

Grzegorz PERUŃ

## **MODELOWANIE ASYNCHRONICZNEGO SILNIKA ELEKTRYCZNEGO W UKŁADZIE NAPĘDOWYM Z PRZEKŁADNIĄ ZĘBATĄ**

**Streszczenie.** Artykuł przedstawia wyniki prac, mających na celu zastąpienie dotychczas stosowanego w modelu stanowiska FZG opisu asynchronicznego silnika elektrycznego, uwzględniającego charakterystykę mechaniczną oraz moment bezwładności wirnika, opisem uwzględniającym wiele parametrów elektrycznych i mechanicznych. Wprowadzone zmiany pozwalają na dokładniejszą analizę wpływu dynamiki silnika na pracę przekładni zębatej w układzie napędowym, w szczególności w stanach nieustalonych – podczas rozruchu i hamowania.

## **DAS MODELLIEREN DER DREHSTROM-ASYNCHRONMASCHINE IM ANTRIEBSYSTEM MIT DEM ZAHNRÄDERGETRIEBE**

**Zusammenfassung.** Der Artikel präsentiert Ergebnisse der Arbeiten bezweckend die Vertretung bis jetzt angewandt im FZG Modell der Art des Modellierens des asynchronen Elektromotors, berücksichtigend die ihn mechanische Charakteristik und das Trägheitsmoment, mit dem Modell berücksichtigend Parameter elektrisch und mechanisch. Änderungen eingeführt erlauben auf die nähere Analyse des Einflusses der Dynamik des Motors auf die Arbeit des Rädergetriebes im Antriebssystem insbesondere in unbeständigen Ständen.

### **1. WPROWADZENIE**

Maszyny asynchroniczne dzięki swojej względnie prostej budowie i eksploatacji oraz łatwości naprawy i konserwacji, gwarantujących długie i niezawodne działanie, są najbardziej rozpowszechnionymi przetwornikami elektromechanicznymi i znajdują szerokie zastosowanie w systemach o zróżnicowanych strukturach dynamicznych. Stanowią najczęściej wykorzystywane źródło napędu maszyn w przemyśle, a ich powszechność i różnorodność zastosowań przyczynia się do dokładniejszego poznania ich własności i zachodzących procesów dynamicznych.

Asynchroniczne silniki elektryczne, w układach napędowych często stanowiące źródło energii mechanicznej, oddziałują dynamicznie na przenoszącą napęd przekładnię zębatą. Z tego powodu uzasadnione jest uwzględnianie w modelach matematycznych układów napędowych opisu zjawisk dynamicznych, zachodzących w silniku.

## 2. UPROSZCZONY MODEL MECHANICZNY SILNIKA

W opracowanym i opisanym w pracach [8, 9, 10] modelu stanowiska z przekładniami zębatymi pracującymi w układzie mocy krążącej, podobnie jak w pracach [1, 7], silnik został zamodelowany w sposób uproszczony (rys. 1). Uwzględnione zostały wyłącznie moment bezwładności wirnika oraz charakterystyka mechaniczna silnika. Charakterystyka może zostać zadeklarowana w postaci macierzy prędkości obrotowych i odpowiadających im momentów obrotowych. Najczęściej jest definiowana w postaci czterech punktów charakterystycznych (rys. 2): rozruchowego ( $n = 0, M_l$ ), krytycznego ( $n_b, M_b$ ), znamionowego ( $n_N, M_N$ ) oraz synchronicznego ( $n_s, M = 0$ ). Wartości momentów dla prędkości pośrednich są interpolowane.

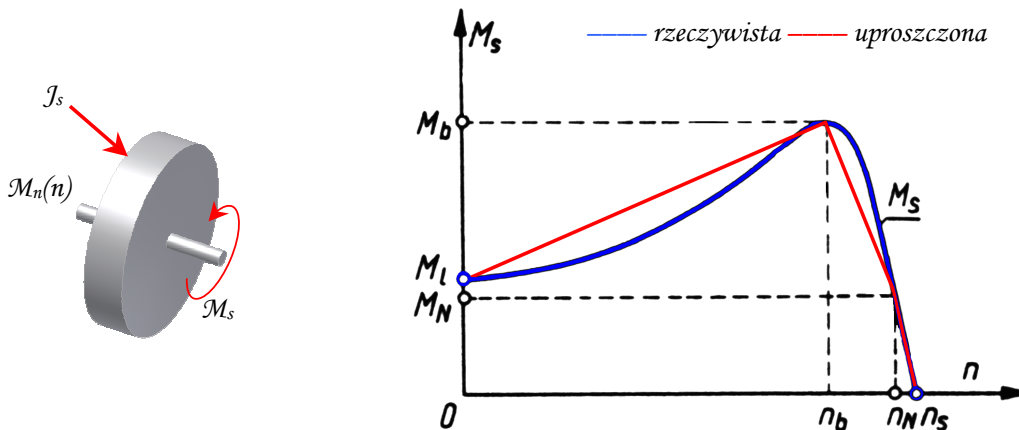
Silnik opisuje jedno równanie różniczkowe:

$$\ddot{\phi} = \frac{M_n(n) - M_s}{J_s}, \quad (1)$$

$$n = \frac{30 \cdot \dot{\phi}}{\pi}, \quad (2)$$

gdzie:

- $\ddot{\phi}$  – przyspieszenie kątowe wirnika,
- $M_n$  – wyznaczony na podstawie charakterystyki mechanicznej moment silnika,
- $M_s$  – moment napędowy silnika,
- $J_s$  – moment bezwładności wirnika,
- $n$  – prędkość obrotowa wirnika,
- $\dot{\phi}$  – prędkość kąтова wirnika.



