

Jerzy Gawryś\*

## OCENA WYTRZYMAŁOŚCI PAKIETÓW SKAŁ STROPOWYCH POKŁADÓW WĘGLA METODĄ GEOSTATYSTYCZNĄ

### Streszczenie

Do projektowania wyrobisk górniczych jest wymagana znajomość parametrów wytrzymałościowych górotworu. W przypadku niewystarczającego ich rozpoznania i braku możliwości wykonania badań w rejonie projektowanego wyrobiska, poznanie szacowanych wartości parametrów wytrzymałościowych umożliwia metoda geostatystyki liniowej – **kriging**. W artykule przedstawiono sposób opracowywania funkcji wariogramu eksperymentalnego opisującego przestrzenną zmienność analizowanego parametru oraz wykonania geostatystycznej analizy zmienności tego parametru na obszarze objętym analizą. Przedstawiono także praktyczny sposób zastosowania tej metody do prognozowania wartości wytrzymałości  $R_c$  pakietów skał stropowych oraz określenia dokładności szacowania tej wartości za pomocą kringingowego odchylenia standardowego  $\sigma_k$ . Załączono mapy rozkładu wartości wytrzymałości  $R_c$  i kringingowego odchylenia standardowego  $\sigma_k$  dla stropu pokładu 207 w kopalni „Piast”. Analiza map rozkładu  $R_c$  i  $\sigma_k$  pozwala na wnioskowanie o dokładności rozpoznania rejonu i ewentualnym oszacowaniu wymaganej liczby dodatkowych punktów pomiarowych i miejsc ich lokalizacji.

### Strength assessment of roof rock batches of coal seams by means of the geostatistical method

### Abstract

For the design of mine workings the knowledge of rock mass strength parameters is required. In the case of their insufficient identification and lack of possibilities to carry out investigations in the area of the designed working, the recognition of the estimated values of strength parameters enables the linear geostatistics method – **kriging**. The article presents the way of development of the function of an experimental variogram describing the spatial changeability of analysed parameters and carrying out of the geostatistical analysis of changeability of this parameter in the area comprised by the analysis. The practical way of application of this method in order to predict the strength  $R_c$  value of roof rock batches and to determine the estimation accuracy of this value by means of the kringing standard deviation  $\sigma_k$  was presented. Maps of strength  $R_c$  value distribution and kringing standard deviation  $\sigma_k$  for the roof of the seam 207 at the “Piast” colliery were attached. The analysis of maps of  $R_c$  and  $\sigma_k$  distribution allows to conclude about the accuracy of area identification and possible estimation of the required number of additional measurement points and sites of their location.

### WPROWADZENIE

Miejsca wykonywania pomiarów parametrów wytrzymałościowych skał charakteryzują się znaczną nierównomiernością rozmieszczenia na obszarach górniczych kopalń i koncentrują się w rejonach aktualnie prowadzonej lub zakończonej eksploatacji. W przypadku projektowania większości wyrobisk korytarzowych, szczególnie w rejonach przygotowywanych do eksploatacji, liczba wyników badań parametrów

---

\* Główny Instytut Górnictwa

wytrzymałościowych stropu pokładu w danym rejonie jest z reguły niewystarczająca, a miejsca, w których wykonano badania, znajdują się przeważnie w znacznej odległości od projektowanego wybiegu wyrobiska.

Traktując wyznaczone wartości średniej wytrzymałości na ściskanie  $R_c$  pakietów skał stropowych pokładów węglowych o ustalonej grubości w poszczególnych punktach pomiarowych, jako zmienną losową zregionalizowaną, można przeprowadzić interpolację istniejących wyników badań wytrzymałościowych na analizowane rejonny kopalń, stosując metodę geostatystyki liniowej (**kriging**).

Geostatystyka jest matematyczną teorią o statystycznym zachowaniu się natury, opracowaną przez Matherona (Clark 1979), początkowo na potrzeby przemysłu górniczego do szacowania zasobów rudy i kontroli zawartości metalu. Obecnie, jako teoria abstrakcyjna, znajduje zastosowanie w różnych dziedzinach nauk geologicznych do badania złóż kopalin i oceny własności ich przestrzennych charakterystyk (Kokesz 1990; Dzedzej, Kotulski 1990; Kokesz, Nieć 1992; Namysłowska-Wilczyńska 1993), a także w innych naukach przyrodniczych, jak: meteorologia, hydrologia, gruntoznawstwo, ochrona środowiska, oceanografia (Urbański 1997), kartografia, agronomia (Usovich 1999).

Podstawowym pojęciem geostatystyki jest zmienna losowa zregionalizowana, określona w konkretnym obszarze przestrzeni, mająca własności pośrednie między zmienną losową i zmienną deterministyczną, której typowymi przykładami są funkcje opisujące zjawiska przyrodnicze, związane z położeniem geograficznym. Narzędziami geostatystyki są analiza wariogramu i kriging.

