WYBRANE PROBLEMY INŻYNIERSKIE
NUMER 2
INSTYTUT AUTOMATYZACJI PROCESÓW TECHNOLOGICZNYCH
I ZINTEGROWANYCH SYSTEMÓW WYTWARZANIA

Wacław BANAŚ*, Gabriel KOST, Andrzej NIERYCHLOK

Instytut Automatyzacji Procesów Technologicznych i Zintegrowanych Systemów Wytwarzania, Politechnika Śląska, Gliwice
* waclaw.banas@polsl.pl

BADANIE HYBRYDOWEGO UKŁADU NAPĘDOWEGO WG STABILNOŚCI LAPUNOWA

Streszczenie: W pracy przedstawiono model pojazdu kołowego o napędzie hybrydowym zbudowanym w oprogramowaniu MATLAB/Simulink. W modelu przyjęto założenia sterowania silnikiem spalinowym jako maszyną napędzającą pojazd kołowy i generator elektryczny. Takie podejście wymaga zbadania stabilności układu napędowego, w którym silnik spalinowy raz będzie napędzał tylko i wyłącznie generator elektryczny, zaś w innym przypadku tylko i wyłącznie pojazd kołowy. Sprawa komplikuje się jeszcze bardziej w chwili wspomagania silnika elektrycznego silnikiem spalinowym (synergia energii). Dlatego w pracy podjęto próbę opisu układu napędowego pojazdu kołowego równaniami różniczkowymi, a następnie zbadania stabilności takiego układu w sensie Lapunowa.

1. Wstęp

Samo pojęcie stateczności związane jest z zachowaniem się układu fizycznego w chwili gdy stan ustalony pracy tego układu zostaje w pewien sposób zaburzony. Stanem ustalonym układu przyjęto nazywać taki stan, w którym układ pozostaje w położeniu równowagi lub porusza się po przyjętych trajektoriach równowagi. W zależności od tego jaki skutek wywołany jest poprzez zaburzenie stanu ustalonego, można określić stan ustalony jako stateczny lub niestateczny. Skutek niewielkich zaburzeń stanu ustalonego powszechnie przyjmuje się jako kryterium stateczności lokalnej [1,2,4,6].

Za twórcę badania stabilności równań różniczkowych uważany jest Lapunow. W swojej pracy Lapunow przedstawił sposób rozpatrywania stabilności z wykorzystaniem dwóch odrębnych metod. Metoda pierwsza, pośrednia zakłada, że znana jest postać jawna rozwiązania, stosowana do nielicznych zagadnień. Metoda druga, bezpośrednia, odznacza się dużym stopniem ogólności i skuteczności. Najważniejszą zaletą metody bezpośredniej jest to, że nie wymaga się znajomości rozwiązania równania różniczkowego [1,2,4,6].

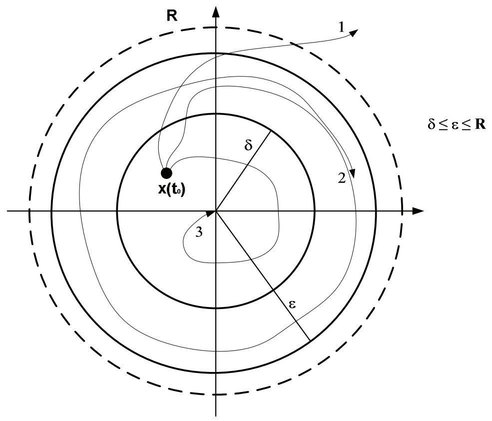
Druga metoda Lapunowa (bezpośrednia) bada stabilność układu za pomocą skalarnej funkcji stanu $V(x)$. Funkcja $V(x)$ nazywana jest funkcją Lapunowa jeżeli spełnia następujące warunki:

- $V(x)$ musi być dodatnia
- $V(x)$ przyjmuje tylko zero tylko w początku układu współrzędnych,

- $V(x)$ obliczana wzdłuż badanej trajektorii musi maleć w miarę posuwania się x wzdłuż tej trajektorii, czyli $\dot{V}(x)$ musi być ujemna.

Twierdzenie o stabilności wg Lapunowa można sformułować następująco (rys.1) [1,2,4,6]:

- stan równowagi jest stabilny jeżeli dla każdego promienia ε istnieje pewien promień δ, taki, że jeżeli pewna trajektoria startuje z punktu $x(t_0)$, znajdującego się wewnątrz obszaru hipersferycznego w promieniu δ, to będzie ona potem stale pozostawać w obszarze hipersferycznym ε,
- stan równowagi jest asymptotycznie stabilny, jeżeli każda trajektoria startująca z wnętrza pewnego obszaru hipersferycznego jest zbieżna do punktu $0\ dla\ t \to \infty$,
- układ jest niestabilny, gdy dla dowolnie dużego ε wewnątrz obszaru R i pewnego dowolnie małego δ istnieje zawsze taki punkt początkowy $x(t_0)$, dla którego trajektoria wychodzi poza granice hipersfery o promieniu ε.