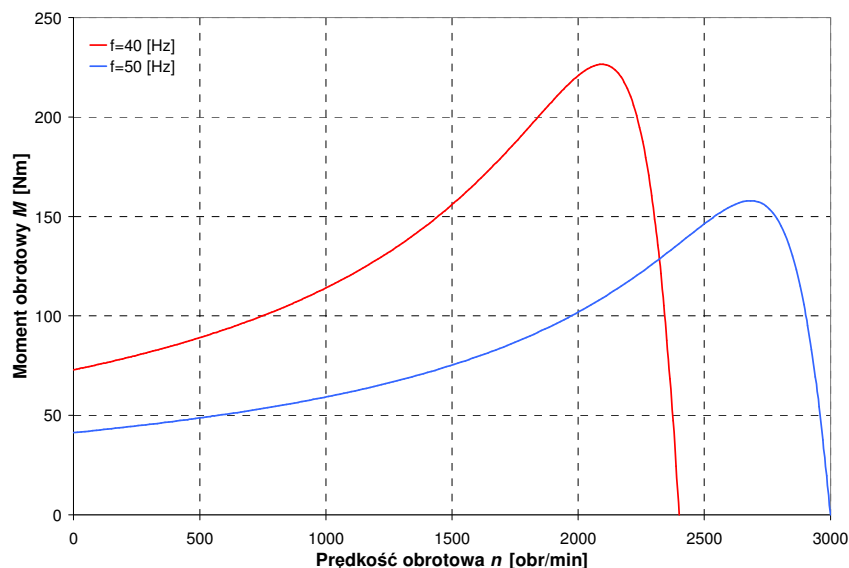
Rys. 1. Model silnika napędowego Rys. 2. Charakterystyki mechaniczne silnika asynchronicznego [7]

Abb. 1. Das Modell des Antriebsmotors

Abb. 2. Mechanische Charakteristiken des Asynchronmotors [7]

Do zalet przedstawionego modelu zaliczyć należy krótki czas obliczeń, jak również brak konieczności identyfikacji parametrów elektrycznych silnika. Wartości prędkości i momentów obrotowych, wymagane do określenia statycznej charakterystyki mechanicznej, a także moment bezwładności mogą zostać odczytane bezpośrednio z katalogu producenta.

Spośród wad wymienić należy brak możliwości uzyskania przebiegów wielkości elektrycznych w silniku oraz nieuwzględnienie występujących w nim zjawisk dynamicznych podczas pracy w stanach niustalonych, to jest podczas rozruchu i hamowania, a które mogą istotnie wpływać na pracę układu napędowego. Problemem może okazać się również poprawne utworzenie charakterystyki mechanicznej dla każdego przypadku nieznamionowej pracy silnika, np. po włączeniu dodatkowej rezystancji w obwód wirnika. Również zmiana częstotliwości prądu zasilającego silnik istotnie zmienia kształt charakterystyki, co przykładowo przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Przykładowe charakterystyki mechaniczne silnika asynchronicznego, uzyskane dla dwóch różnych częstotliwości prądu zasilającego

Abb. 3. Beispielhafte mechanische Charakteristiken des Asynchronmotors erlangt für zwei verschiedener Frequenzen des Stromes

### 3. MODELOWANIE MATEMATYCZNE MASZYN ELEKTRYCZNYCH

Określenie zjawisk zachodzących w maszynie elektrycznej, nie tylko w czasie pracy, w warunkach ustalonych, ale w szczególności w fazach rozruchu, hamowania, zmian obciążenia itp. pozwala na sprawdzenie kryteriów poprawności jej doboru mechanicznego, elektrycznego i termicznego do projektowanego lub już istniejącego napędu i przyczynia się do wydłużenia żywotności pracy układu oraz ekonomicznej optymalizacji konstrukcji. Jest to możliwe poprzez stosowanie zaawansowanych metod modelowania matematycznego, bazujących na teorii elektromechanicznych przemian energii [15].

