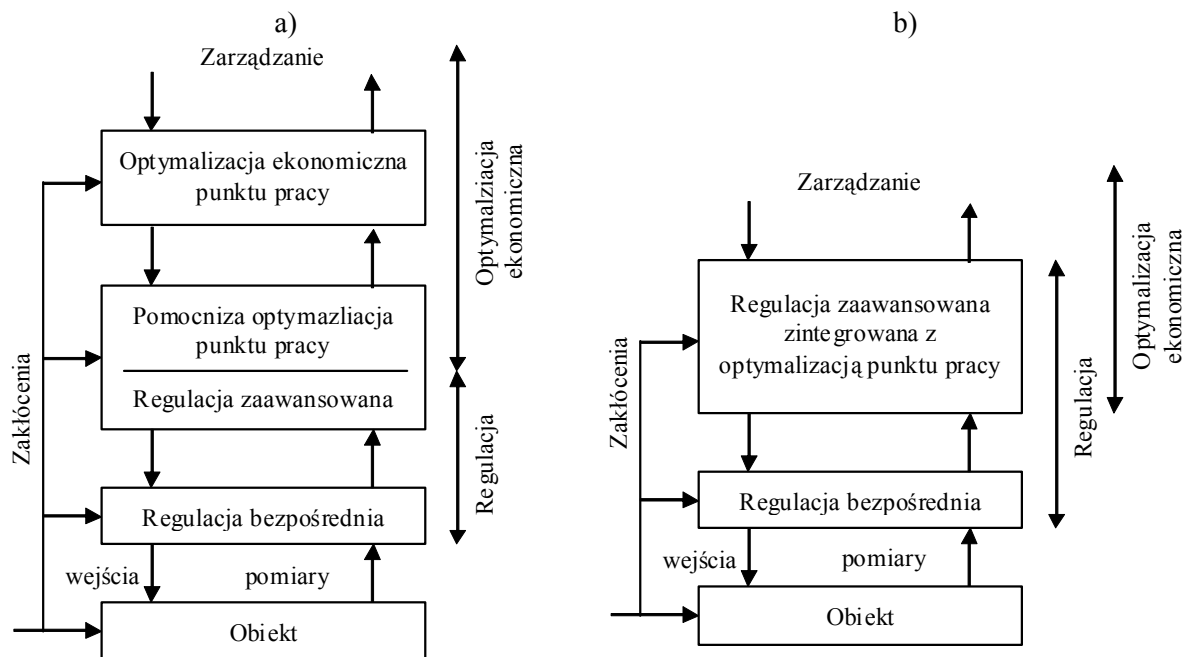
Liniowa aproksymacja modelu statycznego jest więc otrzymywana stosunkowo łatwo. Może być ona ponadto znacznie uproszczona, jeśli jako części statycznej modelu Wienera użyje się modeli wielomianowych, rozmytych z różniczkowalnymi funkcjami przynależności lub neuronowych z różniczkowalnymi funkcjami aktywacji. Jest bowiem wówczas możliwe analityczne wyznaczenie pochodnych.

## 5. ZINTEGROWANA REGULACJA PREDYKCYJNA I OPTIMALIZACJA PUNKTU PRACY

Inną numerycznie efektywną strukturą sterowania jest struktura ze zintegrowanymi zadaniami regulacji predykcyjnej i optymalizacji punktu pracy (rys. 4b). Zadanie optymalizacji rozwiązywane przez sterownik predykcyjny ma wówczas postać:

