

ANALIZA DRGAŃ WŁASNYCH POWŁOKI MOSTU GRUNTOWO-STALOWEGO PRZED ZASYPANIEM JEJ GRUNTEM

NATURAL VIBRATIONS ANALYSIS OF SOIL-STEEL BRIDGE SHELL BEFORE ITS BACKFILLING

Zbigniew Mańko – Instytut Budownictwa, Uniwersytet Przyrodniczy, Wrocław
Damian Bęben – Wydział Budownictwa, Politechnika Opolska

W artykule przedstawiono analizę drgań własnych powłoki mostu gruntowo-stalowego wykonanej z blach falistych przed zasypaniem jej gruntem. Częstotliwości własne oraz odpowiadające im postacie drgań własnych są najistotniejszymi parametrami charakteryzującymi te konstrukcje podczas ich budowy, których istota polega na znacznym zróżnicowaniu właściwości wytrzymałościowych i sztywności poszczególnych elementów składowych, tj. stalowych blach falistych w stosunku do gruntu oraz w porównaniu do klasycznych mostów stalowych.

The paper is presented analysis of the natural vibration of soil-steel bridge shell made from corrugated plates before its backfilling. The natural frequencies and corresponding them the natural vibration forms are the most crucial factors characterizing these type of structures, which complication is depending on considerable differentiation of particular stiffnesses and properties of its elements, e.g. corrugation steel plates in relation to soil as well as in comparison to the classical steel bridges.

Wstęp

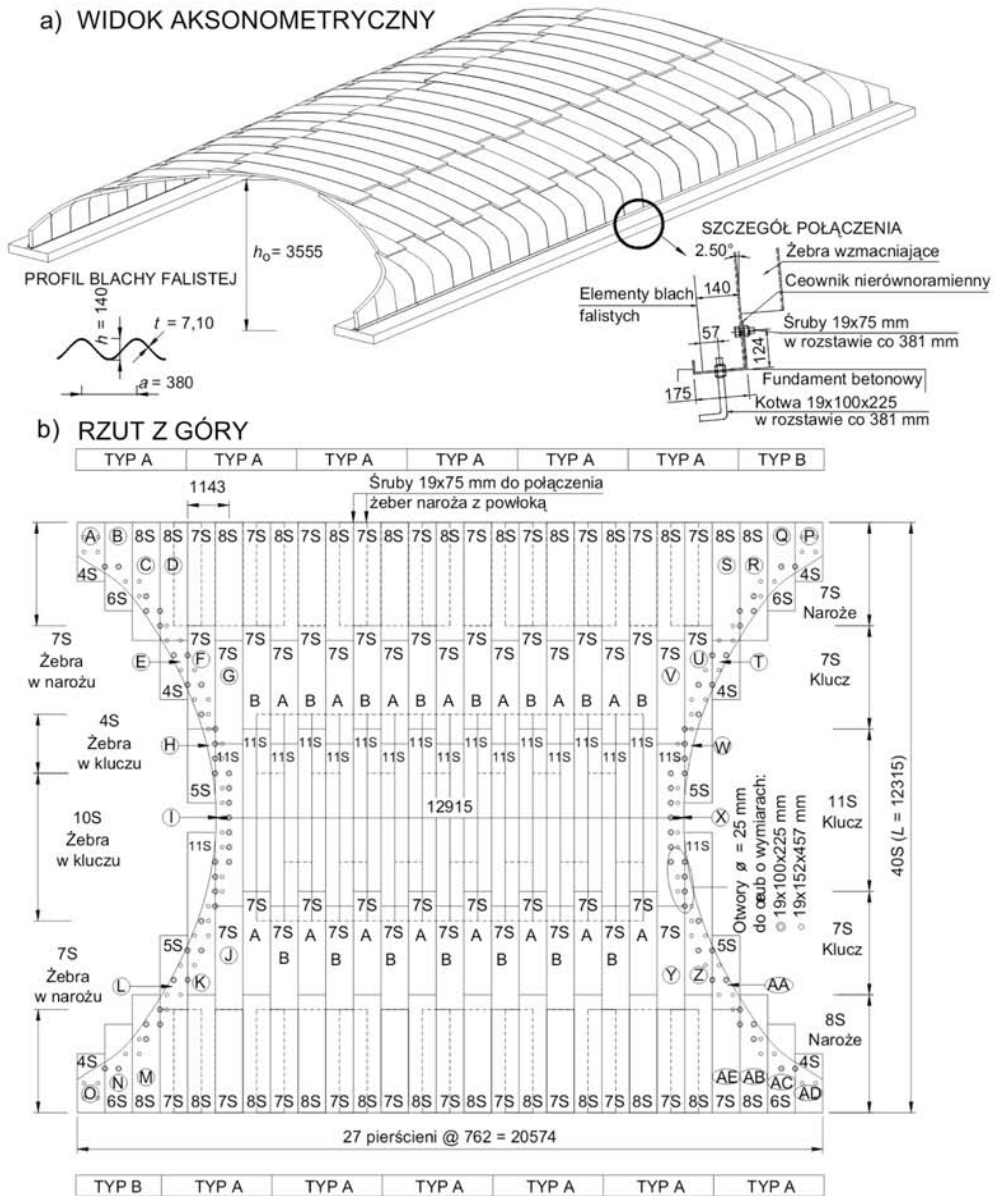
Duża popularność oraz gwałtowny wzrost liczby budowanych mostów gruntowo-stalowych w ostatniej dekadzie w całym świecie, przyczynia się do poszukiwań szczegółowych problemów i zakresów ich różnorodnych analiz [1]. Polegają one na uwzględnieniu niekorzystnych warunków obciążenia i wytrzymałości oraz na respektowaniu bezpieczeństwa tych obiektów w różnych fazach montażowych, jak i podczas normalnej eksploatacji, ale również na ekonomicznym projektowaniu tego typu mostów. Osiągane już dość znaczne rozpiętości teoretyczne pojedynczych przęseł (do około 30 m) oraz pewna specyfika mostów gruntowo-stalowych (np. z uwagi na dużą podatność elementów konstrukcyjnych, ustrój powłokowy, przekrój falisty elementów, połączenia arkuszy blach na śruby sprężające, itp.) klasyfikują je do kategorii konstrukcji charakterystycznych, m.in. ze względu na ich złożone formy drgań własnych.