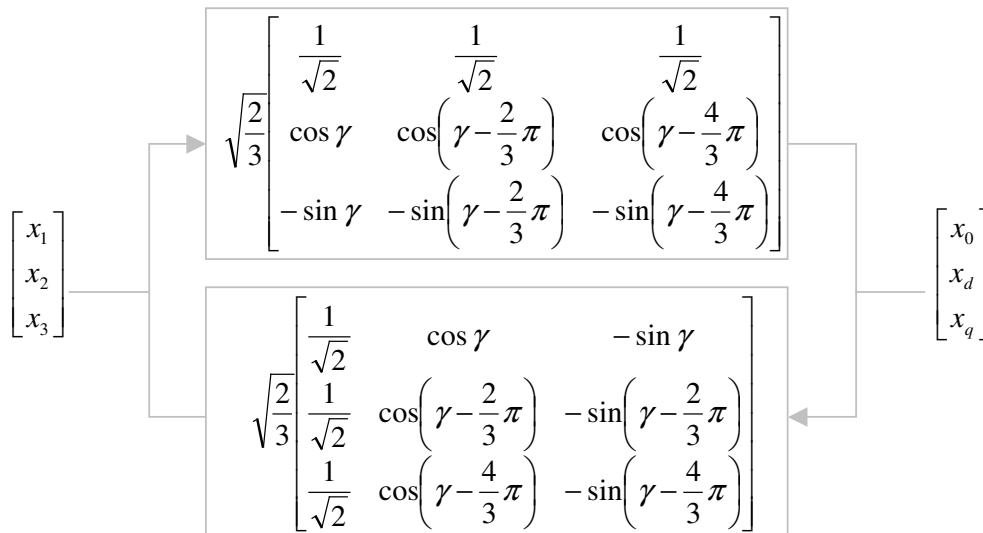
Wybór właściwej metody rozwiązywania równań modeli matematycznych maszyn elektrycznych powinien uwzględniać klasę rozwiązywanego problemu. Najbardziej ogólną klasę stanowi analiza pracy maszyny w stanach dynamicznych, w których zmianom w czasie podlegają współrzędne elektryczne, takie jak prądy i strumienie skojarzone oraz mechaniczne,

m.in. kąt obrotu i prędkość kątowna. W tym przypadku stany pracy opisane są przez nieliniowe równania różniczkowe, rozwiązywane w sposób przybliżony metodami numerycznymi. W przypadku analizy pracy w stanach nieustalonych, procesy przejściowe zachodzą w obwodach elektrycznych przy stałej prędkości kątownej. Ponieważ zjawiska mechaniczne zachodzą wolniej niż zjawiska elektromagnetyczne, założenie stałej prędkości kątownej jest uzasadnione i umożliwia linearyzację elektrycznych równań różniczkowych oraz znalezienie rozwiązania metodami analitycznymi. Ostatnią klasę problemów stanowi analiza stanów ustalonych, w których zakłada się powtarzalność lub stałość w czasie współrzędnych elektrycznych i mechanicznych. Rozwiązanie przedstawione jest w postaci równań algebraicznych liniowych lub nieliniowych [15].

Punktem wyjścia do tworzenia modeli jest założenie, że maszyna indukcyjna jest reprezentowana przez zbiór cewek, wzajemnie magnetycznie sprzężonych i umieszczonych na nieruchomym stojanie oraz obracającym się wirniku. Układ cewek zostaje opisany równaniami, charakteryzującymi sprzężenia magnetyczne pomiędzy nimi. Ponieważ w silniku występuje wiele trudnych do odtworzenia zjawisk, model nie musi być dokładnym odwzorowaniem jego budowy elektrycznej, powinien jednak cechować się odtworzeniem przepływów magnetycznych, tak jak w rzeczywistym silniku. Im dokładniejszy jest model, tym dokładniej odwzorowuje on rzeczywiste procesy zachodzące w silniku.

W literaturze, w szczególności w pracach [12, 15], znaleźć można opisy wielu modeli matematycznych maszyn elektrycznych. Najbardziej skomplikowane, najczęściej opisywane są w naturalnych układach współrzędnych i odpowiadają bezpośrednio rzeczywistości. Pozwalają również na uwzględnianie uszkodzeń silnika [16]. Dla równań maszyn o symetrycznej budowie obwodu magnetycznego i symetrycznym układzie uzwojeń, na ogół możliwe jest określenie macierzy transformacji, pozwalających na uproszczenie zapisu modelu kosztem dokładności odwzorowania maszyny przez jej równania. Dla trójfazowych maszyn prądu przemiennego występuje pięć układów współrzędnych [15]:

- naturalnych  $(x_1, x_2, x_3)$  (macierze transformacji przedstawiono na rys. 4),
- składowych symetrycznych  $(x_0, x_1, x_2)$ ,
- składowych wirujących  $(x^0, x^+, x^-)$ ,
- w osiach ortogonalnych  $0, \alpha, \beta$   $(x_0, x_\alpha, x_\beta)$  – transformacja Clarke'a układu naturalnego [4],
- w osiach ortogonalnych  $0, d, q$   $(x_0, x_\alpha, x_\beta)$  – transformacja Parka układu  $0\alpha\beta$  [4].