## 1. GEOSTATYSTYCZNY OPIS ZMIENNOŚCI – FUNKCJA WARIOGRAMU

Funkcją odwzorowującą przestrzenną zmienność określonej zmiennej zregionalizowanej jest wariogram  $2\gamma(h)$  (Clark 1979) lub semiwariogram (półwariogram). Semiwariogram  $\gamma(h)$  przedstawia zróżnicowanie wartości parametru w zależności od odległości  $h$  między punktami pomiarowymi i jest określony zależnością

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N (f_{1i} - f_{2i})^2 \quad (1)$$

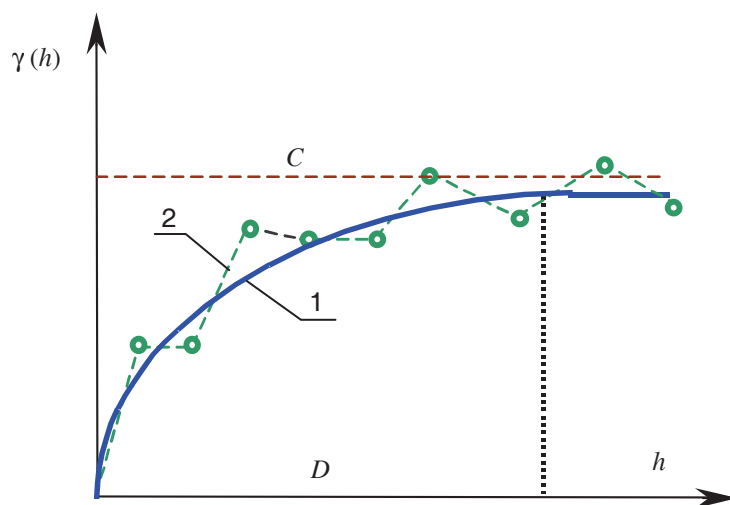
gdzie:

- $N$  – liczba par punktów pomiarowych dla dystansu  $h$ ,
- $f_{1i}, f_{2i}$  – wartości parametru w punktach pomiarowych wszystkich ( $i$ ) możliwych par dla dystansu  $h$ ,
- $h$  – dystans (odległość między punktami pomiarowymi).

Wartość semiwariogramu zależy od odległości między punktami pomiarowymi (parami punktów pomiarowych). W przypadku małych odległości między punktami przyjmuje ona małe wartości, ze wzrostem odległości między punktami w parach wartość semiwariogramu zwiększa się, aż do osiągnięcia wartości równej wariancji liczonej dla wartości średniej ze wszystkich punktów pomiarowych. Dystans odpowiadający tej wartości jest nazywany promieniem skorelowania  $D$  (zakresem wpły-

wu). Jest to największa odległość między punktami obszaru, dla której wartość parametru w jednym punkcie jest skorelowana z wartością w innym punkcie. Wewnątrz promienia skorelowania  $D$  (zakresu wpływu) są usytuowane wzajemne zależności wszystkich znanych wartości parametru w punktach pomiarowych obszaru.

Wykres zależności  $\gamma(h)$  – rysunek 1 – jest nazywany semiwariogramem eksperymentalnym. W celu wyznaczenia tego semiwariogramu, jest niepraktyczne wykreślanie jego wartości dla każdej pary punktów rejonu oddzielnie, dlatego odległości między punktami są dzielone na pewną liczbę przedziałów o jednakowej szerokości  $\Delta h$  zwanej odstępem jednostkowym. Wartości odległości między każdą parą punktów są przyporządkowane poszczególnym przedziałom. W rezultacie dla każdego przedziału uzyskuje się jeden punkt semiwariogramu eksperymentalnego o wartości wyznaczonej ze wszystkich par punktów, których odległości zawierały się wewnątrz danego przedziału. Matematycznym modelem semiwariogramu jest funkcja opisująca trend semiwariogramu eksperymentalnego (rys. 1).



**Rys. 1.** Semiwariogram eksperymentalny z dopasowanym matematycznym modelem semiwariogramu:  $h$  – dystans,  $D$  – promień skorelowania,  $C$  – wariancja, 1 – matematyczny model semiwariogramu, 2 – semiwariogram eksperymentalny

**Fig. 1.** Experimental semivariogram with adjusted mathematical model of a semivariogram:  $h$  – distance,  $D$  – correlation radius,  $C$  – variance, 1 – mathematical model of semivariogram, 2 – experimental semivariogram

## 2. KRIGING PUNKTOWY

Kriging jest metodą estymacji określoną tym terminem przez Matherona w 1963 roku od nazwiska Krige'a – pioniera tej metody. Kriging punktowy (David 1976) jest najprostszym rodzajem krigingu, którego podstawę stanowi założenie, że wartości pola losowego na danym obszarze są stacjonarne, nie podlegają zmianom w czasie. Takie założenie pozwala na szacowanie nieznannej wartości  $f$  pola w dowolnym jego punkcie  $p$ . Przyjmując liniowy typ estymatora, czyli średnią ważoną ze znanych wartości punktów pola, wartość estymatora  $f(p)$  oblicza się według zależności

$$f(p) = \sum_{i=1}^n w_i f_i \quad (2)$$

gdzie:

$f_i$  – znana wartość pola w punkcie  $i$ ;  $i = 1 \dots n$ ,  
 $w_i$  – waga wyznaczona dla punktu  $i$ .