$$\begin{aligned}
& \min_{\Delta u(k), u^{ss}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\min}, \boldsymbol{\varepsilon}_{\max}} \{J_{MPC}(k) + \gamma J_E(k) = \|\mathbf{y}^{ss} - \mathbf{G}(k)\Delta \mathbf{u}(k) - \mathbf{y}^0(k)\|_M^2 \\
& + \|\Delta \mathbf{u}(k)\|_A^2 + \gamma(c_u^T u^{ss} - c_y^T y^{ss}) + \rho_{\min} \|\boldsymbol{\varepsilon}_{\min}\|^2 + \rho_{\max} \|\boldsymbol{\varepsilon}_{\max}\|^2\} \\
& \text{subject to :} \\
& \mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{J}\Delta \mathbf{u}(k) + \mathbf{u}^{k-1} \leq \mathbf{u}_{\max} \\
& -\Delta \mathbf{u}_{\max} \leq \Delta \mathbf{u}(k) \leq \Delta \mathbf{u}_{\max} \\
& \mathbf{y}_{\min} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\min} \leq \mathbf{G}(k)\Delta \mathbf{u}(k) + \mathbf{y}^0(k) \leq \mathbf{y}_{\max} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\max} \\
& \boldsymbol{\varepsilon}_{\min} \geq 0, \boldsymbol{\varepsilon}_{\max} \geq 0 \\
& \mathbf{u}_{\min} \leq u^{ss} \leq \mathbf{u}_{\max} \\
& \mathbf{y}_{\min} \leq y^{ss} \leq \mathbf{y}_{\max} \\
& y^{ss} = g(\mathbf{A}^{-1}(1)\mathbf{B}(1)u(k-1), \tilde{w}) + \frac{dg(\mathbf{A}^{-1}(1)\mathbf{B}(1)u(k-1), \tilde{w})}{du} (u^{ss} - u(k-1))
\end{aligned} \tag{15}$$

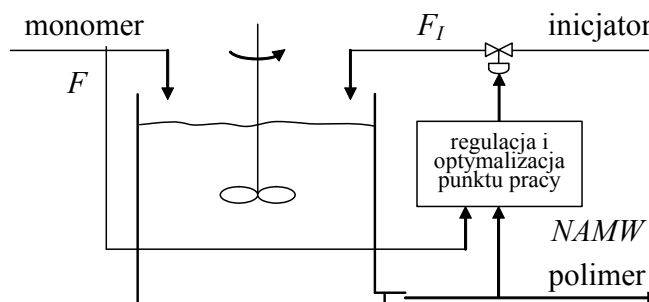
W powyższym wzorze  $\mathbf{G}(k)$  jest zmienianą w każdej iteracji macierzą dynamiczną otrzymywaną w wyniku linearyzacji dynamicznego modelu procesu;  $\gamma$  jest parametrem dostrajalnym. Ostatnie równanie jest zlinearyzowanym modelem Wienera statyki procesu.



Rys. 4. Numerycznie efektywne struktury sterowania;  
a) z pomocniczą liniową optymalizacją punktu pracy, b) zintegrowana

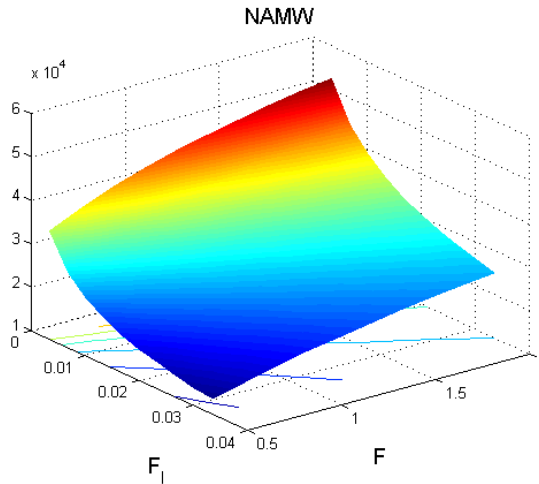
## 6. EKSPERYMENTY SYMULACYJNE

Rozważanym procesem jest reaktor polimeryzacji przedstawiony schematycznie na rys. 5. Dokładny model procesu omówiono w pracy [12]. Wejściem reaktora (zmienną manipulowaną) jest natężenie dopływu inicjatora  $F_I$  [ $\text{m}^3/\text{h}$ ], wyjściem (zmienną regulowaną) jest średnia masa cząsteczkowa  $NAMW$  (ang. Number Average Molecular Weight), natomiast zakłóceniem (wejściem niesterowanym) jest natężenie dopływu monomeru  $F$  [ $\text{m}^3/\text{h}$ ]. Z uwagi na silnie nieliniowe właściwości reaktor polimeryzacji jest często stosowany w celu porównania nieliniowych algorytmów regulacji [14]. Na rys. 6 przedstawiono charakterystykę statyczną procesu  $NAMW(F_I, F)$ .