Rys. 4. Macierze transformacji dla układów trójfazowych [15]

Abb. 4. Matrizen der Transformationen für dreiphasige Systeme [15]

#### 4. OPIS PRZYJĘTEGO MODELU SILNIKA ELEKTRYCZNEGO

Na potrzeby modelowania układu napędowego zdecydowano się na opis silnika w układzie współrzędnych ortogonalnych  $0dq$ , w którym układy osi stojana i wirnika są względem siebie nieruchome, a uzwojenia stojana i wirnika zostają sprowadzone do równoważnych uzwojeń dwufazowych (rys. 5) [3, 5, 11, 13, 14]. Wektor napięcia sieciowego jest położony na osi  $q$ , a wektor strumienia wirującego jest opóźniony o  $90^\circ$  i leży na osi  $d$  [17]. Elektryczną część modelu opisują równania:

$$V_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d}{dt} \varphi_{qs} + \omega_e \varphi_{ds} \quad \varphi_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i'_{qr} \quad (3,4)$$

$$V_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d}{dt} \varphi_{ds} - \omega_e \varphi_{qs} \quad \varphi_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i'_{dr} \quad (5,6)$$

$$V'_{qr} = R'_r i'_{qr} + \frac{d}{dt} \varphi'_{qr} + (\omega_e - \omega_r) \varphi'_{dr} \quad \varphi'_{qr} = L'_r i'_{qr} + L_m i_{qs} \quad (7,8)$$

$$V'_{dr} = R'_r i'_{dr} + \frac{d}{dt} \varphi'_{dr} - (\omega_e - \omega_r) \varphi'_{qr} \quad \varphi'_{dr} = L'_r i'_{dr} + L_m i_{ds} \quad (9, 10)$$

$$L_s = L_{ls} + L_m \quad (11)$$

$$L'_r = L'_{lr} + L_m \quad (12)$$

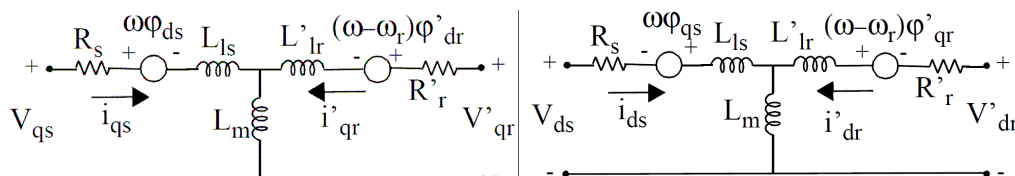
$$T_e = 1,5p \frac{L_m}{L_r} (\varphi_{ds} i_{qs} - \varphi_{qs} i_{ds}) \quad (13)$$

Część mechaniczna reprezentowana jest przez równania:

$$\frac{d}{dt} \omega_r = \frac{1}{J} (T_e - F \omega_r - T_m) \quad \frac{d}{dt} \theta_r = \omega_r \quad (14, 15)$$

W równaniach przyjęto następujące oznaczenia ( ' – wartość sprowadzona na stronę stojana):

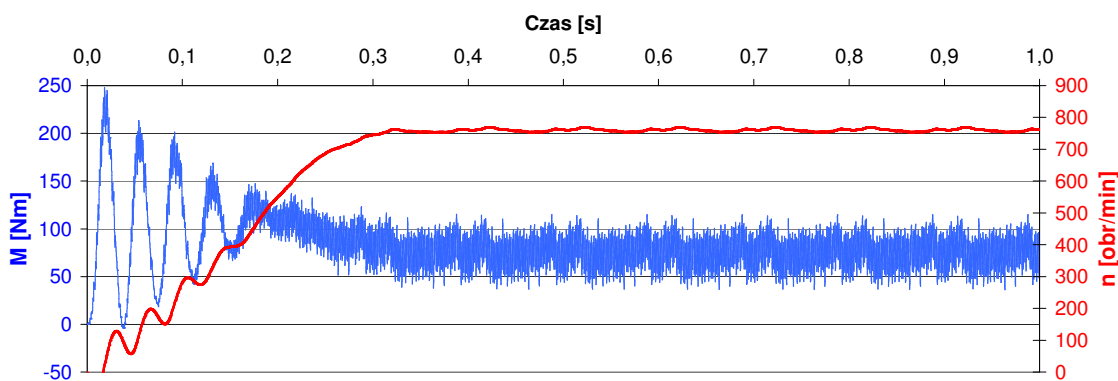
- $V_{qs}, i_{qs}$  – napięcie i prąd statora (oś  $q$ ),
- $V_{ds}, i_{ds}$  – napięcie i prąd statora (oś  $d$ ),
- $V'_{qr}, i'_{qr}$  – napięcie i prąd rotora (oś  $q$ ),
- $V'_{dr}, i'_{dr}$  – napięcie i prąd rotora (oś  $d$ ),
- $\varphi_{qs}, \varphi_{ds}$  – strumień statora,
- $\varphi'_{qr}, \varphi'_{dr}$  – strumień rotora,
- $R_s, L_{ls}$  – rezystancja i indukcyjność rozproszenia statora,
- $R'_r, L'_{lr}$  – rezystancja i indukcyjność rozproszenia rotora,
- $L_s, L'_r$  – całkowita indukcyjność statora i rotora,
- $L_m$  – indukcyjność wzajemna,
- $\omega_e$  – prędkość kątowna elektryczna,
- $\omega_r$  – prędkość kątowna rotora,
- $\theta_r$  – przemieszczenie kątowe rotora,
- $p$  – liczba par biegunów,
- $T_e$  – moment elektromagnetyczny,
- $T_m$  – moment mechaniczny na wale,
- $J$  – moment bezwładności silnika i obciążenia,
- $F$  – współczynnik tarcia lepkiego.