Estymator liniowy jest najlepszy (optymalny), gdy wariancja jego szacowania jest najmniejsza. Z uwagi na to, że wyrażenie wariancji szacowania jest funkcją wag (Clark 1979), w celu jej minimalizacji należy ją zróżniczkować i przyrównać do zera

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial w_i} = 0; i = 1, 2 \dots n \quad (3)$$

Szacowanie jest nieobciążone, gdy wartości wag spełniają równanie

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (4)$$

Rozwiązując równania (3) i (4) otrzymuje się układ  $n + 1$  równań (Clark 1979):

$$\begin{aligned} w_1 \gamma(h_{11}) + w_2 \gamma(h_{12}) + \dots + w_n \gamma(h_{1n}) + \lambda &= \gamma(h_{1P}) \\ w_1 \gamma(h_{21}) + w_2 \gamma(h_{22}) + \dots + w_n \gamma(h_{2n}) + \lambda &= \gamma(h_{2P}) \\ \dots & \\ w_1 \gamma(h_{n1}) + w_2 \gamma(h_{n2}) + \dots + w_n \gamma(h_{nn}) + \lambda &= \gamma(h_{nP}) \\ w_1 + w_2 + \dots + w_n &= 1,0 \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie:

$\gamma(h_{ij})$  – wartość semiwariogramu dla dystansu  $h$  między znanymi wartościami w punktach  $i, j$ ,  
 $\gamma(h_{iP})$  – wartość semiwariogramu dla dystansu  $h$  między punktem  $i$  o wartości znanej a punktem  $P$ , którego wartość jest szacowana,  
 $\lambda$  – współczynnik Lagrange'a.

W rezultacie rozwiązania powyższego układu równań wyznacza się zestaw wag do równania (2), które spełniają warunek „Najlepszego Liniowego Nieobciążonego Estymatora” – nazywanego *BLUE* (*Best Linear Unbiased Estimator*). Obliczone wartości wag umożliwiają wyznaczenie, dla interpolowanego punktu obszaru, krigingową wariancję szacowania według zależności

$$\sigma_k^2 = w_1 \gamma(h_{1P}) + w_2 \gamma(h_{2P}) + \dots + w_n \gamma(h_{nP}) + \lambda \quad (6)$$

oraz krigingowe odchylenie standardowe szacowania

$$\sigma_k = \sqrt{\sigma_k^2} \quad (7)$$

### 3. GEOSTATYSTYCZNA ANALIZA ZMIENNOŚCI PARAMETRÓW WYTRZYMAŁOŚCIOWYCH SKAŁ

W celu wykonania geostatystycznej analizy rozkładu średniej wartości wytrzymałości na ściskanie  $R_c$ , określonej grubości pakietów skał stropowych pokładów, dla wszystkich punktów pomiarowych ustala się wartości współrzędnych Y i X (np. w układzie GOP II), identyfikujących położenie punktów pomiarowych na obszarze górniczym kopalni i przedstawia ich rozmieszczenie na tle granicy obszaru górniczego kopalni, wyznaczając granice rejonów położeniem skrajnych punktów pomiarowych na kierunkach N-S i E-W. Położenie punktów pomiarowych poza granicą obszaru górniczego kopalni może świadczyć o prowadzeniu przez kopalnię eksploatacji w rejonach pozyskanych od kopalń sąsiednich bądź w rejonach rezerwowych albo, że w analizie geostatystycznej wykorzystano punkty pomiarowe ustalone dla kopalni sąsiadującej z analizowanym rejonem. Dla rejonu kopalni poddanego analizie wykonuje się analizę statystyczną, obliczając: wartość średnią wytrzymałości na ściskanie  $R_c$ , odchylenie standardowe, zakres zmienności i współczynnik zmienności.

Na podstawie znanych wartości wytrzymałości  $R_c$ , dla rejonu poddanego analizie, w punktach o ustalonej lokalizacji sporządza się semiwariogram eksperymentalny. Wartości semiwariogramu eksperymentalnego oblicza się dla przedziałów o dobranej wartości odstepu jednostkowego. Liczbę przedziałów semiwariogramu wyznacza się dzieląc założoną największą wartość dystansu przez wartość szerokości odstepu jednostkowego, dobieraną tak, aby umożliwić najlepsze dopasowanie matematycznego modelu semiwariogramu.

Wartości semiwariogramów eksperymentalnych – wyznaczone dla pierwszego przedziału, określające lokalną (dla dystansu mniejszego od odstepu jednostkowego) zmienność losową wytrzymałości  $R_c$ , są niewielkie. Na tej podstawie przyjęto założenie, że wartość funkcji modelującej  $\gamma(h)$ , dla  $h = 0$ , będzie wynosić  $\gamma(h) = 0$ , tzn. że wartość wariancji  $C_o$  odpowiadająca „efektowi samorodków” wynosi 0. Stwierdzono, że semiwariogramy eksperymentalne dobrze modeluje funkcja wyrażona równaniem

$$\gamma(h) = C[1 - e^{-h/a}] \quad (8)$$

gdzie:

- $C$  – próg (wariancja prog), MPa<sup>2</sup>;
- $a$  – odległość, m.