Częstotliwości własne oraz odpowiadające im postacie drgań własnych są dość istotnymi parametrami charakteryzującymi te obiekty. Komplikacja obliczania tych parametrów polega na znacznym zróżnicowaniu sztywności poszczególnych elementów składowych, do których należą: arkusze stalowych blach falistych, rodzaje gruntu, itp. Z tego względu analizowana konstrukcja mostowa znacznie różni się od klasycznych konstrukcji mostów stalowych, w których występują, m.in. dźwigary główne, elementy pomostu, warstwy podbudowy drogi lub też układ torowisko – podsypka w mostach kolejowych lub tramwajowych. W mostach gruntowo-stalowych obserwuje się na ogół wysokie wartości drgań własnych i dlatego są one w większym stopniu narażone na uszkodzenia pochodzące od obciążeń dynamicznych wywołanych, np. uderzeniami bocznymi szyn od pojazdów trakcyjnych bądź zasypywaniem warstwami gruntu podczas ich budowy niż, np. typowe stalowe konstrukcje prętowe, belkowe lub nawet płytowe. Dlatego też, pojawia

się potrzeba wykonania obliczeń z wykorzystaniem analizy modalnej. Jak wiadomo, analiza ta stanowi istotne narzędzie poznawcze w rozważaniach teoretycznych, a także wyniki, jakie się dzięki niej uzyskuje, są istotne na etapie projektowania konstrukcji. Może być ona stosowana w dowolnej fazie budowy bądź eksploatacji tego typu obiektów mostowych, np. do określenia zależności wielkości i jakości drgań w zależności od etapu budowy badanej konstrukcji [5], [10].

Prezentowany w niniejszej pracy problem drgań własnych dotyczy mostu położonego w miejscowości Gimån (Szwecja), o średniej rozpiętości teoretycznej przęsła jak na tego typu mosty drogowe budowane w Polsce czy Skandynawii, dla którego przeprowadzono szczegółową analizę modalną konstrukcji powłoki w układzie przestrzennym. Wyznaczono przede wszystkim wartości częstotliwości drgań własnych przy wykorzystaniu modelu obliczeniowego 3D, w zależności od sposobu zamodelowania (dyskretyzacji) przęsła, tj. zakładając, że powłoka złożona jest z poszczególnych arkuszy blach (elementów) o połączeniach traktowanych jako przegubowe, a pomiędzy powłoką i wzmocnieniami oraz ławą fundamentową jako połączenia sztywne. Tak przyjęte założenia oparte na tym modelu obliczeniowym były podyktowane m.in. wnioskami uzyskanymi na podstawie rezultatów otrzymanych z analizy statycznej i dynamicznej konstrukcji tego mostu przeprowadzonej w zakresie nieliniowym [1] oraz z badań doświadczalnych [2], [3], [6], [7], [8].

Istotne jest zwrócenie uwagi także na drgania stalowej powłoki, związane z etapem jej montażu (bezpośrednio przed fazą zasypywania gruntem). Analiza modelu obliczeniowego drgań własnych powłoki mostu uwypukla warunki i przyczyny pojawienia się odpowiednich właściwości dynamicznych takich obiektów. Aby zbadać kompleksowo źródło energii kinetycznej należałoby zarejestrować, np. w drodze pomiarów, zmiany prędkości drgań i amplitudy przyspieszeń poszczególnych elementów składowych konstrukcji takiego mostu. Ciekawa byłaby również analiza drgań układu powłoka – wymuszenie



Rys. 1. Schemat stalowej konstrukcji powłoki mostu gruntowo-stalowego położonego w Gimån (Szwecja):

a) widok aksonometryczny oraz b) rzut z góry

Fig. 1. Scheme of steel shell structure of soil-steel bridge located in Gimån (Sweden):

a) axonometric view, and b) top view

warstwami gruntu (np. w czasie realizacji budowy mostu) prowadzona metodą funkcji koherencji pozwalającą określić wpływ grubości (wysokości) wykonywanej zasyпки wokół powłoki na drgania całej jej konstrukcji, i tym samym na jej stateczność ogólną. W tym przypadku należałoby uwzględnić w modelu obliczeniowym specyfikę tego typu obiektów, tj. wzajemną współpracę pomiędzy cienkościenną powłoką a warstwami gruntu.

