Szereg czasowy zbiorów rozmytych w opisie i analizie sygnałów elektrokardiograficznych

Time series of fuzzy sets in the description and analysis of electrocardiographic signals

Norbert Henzel[1], Adam Gacek[2], Jacek Łęski[1]

[1] Instytut Elektroniki, Wydział Automatyki, Elektroniki i Informatyki, Politechnika Śląska, ul. Akademicka 16, 44-100 Gliwice, tel. +48 32 237 15 63, e-mail: norbert.henzel@polsl.pl
[2] Instytut Techniki i Aparatury Medycznej, ul. F. D. Roosevelta 118, 44-100 Zabrze

Streszczenie

W pracy przedstawiono ujednolicenie metod opisu sygnałów elektrokardiograficznych za pomocą koncepcji szeregu czasowego zbiorów rozmytych. Sygnał elektrokardiograficzny jest przetwarzany w „ruchomym oknie" czasowym i przekształcany na szereg czasowy funkcji przynależności zbiorów rozmytych. Jako szczególne przypadki wprowadzonej metody można rozważać koncepcję sygnału rozmytego oraz ciąg ziaren informacyjnych.

Słowa kluczowe: zbiory rozmyte, ziarna informacji, analiza sygnałów biomedycznych, elektrokardiografia

Abstract

The unification of the electrocardiography signals description methods by means of time series of fuzzy sets, is presented. The electrocardiographic signal is processed in a "moving window" and transformed into a time series of fuzzy sets membership functions. The idea of fuzzy signal and the sequence of information granules can be considered as special case of the presented method.

Keywords: fuzzy sets, information granules, analysis of biomedical signals, electrocardiography

Wprowadzenie

Sygnały biomedyczne są trudne do opisu za pomocą tradycyjnych metod modelowania matematycznego. Od 1996 r. podejmowano próby zastosowania pojęć teorii zbiorów rozmytych w opisie i analizie sygnałów biomedycznych [1]. W pracy zaprezentowano koncepcję tzw. sygnału rozmytego oraz zastosowanie energetycznych i entropowych miar rozmytości w przetwarzaniu sygnałów biomedycznych [1]. Stworzono zbiory rozmyte w celu opisu i przetwarzania nieprecyzyjnej informacji, którą można przełożyć na naturalne pojęcia lingwistyczne przyjazne ekspertowi. Wprowadzono nowe metody detekcji, lokalizacji, klasyfikacji oraz badania zmienności sygnałów biomedycznych, bazując na idei sygnału rozmytego [2–4].

Opracowano ideę reprezentacji sygnału elektrokardiograficznego za pomocą sekwencji ziaren (granul) informacji uzyskanych w ruchomym oknie czasowym [5, 6]. Ziarna informacji reprezentowane przez funkcje przynależności (zazwyczaj trójkątne lub trapezowe) zbiorów rozmytych wyznaczono jako rozwiązania pewnego zadania optymalizacji. W kolejnym etapie ziarna grupowano, tworząc znane lekarzowi pojęcia lingwistyczne, np. „średnia amplituda sygnału o dużym dodatnim nachyleniu". Analizując sekwencję powstałych ziaren, można prowadzić detekcję charakterystycznych fragmentów oraz klasyfikację sygnałów elektrokardiograficznych.

Głównym celem pracy jest ujednolicenie przedstawionych metod opisu sygnałów elektrokardiograficznych za pomocą koncepcji szeregu czasowego zbiorów rozmytych. W zaproponowanej metodzie sygnał elektrokardiograficzny jest przetwarzany w „ruchomym oknie" czasowym o stałym czasie trwania i transformowany na sekwencję funkcji przynależności zbiorów rozmytych. Jako szczególne przypadki wprowadzonej metody można rozważać koncepcję sygnału rozmytego oraz ciąg ziaren informacyjnych.