Z matematycznego modelu semiwariogramu wynika, że najszybszy przyrost jego wartości następuje do uzyskania dystansu równego odległości  $a$ . Dalej, ze wzrostem dystansu między punktami pomiarowymi, przyrost wartości semiwariogramu ulega zmniejszeniu i dla wartości dystansu zbliżonego do  $4a$  stabilizuje się, dążąc asymptotycznie do wartości prog  $C$ . Dystans ten traktuje się jako promień skorelowania wszystkich par punktów. W związku z tym podczas sporządzania semiwariogramu eksperymentalnego i dopasowywania matematycznego modelu semiwariogramu obowiązuje zasada, aby największa wartość dystansu przewyższała promień skorelowania, tzn., aby funkcją modelującą semiwariogram objąć cały zakres autokorelacji parametru  $R_c$ .

Wraz z wykresem semiwariogramu eksperymentalnego i dopasowanego matematycznego modelu semiwariogramu przedstawia się wartości parametrów charakteryzujących semiwariogram, jak:

- próg (wariancja prog)  $C$ ,
- odległość  $a$ ,
- liczba par punktów tworzących semiwariogram eksperymentalny,
- maksymalny dystans semiwariogramu eksperymentalnego,
- odstęp jednostkowy  $\Delta h$  i liczba przedziałów,
- średnia wartość semiwariogramu eksperymentalnego  $\gamma_{sr}$  wyznaczona dla przedziału o szerokości równej promieniowi skorelowania.

Rozmiar analizowanego rejonu wyznacza się przez powiększenie na kierunkach N-S i E-W odległości wyznaczonej położeniem skrajnych punktów pomiarowych o wielkość równą odległości  $a$ , dla której wzajemna zależność między wartościami wytrzymałości  $R_c$  jest najsilniejsza. Interpolację średniej wartości wytrzymałości na ściskanie  $R_c$  trzymetrowego pakietu skał stropowych analizowanego rejonu wykonuje się, szacując wartości  $R_c$  dla punktów będących węzłami siatki interpolacyjnej o wymiarach dobieranych dla każdego rejonu indywidualnie tak, aby odległość między węzłami siatki była kilkakrotnie mniejsza od najmniejszej odległości między punktami pomiarowymi.

Mapa rozkładu interpolacji średniej wartości  $R_c$  analizowanego rejonu w układzie współrzędnych GOP II, wraz z naniesionym położeniem punktów pomiarowych i odpowiadającymi im wartościami wytrzymałości  $R_c$ , przedstawia w sposób jakościowy obraz pola średniej wytrzymałości  $R_c$ . Ilościową analizę rozkładu wykonuje się na wykresach skumulowanych, z których wynika jaka część (w ujęciu procentowym) analizowanego rejonu spełnia określoną wartość wytrzymałości  $R_c$ .

Dokładność szacowania średniej wartości wytrzymałości  $R_c$  określa krigingowa wariancja szacowania  $\sigma_k^2$  dana równaniem (6) lub krigingowe odchylenie standardowe szacowania  $\sigma_k$  według równania (7). Z uwagi na fakt, że wytrzymałość na ściskanie  $R_c$  oraz krigingowe odchylenie standardowe są wyrażane w tych samych jednostkach – MPa, to w celu wyznaczenia rozkładu  $R_c$  z zadaną wartością prawdopodobieństwa wystąpienia, dokładność szacowania średniej wartości wytrzymałości  $R_c$  jest przedstawiana za pomocą mapy interpolacji rozkładu krigingowego odchylenia standardowego szacowania  $\sigma_k$  i wykonana dla siatek interpolacyjnych o tych samych parametrach, jak przy interpolacji  $R_c$ .

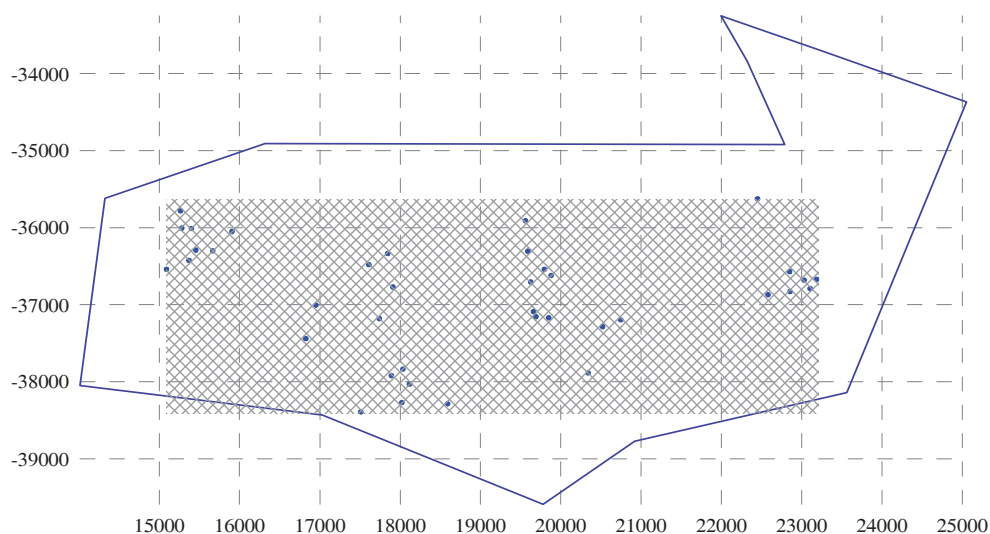
W punktach pomiarowych krigingowe odchylenie standardowe szacowania jest równe zero. Ze wzrostem odległości od punktów pomiarowych wartość błędu szacowania wytrzymałości wzrasta, aż do osiągnięcia wartości odchylenia standardowego wyznaczonego z wartości  $R_c$  wszystkich punktów pomiarowych rejonu. Krigingowe odchylenie standardowe szacowania przyjmuje małe wartości w pobliżu punktów pomiarowych, szczególnie w miejscach ich zagęszczenia.