Most w Gimån, którego ustrój nośny opisano szczegółowo m.in. w pracach [1], [7], poddano analizie modalnej za pomocą metody elementów skończonych (MES), uzyskując częstotliwości oraz postacie drgań własnych konstrukcji powłoki bezpośrednio przed jej zasypaniem gruntem. W niniejszej pracy dokonano porównania kolejnych wybranych wartości częstotliwości i form własnych powłoki mostu gruntowo-stalowego dla przyjętego typu modelu obliczeniowego 3D wraz z podaniem analizy zbieżności otrzymanych rozwiązań. Uzyskane wyniki z przeprowadzonej analizy modalnej stanowią interesujący



Rys. 2. Widok z góry na zmontowaną powłokę mostu wykonaną ze stalowych blach falistych przed zasypaniem jej gruntem

Fig. 2. Top view on completed shell bridge made from corrugated steel plates before its backfilling

materiał odnośnie zachowania się tego typu konstrukcji powłok zwłaszcza pod obciążeniem dynamicznym [3], [8].

Opis stalowej konstrukcji powłoki mostu

Analizowana stalowa powłoka mostu drogowego w przekroju podłużnym stanowi ustrój statyczny o rozpiętości teoretycznej $L = 12,315$ m złożony z wyprofilowanych elementów blach falistych. Konstrukcja powłoki została sztywno utwierdzona w dwóch ciągłych żelbetowych ławach fundamentowych za pomocą stalowych nierównoramiennych ceowników (rys. 1).

Zasadnicza konstrukcja powłoki mostu została wzmocniona w trzech miejscach, tj. w kluczu oraz w dwóch jej narożach przy ławach fundamentowych od strony gruntu zasypowego z obu jej stron, za pomocą dodatkowych arkuszy blachy falistej, tzw. żeber (rys. 2). W kluczu powłoki wzmocnienie jest ciągle na całej jej szerokości, a w narożach w rozstawie co 380 mm. Dodatkowe żebra miały na celu zapewnienie większej sztywności poprzecznej przeszła w przewidywanych niekorzystnych przekrojach powłoki (maksymalne momenty zginające). Ustrój nośny mostu wykonowano jako powłokę złożoną z arkuszy stalowych blach falistych o grubości $t = 7,10$ mm i wymiarach fal $a \times h = 380 \times 140$ mm (rys. 1a), połączonych między sobą na szerokości powłoki przeszła za pomocą śrub sprężających, obsypaną warstwami gruntu (o grubościach po około 0,20–0,30 m) odpowiednio zagęszczonymi (według skali Proctora Normalnego) o $I_D = 0,95$ dla gruntu bezpośrednio stykającego się z konstrukcją stalową oraz o $I_D = 0,98$ dla pozostałej części zasypki gruntowej, stwarzającymi dobre warunki dla ułożenia nawierzchni drogowej na podłożu z tłuczni. Szerokość powłoki mostu wynosi górą $b_g = 12,915$ m, natomiast dołem $b_d = 20,574$ m. W planie obiekt usytuowany jest prostopadle w stosunku do nurtu rzeki, a jego światło pionowe wynosi $h_o = 3,555$ m (rys. 1).

Analiza drgań własnych

Podstawowym praktycznym zadaniem, które w pierwszej kolejności powinno być wykonane w tego typu konstrukcjach podczas ich montażu jest ustalenie rodzaju i kolejności następujących po sobie form drgań własnych, m.in. po to, aby wyeliminować lub ograniczyć niepożądane i nieprzewidziane częstotliwości drgań w ostatecznie przyjętym kształcie konstrukcji powłoki [12].

Metoda obliczeń drgań własnych oraz ich postaci dla modelu konstrukcji powłoki zwana jest analizą modalną lub analizą form własnych. Równania różniczkowe w metodzie elementów skończonych dla danej konstrukcji powłoki można zapisać w postaci macierzowej następująco (1):

$$[K]\{U\} + [C]\{\dot{U}\} + [M]\{\ddot{U}\} = \{F(t)\}, \quad (1)$$

gdzie $[K]$ i $\{F\}$ są odpowiednio globalnymi macierzami sztywności i sił, otrzymanymi przez odpowiednie dodawanie współczynników sztywności poszczególnych elementów i sił występujących w tych elementach od znanych obciążeń zewnętrznych, naprężeń początkowych itp., zaś $[M]$ jest macierzą masy układu, $[C]$ jest macierzą tłumienia konstrukcji, a $\{U\}$ – wektorem przemieszczeń węzłów poszczególnych elementów powłoki. W przypadku drgań własnych układu, równanie (1)

przybiera formę (2):

$$[K]\{U\} + [C]\{\dot{U}\} + [M]\{\ddot{U}\} = \{0\}. \quad (2)$$

W przypadku, gdy nie uwzględnia się tłumienia w konstrukcji sprężystej powłoki, i nie poddaje się jej obciążeniu zewnętrznemu, będzie ona drgała swobodnie w postaci harmonicznej zdefiniowanej przez równanie w postaci (3):

$$U(t) = \sum_{i=1}^n \phi_i \sin(\omega_i t + \Theta_i), \quad (3)$$

w którym n jest liczbą stopni swobody układu, ω jest częstością kątową, zaś Θ – kątem fazowym, a ϕ – amplitudą zależną od warunków początkowych i wartości stałych występujących w tzw. macierzy modalnej [4].