W pracy zdefiniowano także ideę sygnału rozmytego oraz jego energetycznych i entropowych miar rozmytości. Opisano metodę przetwarzania sygnału EKG za pomocą ciągu granul informacyjnych. Wprowadzono nową ideę szeregu czasowego zbiorów rozmytych o gaussowskiej lub trójkątnej funkcji przynależności. Przedstawiono przykład zastosowania metody do opisu sygnału EKG i zaproponowano kierunek rozwoju dalszych badań.

Sygnał rozmyty i jego miary rozmytości

Analizie poddano dyskretny sygnał $\{x(n)\}$; $n = 1, 2, 3,...$ równomiernie próbkowany z okresem T. Dla chwili czasowej n uwagę skupiono na podzbiorze sygnału o liczebności $2k + 1$, złożonego z próbek: $x(n - k), ..., x(n), ..., x(n + k)$. Idea konstrukcji sygnału rozmytego, oznaczonego jako $A(x, n, k)$, utworzonego na podstawie transformacji próbek oryginalnego sygnału, opiera się na dwóch racjonalnych postulatach [1, 2]:

- Sygnał stały nie zawiera żadnej niepewności rozmytej. Funkcja przynależności A dla n-tej próbki redukuje się do singletonu $x(n)$. Miara rozmytości przyjmuje w tym przypadku wartość minimalną.
- Rozmytość sygnału zmiennego jest tym większa, im większa jest dynamika zmian oryginalnego sygnału.

Proces wyznaczania sygnału rozmytego można przedstawić w następujących krokach [4]:

1. Analiza n sygnału symetrycznego okna utworzonego z $2k + 1$ próbek oryginalnych sygnału:

$$\{x(n-k), x(n-k-1), \dots, x(n), \dots, x(n+k-1), x(n+k)\} \quad (1)$$

2. Uporządkowanie próbek od wartości minimalnej $x_{min}(n, k) = x_{(1)}(n)$ do wartości maksymalnej $x_{max}(n, k) = x_{(2k+1)}(n)$:

$$x_{(1)}(n) \le x_{(2)}(n) \le \dots x_{(2k+1)}(n) \quad (2)$$

Mediana dla rozważanych próbek opisana jest jako:

$$x_M(n,k) = x_{(k+1)}(n) \quad (3)$$

3. Obliczenie dla każdej chwili czasu n funkcji przynależności, przy założeniu początkowym:

$$A(x_{min}(n, k), n, k) = 0,\ A(x_{max}(n, k), n, k) = 0 \text{ oraz } A(x_M(n, k), n, k) = 1$$

Utworzenie funkcji przynależności zgodnie z zależnością:

$$A(x,n,k)=\begin{cases}\dfrac{p}{k} & \text{dla } x \le x_M(n)\\[2ex] \dfrac{2k-p+1}{k} & \text{dla } x > x_M(n)\end{cases} \tag{4}$$

gdzie p jest liczbą próbek spełniających nierówność $x_{(i)}(n) < x$.

Utworzenie parametrycznej wersji ciągu określonych funkcji przynależności:

$$A^{\lambda}(x,n,k) = A(x,n,k)H\big(A(x,n,k)-\lambda\big) \tag{5}$$

$A(x, n, k)$ oznacza funkcję przynależności rozmytej liczby opisującej n-tą próbkę, $\lambda \in [0, 1]$, a ⇇ jest funkcją Heaviside'a. Znaczenie poziomu λ polega na usuwaniu mało znaczących stopni przynależności, które w przeciwnym przypadku mogłyby mieć niepożądany wpływ na wielkość miary rozmytości.

Otrzymany sygnał rozmyty jest następnie transformowany za pomocą entropowych lub energetycznych miar rozmytości na sygnał czasowy [4]:

$$E(n,k,\lambda) = F\left(\sum_{i=1}^{2k} f\Big(A^{\lambda}\big(x_{(i)}(n),n,k\big)\Big)\,\Delta x_{(i)}(n)\right) \tag{6}$$

gdzie $\Delta x_{(i)}(n) = x_{(i+1)}(n) - x_{(i)}(n)$, $F(z)$ jest monotonicznie rosnącym odwzorowaniem $R_+ \to R_+$ przyjmującym wartość zero jedynie dla argumentu zerowego. Dla entropowej miary rozmytości funkcja f: $[0, 1] \to R+$ może przyjmować różną postać, ale najczęściej stosuje się $f(u) = u(1-u)$. W przypadku energetycznych miar rozmytości zazwyczaj stosuje się odwzorowanie $f(u) = u^2$.