Rys. 5. Reaktor polimeryzacji

Model fizykochemiczny [12] jest traktowany podczas symulacji jako rzeczywisty proces. Zostały wygenerowane dwa zbiory danych liczące 2000 próbek, a mianowicie zbiór danych uczących oraz danych testowych. Pierwszy z nich służy do identyfikacji (uczenia) modeli, drugi – wyłącznie do oceny jakości otrzymanych modeli. Aby oddać warunki panujące w przemyśle do wyjścia procesu dodano niewielki szum.



Rys. 6. Charakterystyka statyczna procesu

Przygotowano dwa modele o dynamice rzędu drugiego, a mianowicie model liniowy

$$y(k) = b_1^{lin} u(k-1) + b_2^{lin} u(k-2) + b_{w1}^{lin} w(k-1) + b_{w2}^{lin} w(k-2) - a_1^{lin} y(k-1) - a_2^{lin} y(k-2) \quad (16)$$

oraz nieliniowy model Wienera

$$y(k) = f(h_u(k), h_w(k)) \quad (17)$$

gdzie

$$h_u(k) = b_{u1} u(k-1) + b_{u2} u(k-2) - a_{u1} h_u(k-1) - a_{u2} h_u(k-2) \quad (18)$$

$$h_w(k) = b_{w1} w(k-1) + b_{w2} w(k-2) - a_{w1} h_w(k-1) - a_{w2} h_w(k-2) \quad (19)$$

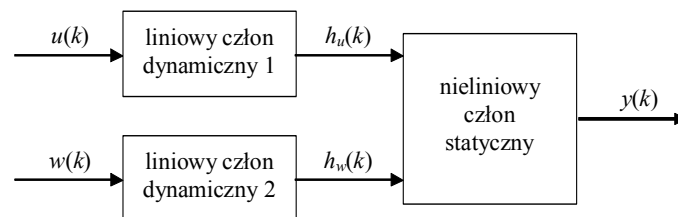
Jako statyczny człon nieliniowy modelu Wienera zastosowano wielomian trzeciego rzędu

$$\begin{aligned} f(h_u(k), h_w(k)) = & \alpha_0 + \alpha_1 h_u(k) + \alpha_2 h_u^2(k) + \alpha_3 h_u^3(k) \\ & + \alpha_4 h_w(k) + \alpha_5 h_w^2(k) + \alpha_6 h_w^3(k) \\ & + (\alpha_7 h_u(k) + \alpha_8 h_u^2(k) + \alpha_9 h_u^3(k)) h_w(k) \\ & + (\alpha_{10} h_u(k) + \alpha_{11} h_u^2(k) + \alpha_{12} h_u^3(k)) h_w^2(k) \\ & + (\alpha_{13} h_u(k) + \alpha_{14} h_u^2(k) + \alpha_{15} h_u^3(k)) h_w^3(k) \end{aligned} \quad (20)$$

Ponieważ sygnały procesowe mają różne zakresy, zastosowano następujące skalowanie

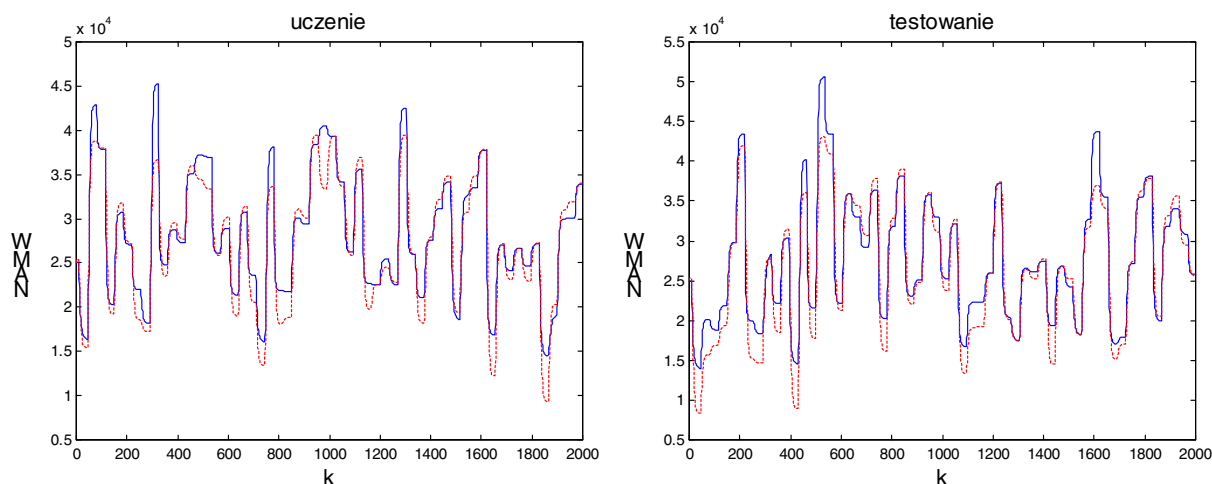
$$u = 100(F_I - F_{I0}) \quad w = F - F_0 \quad y = 0.0001(NAMW - NAMW_0) \quad (21)$$