Rys. 5. Uzwojenia w ortogonalnym układzie współrzędnych  $0dq$  [11]Abb. 5. Wicklungen im orthogonalem Koordinatensystem  $0dq$  [11]

W modelu przyjmuje się symetryczne, trójfazowe uzwojenie stojana oraz wirnika. Nie uwzględnia się nasycenia obwodu magnetycznego silnika, strat mocy w rdzeniu obwodu elektromagnetycznego oraz wpływu efektów żłbkowych [6].

## 5. PRZYKŁADY OBLICZEŃ Z UŻYCIEM MODELU

Przykładowe przebiegi momentu elektromagnetycznego i prędkości obrotowej wyznaczone podczas rozruchu silnika przedstawiono na rys. 6. Dla porównania, na rys. 7 przedstawiono analogiczne przebiegi, uzyskane z modelu uwzględniającego wyłącznie wielkości mechaniczne silnika.

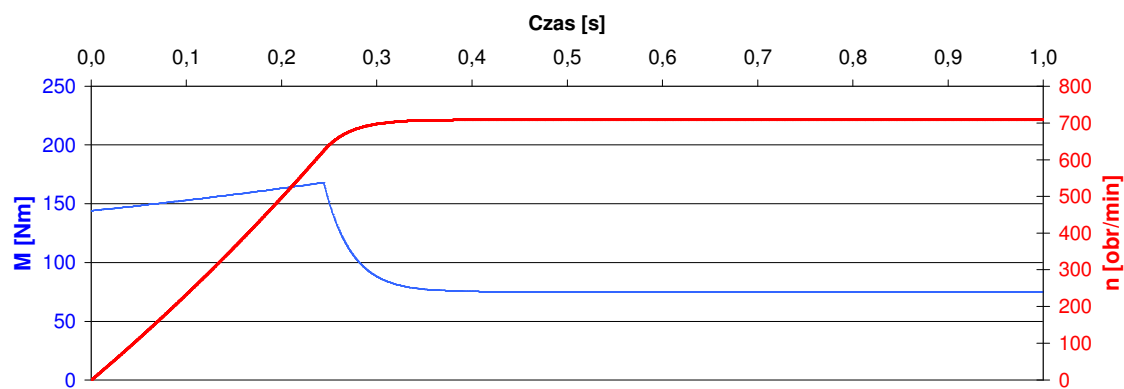


Rys. 6. Przebiegi momentu elektromagnetycznego i prędkości obrotowej wyznaczone podczas rozruchu silnika – model elektromechaniczny

Abb. 6. Der Verlauf des elektromagnetischen Momentes und der Umlaufgeschwindigkeit bestimmt während Anläufe des Motors - das elektromechanische Modell

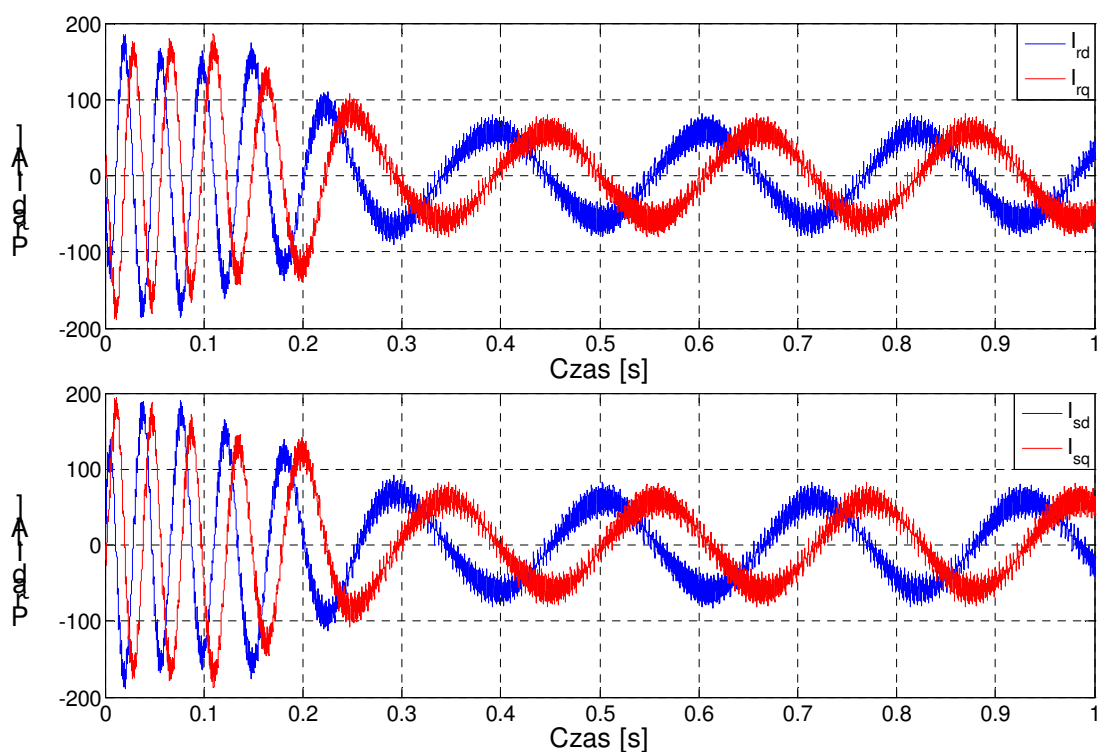
Podczas obliczeń wyznaczone są również m.in. chwilowe wartości prądów fazowych, strumieni oraz napięć w uzwojeniach. Przykładowe przebiegi natężeń prądów w uzwojeniach stojana i wirnika w układzie  $0dq$ , wyznaczone podczas rozruchu silnika, przedstawiono na rys. 8, przebiegi strumieni – na rys. 9, natomiast napięć na rys. 10.