Utworzony w ten sposób przebieg miary rozmytości może być zastosowany do analizy (klasyfikacji, wyznaczania punktów charakterystycznych) [1–4].

Reprezentacja sygnału za pomocą ziaren informacji

Z punktu widzenia użytkownika ważne jest posługiwanie się pojęciami pozwalającymi na sformułowanie wiedzy w sposób czytelny, zwarty i spójny, tj. zrozumiały dla człowieka. Na przykład, w opisie sygnałów biomedycznych stosuje się takie pojęcia, jak amplituda sygnału: „wysoka", „mała" lub „bliska zeru". Pojęcia te, użyteczne do precyzyjnego i przejrzystego opisu sygnału, zwane są ziarnami informacji. Mogą być one następnie użyte między innymi do budowy elementów „słownika" podstawowych pojęć. Pojęcia biorące udział w realizacji koncepcji granulacji informacji można zastosować do konstrukcji formalnych modeli sygnału lub do budowy systemów klasyfikujących [5, 6]. Opis sformułowany jest w języku ziaren informacji, a nie wartości numerycznych kolejnych próbek sygnału. Poprzez działanie na wyższym poziomie abstrakcji niż ten o charakterze numerycznym zapewnia się czytelność opisu sygnału i procesu klasyfikacji [5].

Proces granulacji sygnału pomiarowego przedstawiono schematycznie na rys. 1. Jego przebieg dla sygnału dyskretnego $x(k)$ można podzielić na trzy podstawowe etapy [6]:

Etap I: sygnał dzielony jest na szereg okien czasowych, tak aby konstrukcja ziaren informacji, których semantyka powinna mieć charakter bardziej ogólny, nie była określana na podstawie tylko jednej próbki czasowej sygnału.

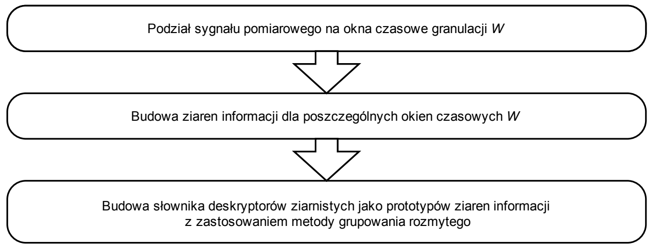
Etap II: sygnały znajdujące się w obrębie tego samego okna czasowego są użyte do konstrukcji zbioru rozmytego w przestrzeni amplitudy i zbioru rozmytego w przestrzeni zmian amplitudy.

Etap III: zbiory są grupowane, co prowadzi do ich zwartego opisu. Każdy z otrzymanych w ten sposób prototypów może być następnie użyty w konstrukcji systemu klasyfikującego.

Granulacja informacji, realizowana dla przyjętego okna czasowego (okna granulacji), może być formalnie opisana jako przekształcenie:

$$x(k)_W \to A(x,k,a,m,n,b) \tag{7}$$

gdzie $x(k)_W$ opisuje analizowany sygnał w obrębie rozpatrywanego okna granulacji W; $A(.)$ oznacza stopień przynależności próbek o określonej amplitudzie do zbioru rozmytego A, pozostałe argumenty zaś to parametry opisujące ten zbiór: k indeks czasowy, ograniczenie dolne a i górne b oraz rdzeń zbioru w postaci przedziału $[m, n]$ opisują trapezowy lub trójkątny (dla $m = n$) zbiór rozmyty (Rys. 2).