w nominalnym punkcie pracy  $F_{I0} = 0,016783$ ,  $F_0 = 1$ ,  $NAMW_0 = 25000$ . Strukturę modelu Wienera procesu polimeryzacji przedstawiono na rys. 7.

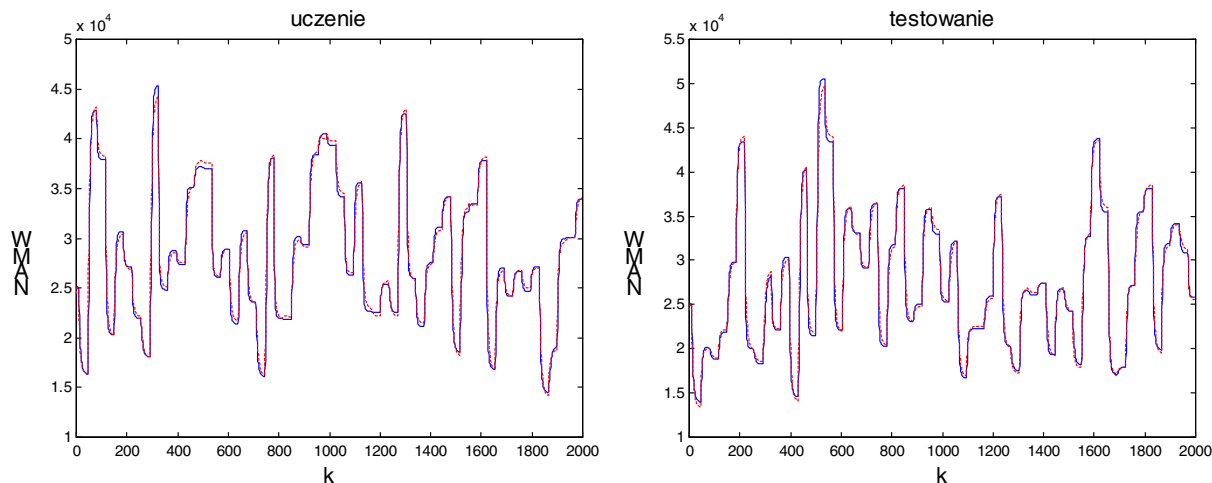


Rys. 7. Struktura modelu Wienera reaktora polimeryzacji





Rys. 8. Dane oraz wyjście modelu liniowego dla zbioru uczącego i testowego



Rys. 9. Dane oraz wyjście modelu Wienera dla zbioru uczącego i testowego

Na rys. 8 pokazano wyjście modelu liniowego na tle obu zbiorów danych, natomiast na rys. 9 pokazano wyjście modelu Wienera na tle danych. Niedokładność modelu liniowego jest bardzo duża, natomiast nieliniowy model Wienera prawidłowo oddaje właściwości procesu. Dla modelu liniowego otrzymano sumę kwadratów błędów (ang. sum of squared errors)  $SSE = 98,829$  (dane uczące) oraz  $SSE = 128,290$  (dane testowe), natomiast dla modelu Wienera otrzymano  $SSE = 9,242$  (dane uczące) oraz  $SSE = 10,171$  (dane testowe).