Model silnika został rozszerzony o opis jego układu zasilania. Modelowany silnik zasilany jest z przekształtnika częstotliwości, działającego z wykorzystaniem modulacji szerokości impulsu PWM [2, 3, 18]. Przebiegi napięcia zasilającego uzyskane z obliczeń przedstawiono na rys. 11.



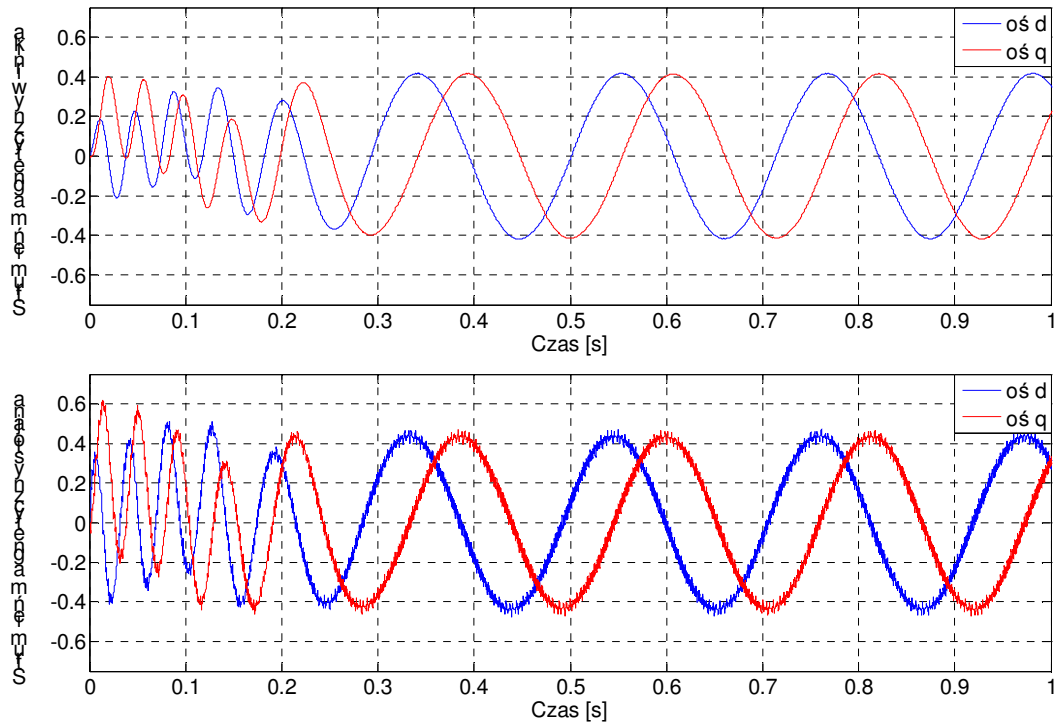
Rys. 7. Przebiegi momentu elektromagnetycznego i prędkości obrotowej wyznaczone podczas rozruchu silnika – model mechaniczny silnika

Abb. 7. Der Verlauf des elektromagnetischen Momentes und der Umlaufgeschwindigkeit bestimmt während Anläufe des Motors – das mechanische Modell