Po podstawieniu równania (3) do zredukowanego wyrażenia (2) otrzymuje się równanie na standardowe wartości własne (lub charakterystyczne), które w ujęciu MES przyjmuje postać (4):

$$|[K] - \omega^2 [M]| \{\phi\} = \{0\}. \quad (4)$$

Rozwiązanie powyższego równania jest możliwe tylko dla pewnych określonych wartości ω , dla których wyznacznik macierzy jest równy zero. Ponieważ wyznacznik ten jest rzędu n (przy wymiarze macierzy $n \times n$), stąd istnieje na ogół n pierwiastków będących rzeczywistymi wartościami ω^2 . Pierwiastki te określają częstotliwości drgań własnych układu, zaś samo zagadnienie określania ω nazywa się wyznaczaniem wartości własnych i polega na rozwiązaniu równania (5):

$$\det |[K] - \omega^2 [M]| = 0. \quad (5)$$

W dziedzinie drgań mechanicznych pierwiastki rozwiązania powyższego równania są rzeczywiste. Każda wartość własna (częstotliwość) spełniająca równanie (5) określa wektor $\{\phi\}_n$, którego składowe zachowują stały wzajemny stosunek, lecz ich wartości mogą być różne. Wektory te określają tzw. postacie drgań układu [11].

Jak wiadomo, drgania ciała sprężystego są funkcją sztywności na zginanie EJ , jak również jego masy M . Gdy wzrasta sztywność elementu, można ogólnie założyć, że wzrasta jego częstotliwość. W przypadku drgań własnych, jedyne siły działające na ciało pochodzą od rozkładu jego masy. Swobodnie drgający ustrój powłoki zachowuje się w taki właśnie sposób dla jednej lub większej liczby jego drgań własnych [5].

Jeśli układ zmiennych sił zewnętrznych (np. pochodzący od pojazdów i warstw gruntowych) przyłożony jest do konstrukcji powłoki, wówczas drga ona z częstotliwością odpowiadającą przyłożonej sile (dla drgań tłumionych po wygaśnięciu drgań własnych). Kiedy drgania układu przyłożonych sił zbiegną się z jedną z częstotliwości własnych konstrukcji powłoki, wówczas zachodzi zjawisko rezonansu. W przypadku jego wystąpienia, drgania z określoną amplitudą osiągają nieskończoną wartość w czasie, co może przyczynić się do zniszczenia konstrukcji powłoki rozważanego mostu. Jednakże ten problem będzie przeanalizowany szerzej w innej pracy.

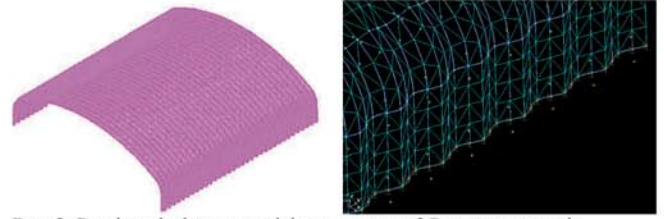
W niniejszej pracy w celu przeprowadzenia analizy modalnej podanej konstrukcji powłoki mostu, wykorzystano metodę

obliczeniową opartą na iteracji podprzestrzennej, przy przyjęciu założonej (optymalnej) wartości tolerancji zbieżności rozwiązania dla rozpatrywanego modelu obliczeniowego [9].

Model obliczeniowy powłoki oraz procedura rozwiązania

W celu przeprowadzenia analizy modalnej w zakresie ustalenia wielkości częstotliwości oraz form modalnych (drgań własnych) dla badanej stalowej powłoki mostu posłużono się pakietem opartym na MES o nazwie *COSMOS*, umożliwiającym rozwiązywanie wybranych zagadnień ze statyki i dynamiki konstrukcji w zakresie liniowym lub nieliniowym. Dzięki jego zastosowaniu można było uzyskać wielkości przemieszczeń dla każdego węzła modelu oraz wartości częstotliwości f i częstości kątowych ω .

W celu przeprowadzenia parametrycznej analizy modalnej tego gruntowo-stalowego mostu opracowano model obliczeniowy konstrukcji powłoki w układzie przestrzennym 3D zachowując oraz dyskretyzując przy tym jego oryginalną geometrię. Przeszło dyskretyzowano elementami powłokowymi głównie czterokątnymi (i lokalnie trójkątnymi) typu SHELL4 o 6 stopniach swobody w każdym węźle, tj. o trzech niezależnych przesunięciach w kierunku osi x, y, z oraz trzech obrotach wokół tych osi. Każdy element powłokowy czterokątny ma 4 węzły, element trójkątny ma 3 węzły. Modelując powłokę mostu ele-



Rys. 3. Przyjęty dyskretny model przestrzenny 3D zastosowany do numerycznej analizy powłoki mostu: a) widok ogólny, b) widok na siatkę dyskretyzacyjną i szczegół zamodelowania podparcia powłoki w fundamencie

Fig. 3. Assumed discrete 3D spatial model which was applied in numerical analysis of bridge shell: a) global view, b) view of discretization mesh and modelling detail of shell supported on the foundation

mentami powłokowymi przypisano im własności izotropowe oraz przyjęto ich przekroje poprzeczne jako pryzmatyczne oraz symetryczne (rys. 3a). Założono przy tym, że wszystkie połączenia pomiędzy poszczególnymi zasadniczymi elementami są przegubowe, natomiast połączenia powłoki ze wzmocnieniami (żebami) i z fundamentem są sztywne (rys. 3b).