Wartość krigingowego odchylenia standardowego  $\sigma_{sr}$ , odpowiadająca średniej wartości semiwariogramu eksperymentalnego  $\gamma_{sr}$  wyznaczonego dla promienia skorelowania, traktuje się jako parametr charakteryzujący przestrzenną zmienność rozkładu

średniej wartości  $R_c$  na analizowanym obszarze. Szacowana w dowolnym punkcie obszaru średnia wartość wytrzymałości  $R_c$  jako zmienna losowa podlega rozkładowi normalnemu, co po wyznaczeniu parametrów charakteryzujących rozkład – wartości średniej  $R_c$  i krigingowego odchylenia standardowego  $\sigma_k$ , pozwala na wyznaczenie prawdopodobieństwa zaistnienia wyniku szacowania w zadanym przedziale (Oktaba 1966). Z funkcji opisującej rozkład normalny wynika, że prawdopodobieństwo zaistnienia wartości większych od wartości średniej wynosi 50%. Stąd wprost można stwierdzić, że spodziewane średnie wartości wytrzymałości na ściskanie  $R_c$  pakietu skał stropowych mogą być większe od oszacowanych wartości średnich przedstawionych na interpolowanych rozkładach z prawdopodobieństwem 50%. Odejmując w węzłach siatki interpolacyjnej od szacowanych średnich wartości  $R_c$  odpowiadające im wartości krigingowych odchylen standardowych  $\sigma_k$ , według reguły *trzech sigma* (Niedokos 1990), wykonuje się mapę interpolacji rozkładu granicy  $(R_c - \sigma_k)$ , powyżej której wartości wytrzymałości na ściskanie  $R_c$  pakietu skał stropowych pokładu są spodziewane z prawdopodobieństwem 84%. Interpolacje rozkładu granicy  $(R_c - \sigma_k)$  przedstawia się razem z izolacją wyznaczającą obszar, gdzie błąd szacowania jest mniejszy od wartości  $\sigma_{sr}$  charakterystycznej dla analizowanego rejonu.

#### 4. PRZYKŁAD GEOSTATYSTYCZNEJ ANALIZY WYTRZYMAŁOŚCI NA ŚCISKANIE $R_c$ TRZYMETROWYCH PAKIETÓW SKAŁ STROPOWYCH

Do geostatystycznej analizy rozkładu wytrzymałości na ściskanie  $R_c$  trzymetrowych pakietów skał stropowych wybrano, przedstawiony na rysunku 2, rejon należący do obszaru górniczego kopalni „Piast”.



**Rys. 2.** Położenie punktów pomiarowych w stropie pokładu 207 na tle obszaru górniczego kopalni „Piast”

**Fig. 2.** Position of measurement points in the roof of seam 207 against the background of the mining area of the “Piast” colliery

**Kopalnia „Piast” – skały stropowe pokładu 207**

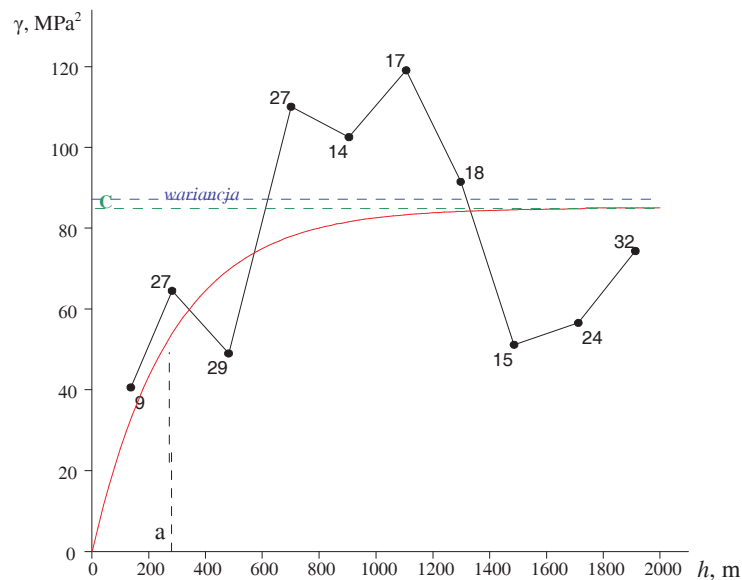
Analizowany rejon obejmował 38 punktów pomiarowych, których usytuowanie w stosunku do granic obszaru górniczego kopalni „Piast” przedstawiono na rysunku 2.