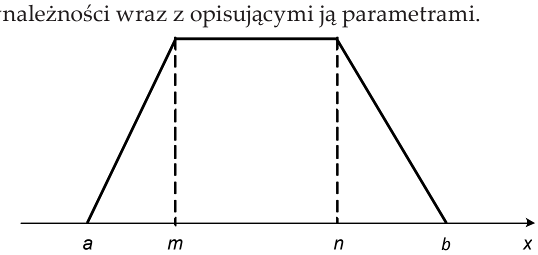
***Rys. 1** Schemat granulacji sygnału*

Konstrukcja zbioru rozmytego A opiera się na następujących, przeciwstawnych, przesłankach [5]:

- Zbiór rozmyty A reprezentuje jak najdokładniej dane numeryczne znajdujące się w oknie granulacji, tzn. stopnie przynależności $x(k)$ do zbioru rozmytego $A(x(k))$ powinny być bliskie maksymalnej wartości stopnia przynależności, tj. 1.
- Zbiór rozmyty A powinien być w miarę „zwarty", tzn. powinien charakteryzować się dobrze określoną semantyką. Zbiory rozmyte o bardzo „szerokim" nośniku nie mogą być rozpatrywane jako dopuszczalne ziarna informacji.

Powyższe wymagania mają charakter przeciwstawny, a konstrukcja zbioru rozmytego A jest problemem optymalizacji.

Funkcja przynależności zbioru rozmytego może przyjąć postać funkcji trójkątnej lub trapezowej. Funkcje te opisane są całkowicie przez kilka parametrów, a ich konstrukcja jest łatwa i intuicyjna. Na rysunku 2 przedstawiono trapezową funkcję przynależności wraz z opisującymi ją parametrami.



***Rys. 2** Parametry opisu trapezowej funkcji przynależności*

Budowa części wzrastającej i opadającej funkcji przynależności prowadzona jest niezależnie. Jakość reprezentacji danych numerycznych poprzez zbiór rozmyty A może być oceniona na podstawie sumy stopni przynależności:

$$\sum_k A\big(x(k)\big) \tag{8}$$

W przypadku wznoszącej się części funkcji przynależności poszukuje się takiej wartości ograniczenia dolnego a (dla którego wartość funkcji przynależności osiąga wartość równą zero), dla której powyższa suma osiąga wartość maksymalną. Powyższy wskaźnik jakości osiąga coraz wyższe wartości dla coraz niższych wartości parametru a.

Drugie wymaganie zwartego zbioru rozmytego może być sformułowane w postaci minimalizacji jego nośnika, tj.:

$$\min|m-a| \tag{9}$$

Zadanie maksymalizacji kryterium (8) i minimalizacji kryterium (9) można przedstawić jako wspólne zadanie optymalizacji opisane następującym wyrażeniem [5]:

$$\max_{a \neq m} \frac{\sum_k A(x(k))}{|m-a|} \tag{10}$$

Optymalizacja opadającej części funkcji przynależności jest realizowana w sposób analogiczny. Konstrukcja rdzenia zbioru rozmytego oparta jest na medianie, co wpływa pozytywnie na poprawę odporności procesu granulacji na zakłócenia. Rdzeń zbioru rozmytego może być albo jedną wartością (dla nieparzystej liczby próbek w oknie granulacji), albo przedziałem numerycznym (w przypadku parzystej liczby próbek). W tym ostatnim przypadku, dla liczby elementów w rozpatrywanym oknie równej l, jego granice są wyznaczone przez próbkę o numerze (l/2) i (l/2 + 1), gdzie oznacza element o indeksie i w uporządkowanym od wartości najmniejszej do największej ciągu elementów okna czasowego.

Powtarzając obliczenia dla kolejnych okien granulacji, otrzymuje się rodzinę zbiorów rozmytych $A(x, k, \text{a}, m, n, b)$ (dla $m = n$ otrzymujemy trójkątną funkcję przynależności). W identyczny sposób konstruuje się ziarna informacji na bazie różnic sygnału obliczanych w postaci $\Delta x_k = x_{k+1} - x_k$.