W rozpatrywanych modelach obliczeniowych powłoki wprowadzono także mimośrodowe połączenia między elementami blach na stykach (uwzględniając występujące zakładki). W obliczeniach przyjęto dla stalowych blach falistych: moduł Younga $E = 205,05$ GPa, współczynnik Poissona $\nu = 0,30$, gęstość materiału $7,85$ Mg/m³, natomiast dla gruntu: $E = 28,5$ GPa

Tab. 1. Zestawienie wielkości obliczeniowych dla wybranych form drgań własnych od 1 do 50 w modelu powłoki stalowej

Tab. 1. Composition of calculation values for selected natural vibration forms from 1 to 50 in steel shell model

Numer postaci drgań	Częstotliwość f [Hz]	Okres drgań T [10^{-1} s]	Częstość kątowna ω [rad/s]	Numer postaci drgań	Częstotliwość f [Hz]	Okres drgań T [10^{-1} s]	Częstość kątowna ω [rad/s]
1	8,52	1,1700	53,6	26	31,91	0,0313	201,0
2	9,16	1,0900	57,5	27	32,34	0,0309	203,0
3	9,69	1,0300	60,9	28	32,71	0,0306	206,0
4	10,76	0,0929	67,6	29	32,73	0,0305	206,0
5	11,25	0,0888	70,7	30	34,32	0,0291	216,0
6	14,81	0,0675	93,1	31	34,77	0,0288	218,0
7	15,17	0,0659	95,3	32	36,09	0,0277	227,0
8	15,72	0,0636	98,8	33	36,16	0,0277	227,0
9	16,92	0,0591	106,0	34	37,67	0,0265	237,0
10	17,24	0,0580	108,0	35	38,00	0,0263	239,0
11	18,14	0,0551	114,0	36	39,20	0,0255	246,0
12	19,98	0,0500	126,0	37	39,55	0,0253	249,0
13	20,18	0,0495	127,0	38	40,02	0,0250	251,0
14	22,62	0,0442	142,0	39	40,45	0,0247	254,0
15	22,83	0,0438	143,0	40	42,12	0,0237	265,0
16	24,50	0,0408	154,0	41	42,80	0,0234	269,0
17	25,30	0,0395	159,0	42	44,21	0,0226	278,0
18	25,79	0,0388	162,0	43	44,27	0,0226	278,0
19	27,50	0,0364	173,0	44	45,78	0,0218	288,0
20	29,08	0,0344	183,0	45	46,44	0,0215	292,0
21	29,22	0,0342	184,0	46	47,86	0,0208	301,0
22	31,09	0,0322	195,0	47	48,60	0,0206	305,0
23	31,46	0,0318	198,0	48	48,63	0,0206	306,0
24	31,52	0,0317	198,0	49	49,10	0,0204	309,0
25	31,67	0,0316	199,0	50	49,20	0,0203	309,0

oraz $\nu = 0,20$, a dla betonu: $E = 30$ GPa oraz $\nu = 0,17$ Analizę drgań własnych konstrukcji powłoki mostu przeprowadzono w zakresie liniowym.

Model obliczeniowy składał się z następujących parametrów sterujących:

- 48960 elementów powłokowych,
- 49489 węzłów,
- 292026 stopni swobody.

Zastosowane parametry obliczeniowe to:

- liczba obliczonych częstotliwości drgań własnych modeli – 50,
- maksymalna założona liczba iteracji – 100,
- narzucona tolerancja obliczeń – $1,0 \times 10^{-5}$,
- założona zbieżność rozwiązania – $0,1 \times 10^{-04}$,
- częściowe usztywnienie połączeń konstrukcji powłoki (założono dodatkowe usztywnienie układu typu *soft spring* – 1×10^{-6}),
- maksymalna liczba iteracji przy założonej tolerancji zbieżności rozwiązania – 51,
- przyjęcie założenia, że masy skupione pochodzące od obciążenia własnego powłoki rozłożono równomiernie w postaci sił skupionych w węzłach elementów skończonych.

Przyjęto, że model obliczeniowy powłoki mostu gruntowo-stalowego został obciążony ciężarem własnym z zastosowaniem średniej wielkości przyspieszenia ziemskiego ($g = 9,81$ m/s²). W celu rozwiązania problemu wartości własnych konstrukcji powłoki oraz aby umożliwić analizę obszernych zadań numerycznych (jak w przypadku tego mostu) wykorzystano metodę iteracji podprzestrzennych [11], [12]. W przypadku modeli przestrzennych zastosowano 51 iteracji, chociaż, jak wynika z przeprowadzonych analiz innych podobnych konstrukcji, już po 4 iteracjach otrzymane wyniki wartości własnych były wystarczająco zbieżne z przyjętą tolerancją rozwiązania, ustaloną na poziomie $1,0 \times 10^{-5}$.

Wyniki obliczeń drgań własnych oraz ich analiza

W wyniku przeprowadzonej analizy modalnej powłoki dla modelu dyskretnego typu 3D uzyskano charakterystyki dla wybranych 50 pierwszych postaci modalnych. Zestawienie wartości częstotliwości drgań własnych, częstości kątowych i okresu drgań dla poszczególnych postaci (form) drgań (od 1 do 50) dla przyjętego modelu obliczeniowego powłoki stalowej podano w tabeli 1.