Analizę statystyczną wartości wytrzymałości  $R_c$ , obliczonych dla punktów pomiarowych analizowanego rejonu, przedstawiono w tabelicy 1.

**Tablica 1.** Analiza statystyczna wartości wytrzymałości  $R_c$  stropu pokładu 207 w analizowanym rejonie KWK Piast

Kopalnia „Piast” – strop pokładu 207	
Średnia	23,5 MPa
Odchylenie standardowe	9,3 MPa
Wariancja	87,2 MPa <sup>2</sup>
Współczynnik zmienności	0,40
Zakres zmienności	36,2 MPa

Semiwariogram eksperymentalny sporządzono, przyjmując, że szerokość odstepu jednostkowego wynosi 200 m i obliczając wartości semiwariogramu eksperymentalnego dla 10 przedziałów, do maksymalnej wartości dystansu 2000 m. Z 38 punktów utworzono łącznie 212 pary. Do semiwariogramu eksperymentalnego dopasowano matematyczny model semiwariogramu opisany funkcją  $\gamma(h) = C[1 - e^{-h/a}]$ , gdzie próg  $C = 85 \text{ MPa}^2$ , odległość  $a = 280 \text{ m}$ . Średnia wartość semiwariogramu eksperymentalnego, wyznaczona dla przedziału określonego promieniem skorelowania, wynosiła  $\gamma_{sr} = 46,5 \text{ MPa}^2$ , co odpowiadało  $\sigma_{sr} = 6,8 \text{ MPa}$ . Semiwariogram eksperymentalny z naniesioną liczbą par punktów użytych do jego konstrukcji oraz dopasowanym matematycznym modelem semiwariogramu przedstawiono na rysunku 3.

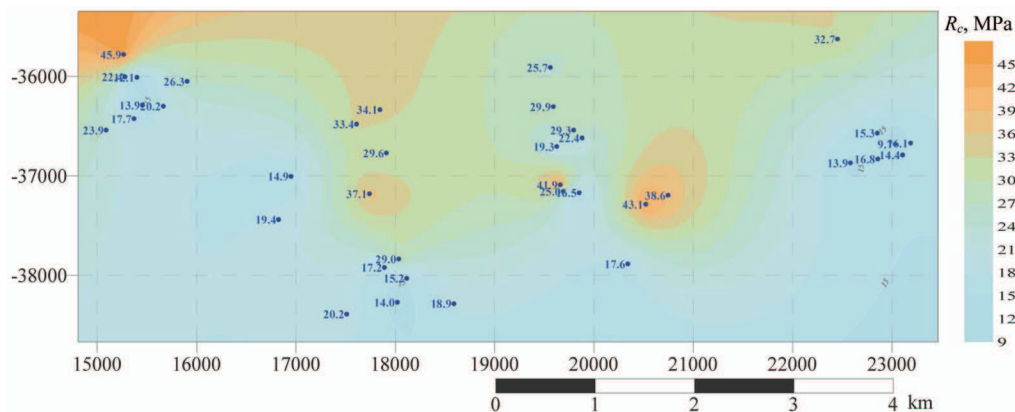


**Rys. 3.** Semiwariogram eksperymentalny i dopasowany matematyczny model semiwariogramu opisany funkcją  $\gamma(h) = C[1 - e^{-h/a}]$  dla danych pomiarowych ze stropu pokładu 207 kopalni „Piast”

**Fig. 3.** Experimental semivariogram and adjusted mathematical model of semivariogram described by the function  $\gamma(h) = C[1 - e^{-h/a}]$  for measurement data from the roof of seam 207 from the “Piast” colliery



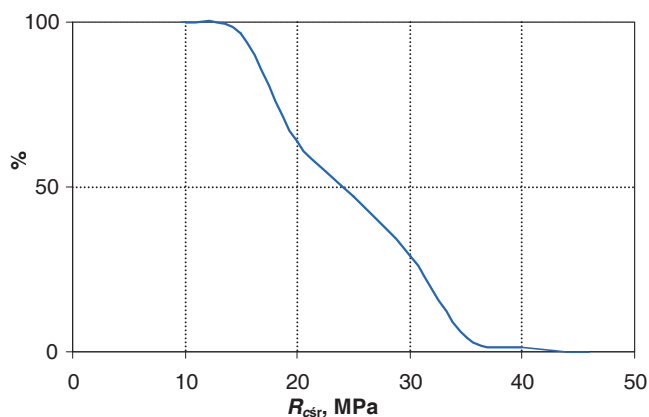
Rozmiary rejonu poddanego interpolacji zostały wyznaczone, na kierunkach N-S i E-W, przez powiększenie odległości wyznaczonych położeniem skrajnych punktów pomiarowych o wielkość równą  $a$  i wynosiły odpowiednio na kierunkach: N-S – 3325 m, W-E – 8655 m. Interpolację średniej wartości wytrzymałości na ściskanie  $R_c$  trzymetrowego pakietu skał stropowych wykonano szacując wartości  $R_c$  dla 20 000 punktów będących węzłami siatki interpolacyjnej o wymiarach  $100 \times 200$  (rys. 4).