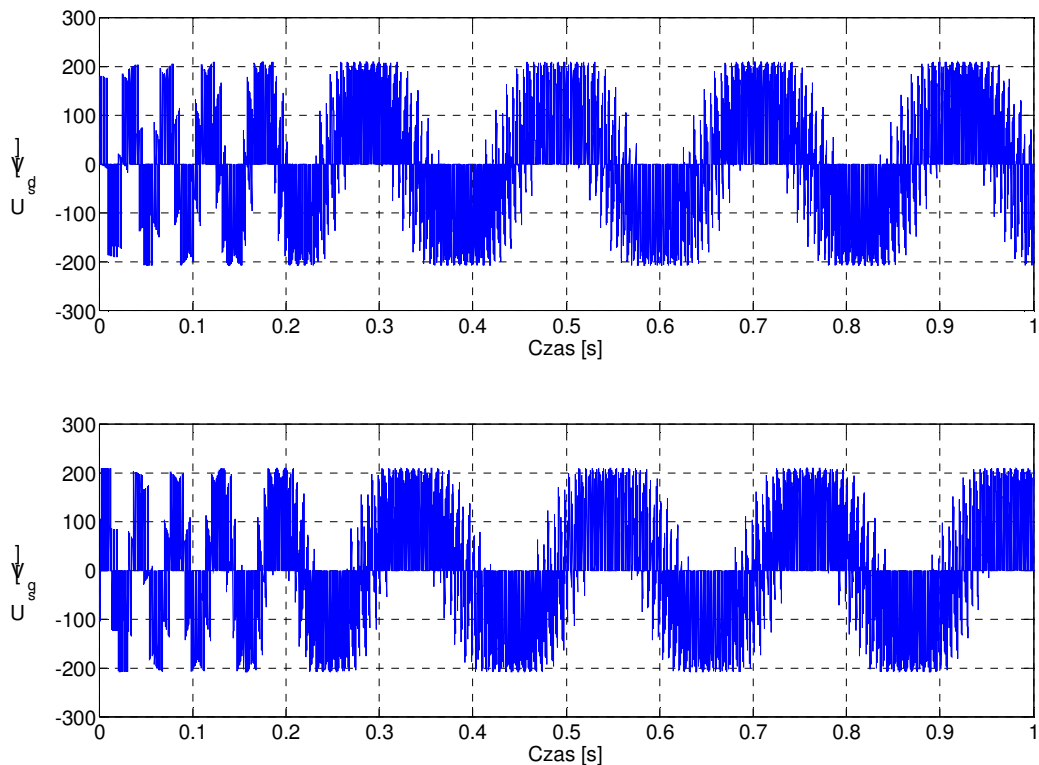
Rys. 8. Przebiegi natężeń prądów w uzwojeniach stojana i wirnika w układzie 0dq wyznaczone podczas rozruchu silnika

Abb. 8. Der Verlauf der Strömungen in den Wickeln des Stator und des Läufers bestimmt während Anläufe des Motors (0dq Koordinatensystem)



Rys. 9. Strumienie magnetyczne wirnika i stojana - układ  $Odq$ , rozruch silnika

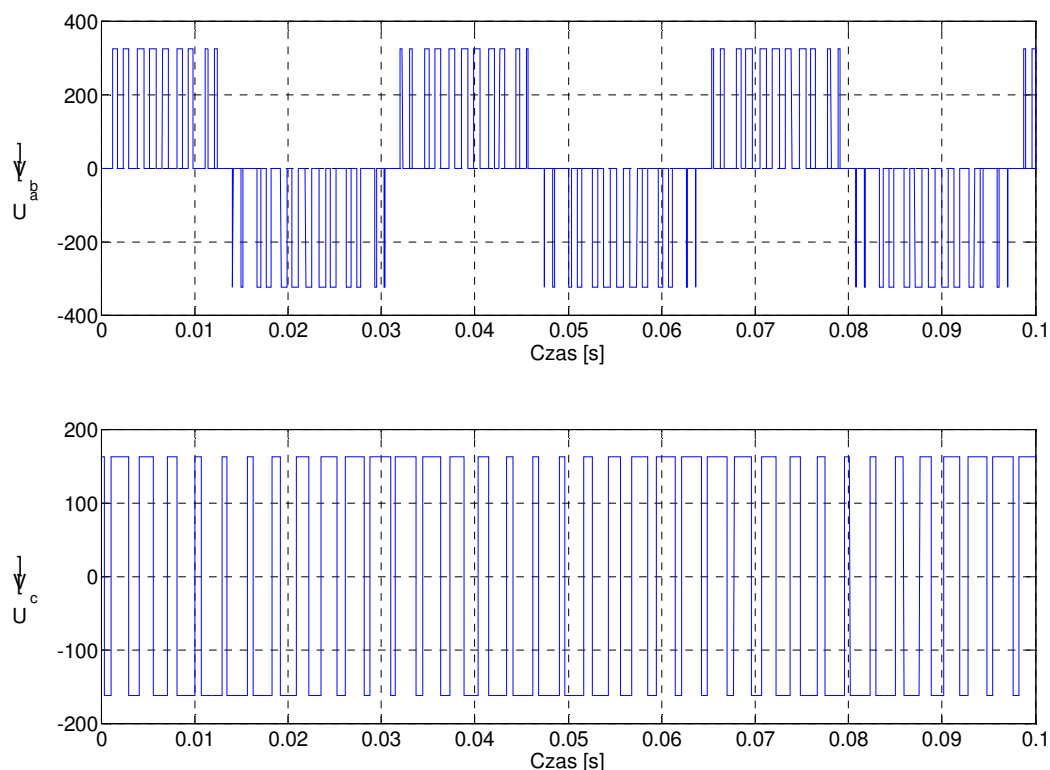
Abb. 9. Magnetische Fließe des Läufers und des Stator - Anlauf des Motors ( $Odq$  Koordinatensystem)