Szereg czasowy zbiorów rozmytych

Gacek, Henzel i Łęski zauważyli, że metodę opartą na sygnale rozmytym oraz stosującą granulację informacji cechują podobieństwa, z których najważniejsze to [7]:

1. Obie metody przetwarzają ciąg próbek sygnału zawarty w symetrycznych oknach czasowych na zbiór rozmyty o najczęściej trójkątnej lub trapezowej funkcji przynależności.
2. Sekwencja czasowa utworzonych zbiorów rozmytych ma interpretację lingwistyczną i może służyć do klasyfikacji analizowanych sygnałów.

Metody te jednak różnią się w istotny sposób:

1. W metodzie opartej na idei sygnału rozmytego kolejne okna czasowe nakładają się na siebie, podczas gdy w metodzie opartej na granulacji sąsiadują ze sobą.
2. W metodzie opartej na granulacji funkcje przynależności zbiorów rozmytych powstają w wyniku rozwiązania problemu optymalizacji, podczas gdy w metodzie opartej na idei sygnału rozmytego - przez sortowanie próbek w oknie czasowym.
3. Sekwencja zbiorów rozmytych powstałych w obu metodach wykorzystywana jest w różny sposób: metoda bazująca na idei sygnału rozmytego służy do wyznaczania entropowej (bądź energetycznej) miary rozmytości, natomiast w metodzie opartej na granulacji tworzony jest słownik stwierdzeń lingwistycznych stosowany następnie do opisu sygnału.

Ciekawą koncepcją jest ujednolicenie obu opisanych metod analizy sygnałów za pomocą szeregu czasowego zbiorów rozmytych. Metoda ta dokonuje transformacji próbek sygnału i/lub jego pochodnej na ciąg czasowy zbiorów rozmytych. Jej parametrem jest stopień nakładania się sąsiadujących okien czasowych. Opisane wyżej metody będą zatem szczególnymi przypadkami wprowadzonej metody. Uzyskany ciąg zbiorów rozmytych może być dalej przetwarzany zarówno za pomocą metod grupowania danych, jak i wyznaczania miar rozmytości.

W celu szczegółowego przedstawienia metody szeregów czasowych zbiorów rozmytych należy rozważyć dla n-tej próbki sygnału symetryczne wokół czasu występowania tej próbki okno utworzone z $2k + 1$ próbek oryginalnego sygnału (1). Powyższy zbiór próbek sygnału po operacji porządku względem ich amplitudy opisuje zależność (2). Jednak powyższe operacje wykonuje się dla co j-tego indeksu czasu, tj. $x(n - 2j)$, $x(n - j)$, $x(n)$, $x(n + j)$, $x(n + 2j)$, ... Dla $j = 1$ stosuje się metodę jak w idei sygnału rozmytego, natomiast dla $j = 2k$, jako szczególny przypadek – metodę sekwencji granul informacji. Wartość j może zmieniać się od 1 do $2k$, prowadząc do całej rodziny metod przetwarzania sygnału, np. EKG na szereg czasowy zbiorów rozmytych.