Aby jednak zapewnić przejrzystość oraz skondensowaną formę prezentowanych wyników, zdecydowano się na analizę porównawczą kolejno następujących po sobie (tzn. sąsiadujących ze sobą) częstotliwości drgań (tab. 1) oraz kilkunastu wybranych postaci własnych i odpowiadających im charakterystyk modelu obliczeniowego powłoki mostu (rys. 4), natomiast pozostałe postaci przedstawiono w pracy [1].

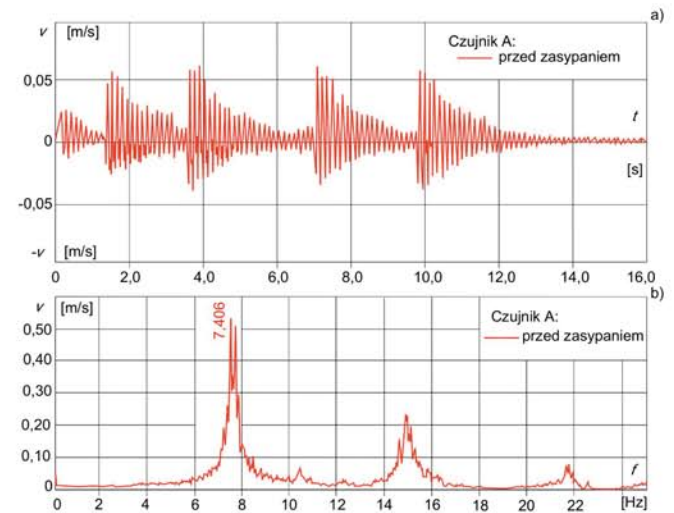
Analiza otrzymanych wyników pozwoliła na wyprowadzenie zasadniczego wniosku, że pierwsze częstotliwości drgań własnych mają charakter giętny oraz giętno-skrętny w całej konstrukcji powłoki.

Na ogół, w praktyce inżynierskiej w mostach, klasycznie przyjętym postępowaniem w analizie dynamicznej jest rozważanie tylko kilku pierwszych postaci własnych, głównie po to, aby zredukować czas obliczeń. W mostach gruntowo-stalowych jednak, wysokie stosunkowo wartości drgań własnych mogą



Rys. 4. Pierwsze osiem postaci drgań własnych stalowej powłoki uzyskane przy zastosowaniu modelu 3D

Fig. 4. The first eight free vibration modes of steel shell obtained for 3D model: a) – h) $f_1 - f_8$



Rys. 5. Wykresy: a) przebiegów czasowych prędkości drgań oraz b) odpowiadające im częstotliwości drgań, konstrukcji powłoki przed jej zasypaniem warstwami gruntu, wywołane podskokami człowieka o wadze około 1 kN w kluczu powłoki, w którym umieszczony został czujnik bezwładnościowy A

Fig. 5. Graphs: a) time courses vibration velocities and b) corresponding to them the vibration frequencies of shell structure before backfilling caused by man jumps (1 kN) in crown, where the inertial gauge A were placed

występować bezpośrednio obok siebie, a tzw. współczynnik udziału, czyli odpowiedź powłoki mostu na określony kierunek wzbudzenia, może być znaczący dla wyższych form własnych badanego ustroju [3]. Dlatego zdecydowano się poddać analizie 50 drgań własnych. Jednak największą uwagę poświęcono tylko 16 pierwszym postaciom modalnym, z których pierwszych 8 postaci przedstawiono na rysunku 4.

W uzyskanych postaciach drgań własnych powłoki zastosowanego modelu stwierdzono większy udział wzbudzeń pionowych od podłużnych czy poprzecznych, chociaż dla postaci wyższego rzędu uzyskano drgania skrętne powłoki,

które przybierają w tym przypadku dominujące znaczenie nad innymi formami. Wartości częstości kątowych ω kształtują się w zakresie od 53,60 do 108,00 rad/s natomiast częstotliwości f od 8,52 do 17,24 Hz dla numerów postaci własnych od $n = 1$ do $n = 10$ (tab. 1).

Z kolei, analizując wartości okresu drgań własnych T dla rozpatrywanego modelu powłoki mostu dostrzeżono pewną prawidłowość w przedziale rozpatrywanych form dla $n = 1-50$, tzn. asymptotycznie dążył on do wartości bliskiej $T = 0$, przy czym dla formy 1 wynosił on 0,117 s (tab. 1).

Analiza charakterystyk drgań własnych w modelu w przedziale od $n = 10$ do $n = 50$ wskazuje na nieco większe rozbieżności wyników w stosunku do pierwszych dziesięciu postaci drgań. Na uwagę zasługuje otrzymana duża zbieżność wielkości częstotliwości drgań własnych poczynając już od postaci $n=20$. Wynika to ze sposobu zamodelowania problemowego zadania. W zakresie form własnych dla $n = 20-50$ dominującą rolę odgrywają drgania pionowe i poprzeczne wzmocnień powłoki, tj. żeber, które nie wpływają jednak w zasadniczy sposób na zmianę częstotliwości drgań własnych całego modelu analizowanego układu. Główną przyczyną takiego stanu jest stosunkowo mała sztywność tych elementów.