Do regulacji i optymalizacji ekonomicznej punktu pracy reaktora polimeryzacji stosuje się ten sam model Wienera. Do optymalizacji punktu pracy na podstawie modelu dynamicznego wyznacza się odpowiadający mu model statyczny, który jest następnie linearyzowany. Do regulacji zastosowano algorytm regulacji predykcyjnej z MPC-NPL (z Nieliniową Predykcją i Linearyzacją) [14]. Do obliczania wartości sygnału sterującego wykorzystuje on zlinearyzowany dynamiczny model Wienera.

W warstwie optymalizacji punktu pracy maksymalizuje się rozmiar produkcji, czyli przepływ inicjatora. Minimalizowana funkcja celu ma więc postać

$$J_E = -F_I \quad (22)$$

W optymalizacji i regulacji przyjęto te same ograniczenia zmiennej wejściowej procesu

$$0,0035 \text{ m}^3 / \text{h} \leq F_I, F_I^{ss} \leq 0,033566 \text{ m}^3 / \text{h} \quad (23)$$

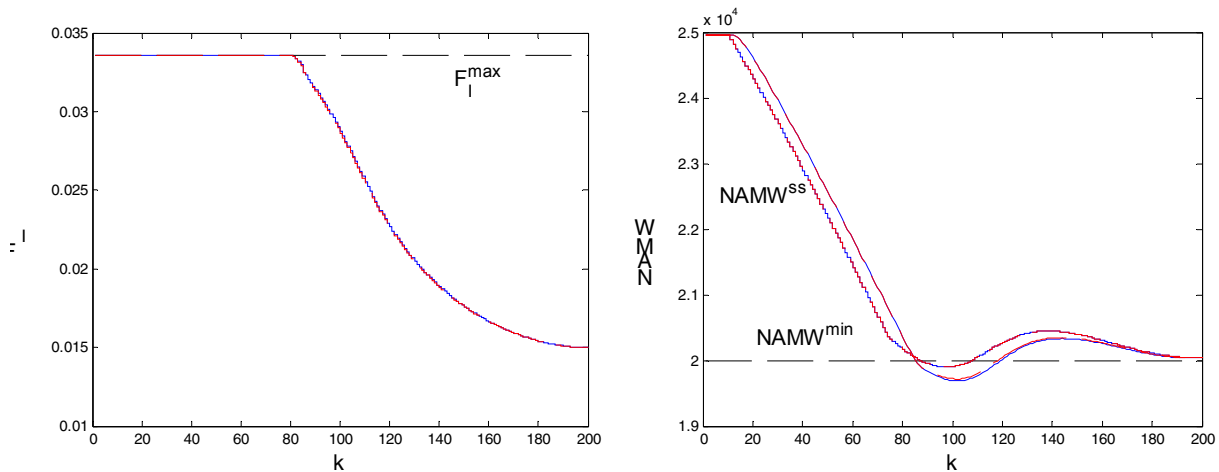
oraz zmiennej wyjściowej

$$20000 \text{ kg} / \text{kmol} \leq NAMW, NAMW^{ss} \quad (24)$$

Zakłada się, że mierzone zakłócenie zmienia się w następujący sposób

$$F(k) = 2 - 1,6(\sin(0,008k) - \sin(0,08)) \quad (25)$$

Na rys. 10 przedstawiono wyniki symulacji dwóch struktur z modelem Wienera, a mianowicie klasycznej struktury warstwowej z nieliniową optymalizacją ekonomiczną powtarzaną w każdej iteracji algorytmu regulacji predykcyjnej oraz efektywnej numerycznie struktury warstwowej z linearyzacją modelu i pomocniczą liniową optymalizacją punktu pracy. Dzięki cyklicznej linearyzacji modelu Wienera w drugim przypadku otrzymano trajektorie bardzo podobne do pierwszej struktury.