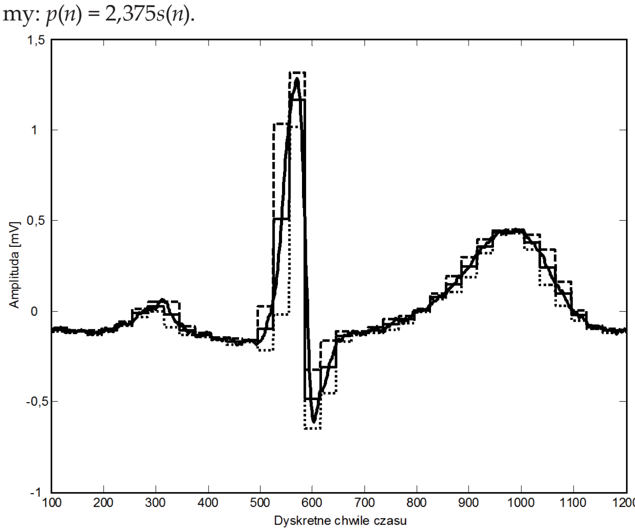
Istnieje wiele metod tworzenia funkcji przynależności zbioru rozmytego na podstawie uporządkowanych próbek sygnału (lub jej pochodnej). Jednak cechują się one dużą czasową złożonością obliczeniową. Korzystne byłoby zaproponowanie metody tworzenia funkcji przynależności o małym nakładzie obliczeniowym i jednocześnie niepodatnej na typowe zakłócenia towarzyszące sygnałom EKG, tj. mięśniowe, sieciowe oraz pływanie izolinii. Proponuje się przyjąć gaussowskie funkcje przynależności, gdzie wartości parametrów tej funkcji, tj. wartość centralną oraz dyspersję, oblicza się na podstawie próbek zawartych w danym oknie czasowym (1), stosując jednak estymatory odporne:

$$A(x, n, k) = \exp\left(-\frac{(x - c(n))^2}{s(n)^2}\right) \tag{11}$$

A(x, n, k) oznacza funkcję przynależności dla n-tej chwili czasowej dla okna czasowego o parametrze k obliczoną dla sygnału x. Wartość centralną dla n-tej chwili czasowej oblicza się jako medianę wartości próbek w analizowanym oknie czasowym: $c(n) = x_{(k+1)}(n)$; patrz (3). Odchylenia wartości próbek od tak wyznaczonej wartości centralnej oznacza się jako: $r_i = x_{(i)}(n) - c(n)$, gdzie i = 1, 2, ..., $2k + 1$ i stosuje się odporny estymator wartości dyspersji [8]:

$$s(n) = 1{,}4826\left(1 + \frac{5}{2k}\right)\sqrt{\operatorname{med}_i r_i^2} \tag{12}$$

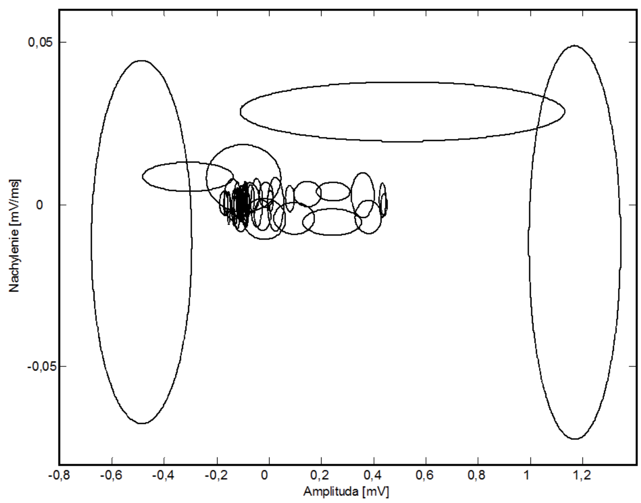
gdzie k oznacza parametr okna czasowego, a *med* oznacza medianę. Gaussowską funkcję przynależności przybliża się prostszą w zastosowaniach trójkątną funkcją przynależności. Szczyt trójkąta występuje dla wartości $c(n)$. Jest to trójkąt symetryczny o długości podstawy równej $2p(n)$. Na podstawie [9] otrzymujemy: $p(n) = 2{,}375s(n)$.



Rys. 3 *Przykład przetwarzania sygnału EKG na szereg czasowy zbiorów rozmytych. Linia pogrubiona – sygnał EKG; linia ciągła – wartość centralna; linie przerywana i kropkowana – wartość centralna ± dyspersja.*

Na rysunku 3 linią pogrubioną zaznaczono przykładowy sygnał EKG pochodzący z odprowadzenia ortogonalnego X, próbkowany z częstotliwością 2000 Hz. Powyższy sygnał został przetransformowany na szereg czasowy zbiorów rozmytych dla okna czasowego o długości $k = 15$, przesunięcie kolejnych okien wynosiło $j = 30$. Wartość centralną oraz dyspersję dla kolejnych okien czasowych wyznaczano, stosując medianę i (8). Linią ciągłą zaznaczono kolejne wartości centralne, natomiast linią przerywaną i kropkowaną, wartość centralną ± dyspersję.