Rys. 10. Przebiegi napięć w uzwojeniach stojana i wirnika w układzie  $Odq$ , rozruch silnika

Abb. 10. Der Verlauf der Spannungen in den Wickeln des Stator und des Läufers - Anlauf des Motors ( $Odq$  Koordinatensystem)





Rys. 11. Przebiegi napięcia zasilającego

Abb. 11. Verlauf der Speisespannung

## 6. PODSUMOWANIE

Zastąpienie dotychczasowego, wyłącznie mechanicznego opisu pracy silnika, wyrażającego się jednym równaniem różniczkowym, znacznie dokładniejszym opisem uwzględniającym zarówno jego część mechaniczną, jak i elektryczną w znaczący sposób powinno przyczynić się do uzyskania wyników bliższych rzeczywistości. Szczególnie różnice widoczne są w stanach pracy nieustalonej silnika, np. podczas rozruchu, co zaprezentowano na rys. 6 i 7.

Zastosowany model elektryczno-mechaniczny silnika w układzie współrzędnych ortogonalnych  $Odq$  opisany jest pięcioma równaniami różniczkowymi. Wprowadzenie alternatywnej metody modelowania silnika łącznie z jego układem zasilania (przekształtnik częstotliwości) przyczynia się do wydłużenia czasu obliczeń, jednak w odniesieniu do sumarycznej liczby równań, składających się na opis całego modelu układu napędowego, przyrost ten jest uzasadniony.

**Bibliografia**

1. Bartelmus W.: Diagnostyka maszyn górniczych. Górnictwo odkrywkowe. Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1998.
2. Drury B.: Control Techniques Drives and Controls Handbook. The Institution of Electrical Engineers, London 2001.
3. Dudley D. W., Sprengers J., Schröder D., Yamashina H.: Handbuch der Getriebemotoren. Springer – Verlag, Berlin 1997.
4. Field Oriented Control 3-Phase AC-Motors. Texas Instruments Europe 1998.
5. Fitzgerald A., Kingsley Ch., Umans S.: Electric Machinery, Sixth Edition. McGraw-Hill 2003.
6. Hudy W.: Projektowanie układu sterowania oraz identyfikacja parametrów silnika indukcyjnego z zastosowaniem algorytmów ewolucyjnych i różnych kryteriów jakości. Rozprawa doktorska. AGH, Kraków 2006.
7. Łazarz B.: Zidentyfikowany model dynamiczny przekładni zębatej jako podstawa projektowania. Wydawnictwo i Zakład Poligrafii Instytutu Technologii Eksploatacji, Katowice – Radom 2001.
8. Łazarz B., Peruń G.: Identification and verification of simulation model of gears working in circulating power system. Diagnostyka, nr 4 (52)/2009.
9. Łazarz B., Peruń G.: Model dynamiczny stanowiska do badań przekładni zębatych pracujących w układzie mocy krążącej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Transport, z. 63. Gliwice 2006.
10. Łazarz B., Peruń G.: Modelowanie przekładni zębatych pracujących w układzie mocy krążącej. XXXV Ogólnopolskie Sympozjum Diagnostyka Maszyn. Węgierska Górka 2008.
11. Power System Blockset User's Guide. TEQSIM International Inc., Hydro-Québec, and The MathWorks, Inc. 1999.
12. Puchała A.: Dynamika maszyn i układów elektromechanicznych. PWN, Warszawa 1977.
13. SimPowerSystems™ 5 Reference. Hydro-Québec and The MathWorks, Inc. 2009.
14. SimPowerSystems™ 5 User's Guide. Hydro-Québec and The MathWorks, Inc. 2009.
15. Sobczyk T. J.: Metodyczne aspekty modelowania matematycznego maszyn indukcyjnych. WNT, Warszawa 2004.
16. Sołbut A.: Modelowanie numeryczne wybranych algorytmów diagnostycznych maszyn asynchronicznych. Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne, nr 77/2007.
17. Wnuk A.: Wdrożenie rozwiązania Active Front End w przetwornicach częstotliwości dużych mocy do 1,2MVA poprzez równoległe łączenie standardowych modułów falownikowych. Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne, nr 80/2008.
18. Yeadon W.H., Yeadon A. W.: Handbook of Small Electric Motors. McGraw-Hill 2001.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. W. Batko

*Praca wykonana w ramach projektu BW-472/RT2/2009*