Rys. 10. Wyniki symulacji: **klasyczna struktura warstwowa z nieliniową optymalizacją ekonomiczną powtarzaną w każdej iteracji algorytmu regulacji predykcyjnej**, efektywna numerycznie struktura warstwowa z linearyzacją modelu i pomocniczą liniową optymalizacją punktu pracy

## 7. PODSUMOWANIE

Praca dotyczy zastosowania modeli Wienera w alternatywnych do klasycznej strukturach sterowania. Dzięki zastosowaniu modelu Wienera procesu, użycie tych struktur ulega znacznemu uproszczeniu. Jest tak, ponieważ model ma prostą strukturę umożliwiającą łatwe otrzymanie liniowej aproksymacji charakterystyki statycznej. Jest to szczególnie istotne w przypadku, gdy zakłócenia działające na proces zmieniają się stosunkowo szybko w porównaniu do dynamiki obiektu. Wówczas częsta generacja wartości zadanych jest praktycznie warunkiem koniecznym utrzymania wysokiej wydajności ekonomicznej procesu.

## 8. LITERATURA

- [1] T. L. Blevins, G. K. McMillan, W. K. Wojsznis, M. W. Brown (2003). Advanced control unleashed, ISA.

- [2] M. Brdys, P. Tatjewski (2005). *Iterative algorithms for multilayer optimizing control*. Imperial College Press, London.
- [3] E.F. Camacho, C. Bordons: *Model Predictive Control in the process industry*; Springer, 1995.
- [4] A. Janczak: *Identification of nonlinear systems using neural networks and polynomial models: a block-oriented approach*; Springer, Heidelberg, 2005.
- [5] D. E. Kassmann, T. A. Badgwell, R. B. Hawkins (2000). Robust steady-state target calculation for model predictive control. *AIChE Journal*, 46, 1007-1024.
- [6] M. Ławryńczuk, P. Marusak, P. Tatjewski: *Integrating predictive control with steady-state optimisation*. 12<sup>th</sup> International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics MMAR 2006, Międzyzdroje, str. 445–452.
- [7] M. Ławryńczuk, P. Marusak, P. Tatjewski: *Struktury i algorytmy współdziałania regulacji predykcyjnej i bieżącej optymalizacji ekonomicznej*. Pomiary Automatyka Kontrola, nr 10/2007, str. 55–61
- [8] M. Ławryńczuk, P. Marusak, P. Tatjewski: *Multilayer and integrated structures for predictive control and economic optimisation*. 11<sup>th</sup> IFAC/IFORS/IMACS/IFIP Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications, Gdańsk, CD-ROM, artykuł nr 60.
- [9] M. Ławryńczuk, P. Marusak, P. Tatjewski: *Set-Point Optimisation and Predictive Constrained Control for Fast Feedback Controlled Processes*. 13<sup>th</sup> IEEE/IFAC International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics MMAR 2007, Szczecin, str. 357–362.
- [10] M. Ławryńczuk, P. Marusak, P. Tatjewski (2008). Cooperation of Model Predictive Control with steady-state economic optimisation. *Control and Cybernetics*, 37, pp. 133–158.
- [11] J.M. Maciejowski: *Predictive Control with constraints*; Prentice Hall 2002.
- [12] B. R. Maner, F. J. Doyle, B. A. Ogunnaike, R. K. Pearson: *Nonlinear model predictive control of a simulated multivariable polymerization reactor using second-order Volterra models*. *Automatica*, tom 32, nr 9, str. 1285-1301, 1996.
- [13] S.J. Qin, T. A. Badgwell: *A survey of industrial model predictive control technology*; Control Engineering Practice, tom 11, str. 733–764, 2003.
- [14] P. Tatjewski: *Advanced control of industrial processes: structures and algorithms*. Springer, Londyn, 2007.
- [15] M. Tvrzka de Gouvea, D. Odloak: *One-layer real time optimization of LPG production in the FCC unit: procedure, advantages and disadvantages*. *Computers & Chemical Engineering*, tom 22, str. S191–S198, 1998.
- [16] A. Zanin, M. Tvrzka de Gouvea, D. Odloak: *Industrial implementation of a real-time optimization strategy for maximizing production of LPG in a FCC unit*. *Computers & Chemical Engineering*, tom 24, str. 525–531, 2000.
- [17] A. Zanin, M. Tvrzka de Gouvea, D. Odloak: *Integrating real-time optimization into model predictive controller of the FCC system*. *Computers & Chemical Engineering*, tom 26, str. 819–831, 2002.