Ponadto, wraz ze wzrostem liczby postaci drgań własnych n stwierdzono coraz większą złożoność form drgań własnych, co szczegółowo przedstawiono w tabeli 1 oraz na wybranych wykresach wraz z odpowiednim ich opisem (rys. 4).

Należy dodać, że w przypadku mostów gruntowo-stalowych wybór odpowiedniego rozwiązania konstrukcyjnego powinien zmierzać w kierunku zastąpienia dotychczas stosowanych wymiarów konstrukcji powłok (katalogowych) innymi, niestandardowymi rozwiązaniami konstrukcyjnymi o niższej wrażliwości dynamicznej, bądź na zastosowaniu w konstrukcjach typowych, m.in. dodatkowych wzmocnień (żeber), innych typów połączeń pomiędzy elementami blach falistych, po to, aby zadbać także o zmniejszenie wrażliwości dynamicznej powłoki, zwłaszcza na etapie budowy tego typu obiektów mostowych.

Przed przystąpieniem do zasypywania gruntem stalowej powłoki mostu dokonano także pomiarów prędkości i częstości drgań konstrukcji wywołanych podskokami człowieka o wadze około 1 kN. Podczas tych badań wykorzystano indukcyjne czujniki bezwładnościowe typu PEVA 7225, specjalnie przeznaczone do tego typu pomiarów, rejestrując przebiegi czasowe odkształceń i przemieszczeń na taśmach komputerowych (papierowych) oraz na nośniku magnetycznym (dysk twardy komputera). Wyniki oraz szczegółowy opis zastosowanego sprzętu przeznaczonego do badań dynamicznych tego mostu przedstawiono w pracach [1], [3], [8]. W rozpatrywanym przypadku, największa amplituda prędkości drgań w punkcie pomiarowym A umieszczonym w kluczu powłoki wynosiła $v_A = 0,055$ m/s przy częstości drgań równej $f_A = 7,406$ Hz, i ugięciu dynamicznym równym $u_A = 1,18 \times 10^{-3}$ m (rys. 5).

Podsumowanie oraz wnioski końcowe

W artykule przedstawiono analizę modalną w zakresie drgań własnych stalowej powłoki mostu drogowego położonego w Gimån (Szwecja), która dała podstawę do przeprowadzenia ogólnej analizy form i częstości drgań w tego typu nowoczesnych konstrukcjach gruntowo-stalowych. W wyniku wyboru do rozwiązania analizowanego problemu modelu przestrzennego typu 3D możliwe stało się ustalenie niektórych

charakterystyk dynamicznych takiej konstrukcji. Przyjęcie modelu przestrzennego pozwoliło także na bardziej wnikliwą weryfikację dynamicznej odpowiedzi konstrukcji powłoki w tym moście, w porównaniu z modelem 2D [1]. Na podstawie uzyskanych wyników prezentowanych w postaci graficznej i tabelarycznej oraz przeprowadzonej analizy drgań własnych rozważanej konstrukcji powłoki mostu sprecyzowano następujące uwagi i wnioski końcowe:

1. Przyjęcie połączeń poszczególnych elementów składowych powłoki jako przegubowych, a pomiędzy jej wzmocnieniami i zasadniczą powłoką jako sztywnych nie wpływa znacząco na kolejność następujących po sobie form drgań własnych całego układu konstrukcyjnego w porównaniu do przyjęcia wszystkich połączeń jako przegubowych. Dotyczy to pierwszych form w obrębie każdego typu drgań, tj. giętnych, giętno-skrętnych, pionowych, poprzecznych i podłużnych. Różnice w formach drgań ujawniają się przede wszystkim dla elementów o mniejszych sztywnościach giętnych, a więc dodatkowych elementów konstrukcyjnych powłoki, tj. żeber podłużnych dla częstości drgań w przedziale $f_{20} - > f_{50}$. Dominującą formą była pionowa postać drgań, chociaż dla wyższych numerów postaci własnych n , zwiększał się wyraźnie udział drgań podłużnych.
2. W modelu obliczeniowym powłoki uzyskano wartości częstości drgań własnych w przedziale średnio od 8,52 do 49,20 Hz w zależności od uzyskanej postaci drgań, a także od przyjętej macierzy sztywności i macierzy mas uogólnionych. Wartości częstości drgań zwiększały się wraz ze wzrostem numeracji kolejnych form. W modelu tym stwierdzono pewną właściwość polegającą na braku uporządkowania (czy też regularności) w następujących po sobie formach własnych, ale także większym stopniem komplikacji otrzymanych form własnych, co mogło być wynikiem nakładania się na siebie poszczególnych wyższych postaci drgań własnych konstrukcji analizowanej powłoki.
3. Najistotniejsze z punktu widzenia bezpieczeństwa powłoki były dwie pierwsze częstości giętne drgań własnych, które wynosiły odpowiednio $f_{12} = 19,98$ Hz i $f_{14} = 22,62$ Hz, z powodu znacznych deformacji podłużnych powłoki.
4. Rezultaty uzyskane za pomocą analizy modelu przestrzennego 3D uwiadcniają licznie największy udział form własnych elementów powłoki (drgania poprzeczne i podłużne), w tym również we współpracy z elementami wzmocnienia (dodatkowymi żebrami). Wśród pierwszych 10 postaci drgań własnych konstrukcji powłoki, przynajmniej dwie lub trzy z nich były dominujące.
5. Uzyskane wartości pierwszych częstości drgań własnych w modelach obliczeniowych konstrukcji powłoki świadczą o tym, że nie będą one odczuwalne z uwagi na jej własności dynamiczne. Szczególnie negatywne pod tym względem mogą być wyższe częstości drgań własnych, począwszy od wielkości $f \geq 100$ Hz, jednakże, aby móc sformułować bardziej szczegółowe wnioski o charakterze ilościowym należy również przeprowadzić kolejne badania i obliczenia kompleksowe pełnego układu gruntowo-stalowego takich mostów.
6. Stwierdzono ponadto, że wartości częstości drgań konstrukcji powłoki wywołane podskokami człowieka w jej kluczu (o wadze około 1 kN) były zbliżone do dwóch pierwszych częstości drgań własnych powłoki uzyskanych z obliczeń MES ($f_1 = 8,52$ Hz, $f_2 = 9,16$ Hz).