Rys. 4. Interpolacja rozkładu wytrzymałości na ściskanie  $R_c$  trzymetrowego pakietu skał stropowych pokładu 207 kopalni „Piaśń”

Fig. 4. Interpolation of the compressive strength  $R_c$  distribution of a 3-meter roof rock batch of seam 207 from the “Piaśń” colliery

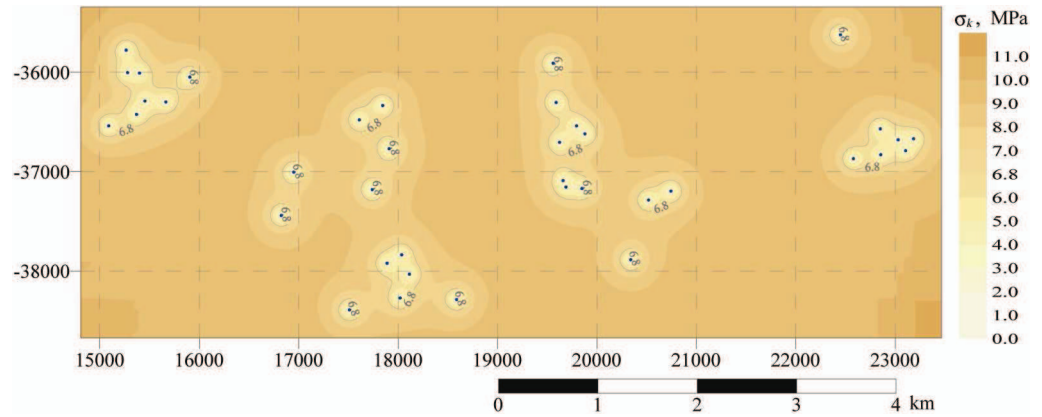
Powierzchnia rejonu poddanego analizie wynosiła  $28,78 \text{ km}^2$ . Wytrzymałość na ściskanie przyjmowała wartości większe od 15 MPa na 96,7% analizowanego rejonu. Pełną ilościową analizę rozkładu średniej wartości wytrzymałości na ściskanie  $R_c$  w odniesieniu do wielkości powierzchni rejonu przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5. Ilościowa analiza rozkładu wytrzymałości na ściskanie  $R_c$  trzymetrowego pakietu skał stropowych pokładu 207 kopalni „Piaśń”

Fig. 5. Quantitative analysis of compressive strength  $R_c$  distribution of a 3-meter roof rock batch of seam 207 from the “Piaśń” colliery

Dokładność szacowania wartości wytrzymałości  $R_c$  została określona przez interpolację rozkładu kringingowego odchylenia standardowego  $\sigma_k$  i wykonana dla węzłów siatki interpolacyjnej o tych samych parametrach, jak przy interpolacji  $R_c$  i przedstawiona na rysunku 6. Na mapie rozkładu opisano izolinie odpowiadającą wartości  $\sigma_{sr} = 6,8$  MPa.

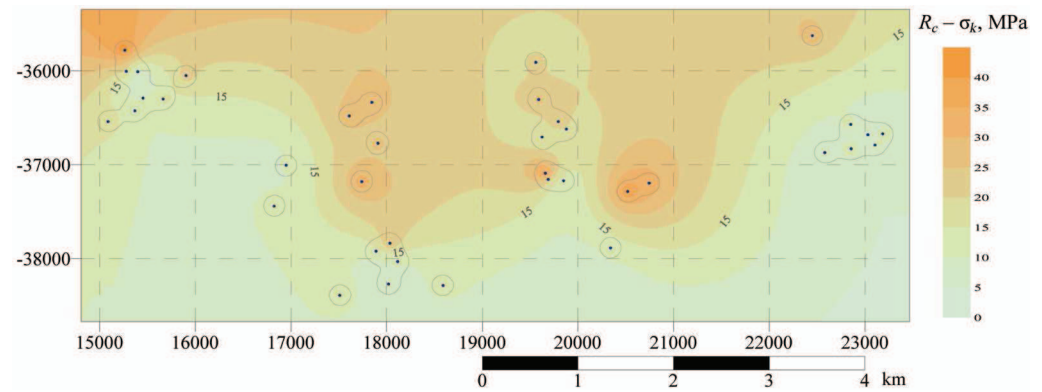


**Rys. 6.** Interpolacja rozkładu kringingowego odchylenia standardowego  $\sigma_k$  szacowania wytrzymałości na ściskanie  $R_c$  trzymetrowego pakietu skał stropowych pokładu 207 kopalni „Piaś”

**Fig. 6.** Interpolation of kriging standard deviation  $\sigma_k$  deviation of compressive strength  $R_c$  estimation of a 3-meter roof rock batch of seam 207 from the “Piaś” colliery

Powierzchnia obszaru, gdzie wartość błędu szacowania nie przekraczała  $\sigma_{sr}$ , wynosiła  $1,67 \text{ km}^2$ , co stanowi  $5,8\%$  całego poddanego analizie rejonu, a w przeliczeniu na jeden punkt pomiarowy – średnio  $0,04 \text{ km}^2$ .

Granice przedziału wytrzymałości ( $R_c - \sigma_k$ ), powyżej której, z prawdopodobieństwem  $84\%$ , mogą się znajdować wartości wytrzymałości na ściskanie  $R_c$  trzymetrowego pakietu skał stropowych pokładu 207 przedstawiono na rysunku 7.