Przeprowadzając identyczne obliczenia dla sygnału różnicowego, uzyskuje się szereg czasowy zbiorów rozmytych, które opisują „narastanie" wartości sygnału. Nachylenie załamków sygnału EKG przyjmuje wartości lingwistyczne, np. „małe nachylenie dodatnie", „średniej wartości nachylenie ujemne". Ponieważ kolejne odpowiadające sobie czasowo zbiory rozmyte wyznaczone dla sygnału oryginalnego oraz różnicowego opisują próbki sygnału EKG w tym samym oknie czasowym, łatwo jest utworzyć złożone formy opisu sygnału EKG za pomocą łącznika „i", np.: „mała wartość amplitudy i duże dodatnie nachylenie", „średnia wartość amplitudy i małe ujemne nachylenie" [9]. Od strony formalnej takim sformułowaniom odpowiadają relacje rozmyte powstałe ze zbiorów rozmytych reprezentujących sformułowania proste. Rysunek 4 przedstawia graficzną konturową reprezentację powyższych relacji rozmytych uzyskanych za pomocą t-normy – iloczyn algebraiczny (kontury odpowiadają wartości przynależności równej 0,5).



Rys. 4 *Zbiór relacji rozmytych uzyskanych dla przykładowego sygnału EKG z rys. 1. Linie oznaczają kontury relacji dla wartości przynależności równej 0,5*

Wnioski

Możliwe jest ujednolicenie metod opisu sygnałów elektrokardiograficznych za pomocą koncepcji szeregu czasowego zbiorów rozmytych.

Opisana metoda cechuje się małym nakładem obliczeniowym w porównaniu z innymi znanymi metodami.

Szczególnymi przypadkami zaproponowanej metody są metody oparte na koncepcji sygnału rozmytego oraz ciągu ziaren informacyjnych. ■

Literatura

1. E. Czogała, J. Łęski: *Application of entropy measure of fuzziness to building a detection function of ECG signal*, Archiwum Informatyki Stosowanej i Teoretycznej, vol. 8(1-2), 1996, s. 47-54.
2. E. Czogała, J. Łęski: *Energy measure of fuzziness in classification the QRS complex of ECG signal*, Archiwum Informatyki Stosowanej i Teoretycznej, vol. 8(1-2), 1996, s. 55-61.
3. J. Łęski, E. Czogała, N. Henzel: *An alignment of ECG cycles using energy measure of fuzziness*, 6th European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing, Aachen, vol. 1, 1998, s. 674-678.
4. E. Czogała, J. Łęski: *Application of entropy and energy measure of fuzziness to processing of ECG signal*, Fuzzy Sets and Systems, vol. 97(1), 1998, s. 9-18.
5. A. Gacek, W. Pedrycz: *A granular description of ECG signals*, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 53(10), 2006, s. 1972-1982.
6. A. Gacek: *Przetwarzanie sygnałów elektrokardiograficznych z zastosowaniem metod inteligencji obliczeniowej*, Prace Instytutu Biocybernetyki i Inżynierii Biomedycznej, nr 71, Warszawa 2008.
7. A. Gacek, N. Henzel, J. Łęski: *Sekwencja czasowa zbiorów rozmytych w opisie i analizie sygnałów elektrokardiograficznych*, XVII Konferencja *Biocybernetyka i Inżynieria Biomedyczna*, Gliwice 2011, s. 51.
8. P.J. Rousseeuw, A.M. Leroy: *Robust regression and outliers detection*, John Wiley, New York 1987.
9. J. Łęski: *Systemy neuronowo-rozmyte*, WNT, Warszawa 2008.

otrzymano / received: 10.11.2011
zaakceptowano / accepted: 05.12.2011