7. W przyszłości należy uwzględnić w podobnych analizach teoretycznych efekty wymuszenia i tłumienia wywołane kolejno układanymi warstwami gruntu zasypowego oraz z ułożoną na nich nawierzchnią drogową. Powinno to zostać dodatkowo zweryfikowane przeprowadzeniem badań na obiekcie rzeczywistym z jednoczesnym pomiarem częstotliwości drgań, a także z oceną podstawowych charakterystyk dynamicznych mostu wywołanych typowymi obciążeniami ruchomymi pochodzącymi od przejeżdżających pojazdów samochodowych występujących na tych obiektach [1], [3], [8].

Przeprowadzona analiza form i częstotliwości drgań własnych w takich układach konstrukcyjnych może być przydatna i wykorzystana w praktyce inżynierskiej. Należy jednak mieć na uwadze, że wykonane obliczenia muszą zostać w przyszłości

wzbogacone poprzez zastosowanie obciążeń zewnętrznych (np. odpowiadającym fazom budowy, jak i podczas normalnej eksploatacji) i zweryfikowane analizami dotyczącymi uwzględnienia wpływu drgań pochodzących od dodatkowych elementów wyposażenia obiektu na charakterystyki dynamiczne takich konstrukcji oraz badaniami doświadczalnymi związanymi z oddaniem takich obiektów do użytkowania oraz w czasie ich normalnej eksploatacji. Mogą one także stanowić użyteczną pomoc dla projektantów tego typu ustrojów nośnych w racjonalnym kształtowaniu gruntowo-stalowych mostów drogowych (lub kolejowych), jak również dla producentów tych konstrukcji w celu ustalenia w nich newralgicznych (krytycznych) punktów i przekrojów w sensie ich maksymalnego wyłączenia.

Literatura

- [1] Bęben D., *Współpraca gruntu i konstrukcji mostowych wykonywanych ze stalowych blach falistych*. Wydział Budownictwa Politechniki Opolskiej (praca doktorska wykonana pod kierunkiem Zbigniewa Mańko), Opole, 7 wrzesień 2005
- [2] Bęben D., Mańko Z., *Badania doświadczalne stalowej powłoki mostu drogowego podczas zasypywania gruntem*. Kwartalnik IBDiM „Drogi i Mosty”, Warszawa 2004, nr 2, s. 15–39
- [3] Beben D., Manko Z., *Behaviour of Steel-Soil Bridge Made of Corrugated Plates under Dynamic Tests*. International Symposium on Innovation & Sustainability of Structures in Civil Engineering – Including Seismic Engineering, Nov. 20–22, 2005, Nanjing, China, Vol. 3, pp. 2494–2502
- [4] Clough R. W., Penzien J., *Dynamics of Structures*. McGraw-Hill, New York 1975
- [5] Kumarasena T., Scanlan R. H., Morris R., *Deer Isle Bridge: Field and Computed Vibrations*. Journal of Structural Engineering, Vol. 115, 1989, No. 9, pp. 2313–2328
- [6] Manko Z., Beben D., *Research on Steel Shell of a Road Bridge Made of Corrugated Plates during Backfilling*. Journal of Bridge Engineering, ASCE, Vol. 10, 2005, No. 5, pp. 592–603
- [7] Manko Z., Beben D., *Static Load Tests of a Road Bridge with a Flexible Structure Made from Super Cor Type Steel Corrugated Plates*. Journal of Bridge Engineering, ASCE, Vol. 10, 2005, No. 5, pp. 604–621
- [8] Manko Z., Beben D., *Dynamic Testing of a Corrugated Steel Arch Bridge*. Canadian Journal of Civil Engineering, National Research Council, Canada, Vol. 35, 2008, No. 3, pp. 246–257
- [9] Newmark N. M., *A Method of Computation for Structural Dynamics*. Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 85, 1959, No. 3, pp. 67–94
- [10] Petersen C., *Statik und Stabilität der Baukonstruktionen*. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden 1980
- [11] Waszczyszyn Z., Cichoń C., Radwańska M., *Metoda elementów skończonych w stateczności konstrukcji*. Arkady, Warszawa 1990
- [12] Zienkiewicz O. C., *Metoda elementów skończonych*. Arkady, Warszawa 1986

Artykuł recenzował prof. dr hab. inż. Maciej Kulisiewicz
Rękopis otrzymano 27.10.2010 r. *2299