**Rys. 7.** Interpolacja rozkładu granicy ( $R_c - \sigma_k$ ) powyżej której, z prawdopodobieństwem  $84\%$ , znajdują się wartości średniej wytrzymałości na ściskanie  $R_c$  trzymetrowego pakietu skał stropowych pokładu 207 kopalni „Piaś”

**Fig. 7.** Interpolation of the distribution boundary ( $R_c - \sigma_k$ ) above which, with a  $84\%$  probability, are the values of average compressive strength  $R_c$  of a 3-meter roof rock batch of seam 207 from the “Piaś” colliery

Z mapy interpolowanego rozkładu wynika, że na 50,2% powierzchni poddanego analizie rejonu można oczekiwać wartości wytrzymałości na ściskanie większej od 15 MPa, z prawdopodobieństwem 84%. Uwidoczniony przebieg izoliny o wartości odpowiadającej  $\sigma_{sr}$  określa dokładność rozpoznania.

## PODSUMOWANIE

Wyznaczony semiwariogram eksperymentalny i dopasowany do niego matematyczny model semiwariogramu pozwala, przy zastosowaniu geostatystycznej analizy rozkładu wytrzymałości na ściskanie  $R_c$  metodą krigingu punktowego, na sporządzenie dla rejonu poddanego analizie:

- mapy interpolacji rozkładu wytrzymałości na ściskanie  $R_c$  pakietów skał stropowych pokładu, a na tej podstawie ilościowej analizy w rozpatrywanym rejonie rozkładu  $R_c$ ,
- mapy interpolacji rozkładu krigingowego odchylenia standardowego  $\sigma_k$  określającego dokładność szacowania wartości  $R_c$ ,
- mapy interpolacji rozkładu granicy ( $R_c - \sigma_k$ ), powyżej której, z prawdopodobieństwem 84%, znajduje się szacowana wartość  $R_c$ .

Analiza semiwariogramów umożliwiła określenie zakresu przestrzennego zróżnicowania wytrzymałości  $R_c$  stropów pokładów węglowych zarówno pod względem stratygraficznym, jak i terytorialnym.

Geostatystyczna analiza, metodą krigingu punktowego, rozkładu średniej wartości wytrzymałości na ściskanie  $R_c$  trzymetrowych pakietów skał stropowych w analizowanym rejonie pozwoliła na sformułowanie wniosków:

- na kształt i dokładność szacowania przestrzennego rozkładu wartości  $R_c$  ma wpływ gęstość i równomierność opróbowania analizowanego rejonu,
- ilościową analizę rozkładu  $R_c$  i  $\sigma_k$  oraz wnioskowanie, co do wymaganej liczby dodatkowych punktów pomiarowych i ich lokalizacji w rejonie, umożliwiają przestrzenne mapy rozkładu wytrzymałości  $R_c$  i błędu szacowania  $\sigma_k$ .

## Literatura

1. Clark I. (1979): Practical Geostatistics. London, Applied Sc. Publ.
2. David M. (1976): The practice of kriging. Advanced Geostatistics in the Mining Industry. Dordrecht-Holand, D. Reidel Publishing Company.
3. Dzedzej C., Kotulski L. (1990): Geostatystyczna analiza zmienności parametrów jakościowych węgla i grubości pokładu 405 w kopalni „Staszic”. Prace GIG III konf. nt. Postęp naukowy i techniczny w geologii górniczej węgla kamiennego.
4. Gawryś J. (2004): Analiza własności stropów pokładów węglowych GZW pod kątem możliwości stosowania w wyrobiskach korytarzowych samodzielnej obudowy kotwiowej. Katowice, GIG.
5. Kokesz Z., Nieć M. (1992): Metody geostatystyczne w rozpoznawaniu i dokumentowaniu złóż oraz w ochronie środowiska. Studia i Rozprawy 19. Kraków, Wydaw. IGSMiE PAN.
6. Kokesz. Z. (1990): Struktura zmienności parametrów wybranych pokładów węgla z KWK Kazimierz-Juliusz. Gospodarka Surowcami Mineralnymi nr 6/1.

7. Namysłowska-Wilczyńska B. (1993): Zmienność złóż rud miedzi na monoklinie przedsudeckiej w świetle badań geostatystycznych. Prace Naukowe Instytutu Geotechniki i Hydrotechniki Politechniki Wrocławskiej 64, Seria: Monografie 21. Wrocław, Wydaw. Politechniki Wrocławskiej.
8. Niedokos E. (1990): Zastosowania rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. Warszawa, PWN.
9. Oktaba W. (1966): Elementy statystyki matematycznej i metodyka doświadczalnictwa. Warszawa, PWN.
10. Urbański J. (1997): Zrozumieć GIS. Analiza informacji przestrzennej. Warszawa, PWN.
11. Usowicz B. (1999): Zastosowanie analizy geostatystycznej i teorii fraktali w badaniach dynamiki wilgotności w profilu glebowym na polach uprawnych. Acta Agrophysica.

**Recenzent:** doc. dr hab. inż. Jan Drzewiecki