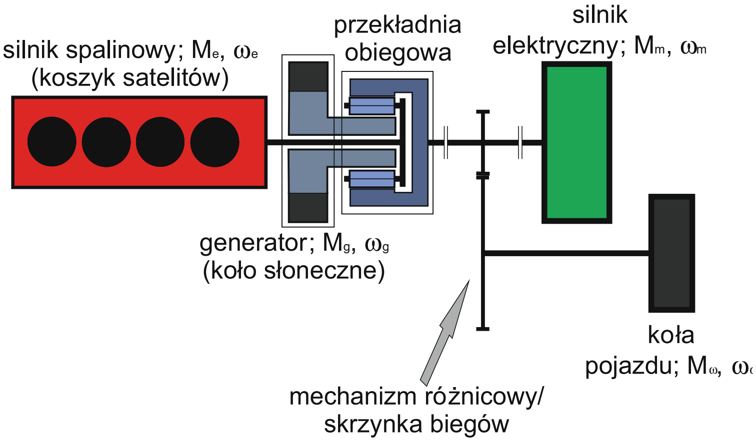
Rys.1. Ilustracja definicji stabilności w sensie Lapunowa: $x(t_0)$ - punkt początkowy (warunki początkowe), 0 – punkt równowagi, 1 – trajektoria układu niestabilnego, 2 – trajektoria układu stabilnego, 3 – trajektoria układu asymptotycznie stabilnego.
Fig. 1. Illustration of the definition of stability in the sense of Laypunov: $x(t_0)$ – starting point (initial conditions), 0 – point of balance, 1 – trajectory of an unstable system, 2 – trajectory of a stable system, 3 – trajectory of the system asymptotically stable system.

2. Badania własne

W pojazdach kołowych o napędzie hybrydowym jednostkami napędowymi są: silnik spalinowy i silnik elektryczny. Sterowanie pracą zarówno silnika elektrycznego jak i silnika spalinowego realizowane jest w sposób automatyczny. Dlatego w algorytmie sterowania napędem hybrydowym należy uwzględnić regulację automatyczną obu jednostek napędowych.

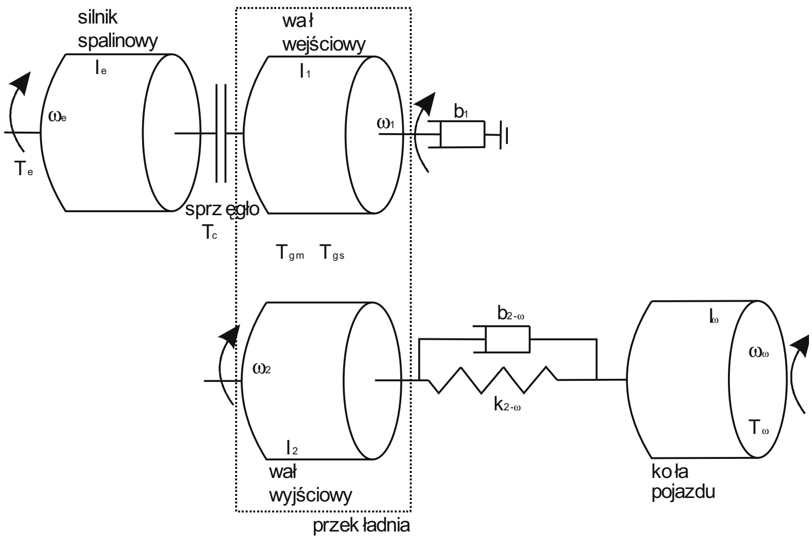
Na rys.2 przedstawiono schemat hybrydowego układu napędowego. Każdy hybrydowy układ napędowy składa się z źródła energii pierwotnej (w pracy jest to silnik spalinowy), silnika trakcyjnego napędzającego pojazd kołowy oraz przekładni mechanicznej. W razie stosowania silnika spalinowego i silnika elektrycznego wymaga się także zastosowania generatora elektrycznego napędzanego za pomocą silnika spalinowego. Stosowanie przekładni obiegowej pozwala na synergię mocy pochodzącej zarówno z silnika elektrycznego jak i silnika spalinowego.

W niniejszej pracy skupiono się na analizie badania stabilności układu kinematycznego złożonego z silnika spalinowego, przekładni mechanicznej, półosi napędowych oraz kół pojazdu (rys.3).



Rys.2. Schemat hybrydowego układu napędowego pojazdu kołowego.
Fig. 2. Diagram of the hybrid powertrain.

Model matematyczny układu kinematycznego pojazdu kołowego złożony jest z silnika napędowego, sprzęgła, układu przeniesienia napędu, oraz osi napędowych. Schemat (rys. 3) przedstawia poglądowy układ kinematyczny pojazdu kołowego.



Rys.3. Struktura blokowa układu kinematycznego napędu spalinowego.
Fig. 3. The structure of the kinematic system block of the drivetrain.

$$I_e \cdot \dot{\omega}_e = T_e - T_c \tag{1}$$
$$I_1 \cdot \dot{\omega}_1 = -b_1^2 \cdot \dot{\omega}_1 + T_c - T_{g(m)} \tag{2}$$
$$I_2 \cdot \dot{\omega}_2 = T_{g(s)} - T_{2\omega} \tag{3}$$
$$I_\omega \cdot \dot{\omega}_\omega = T_{2\omega} - T_\omega \tag{4}$$
$$\dot{\theta}_{2\omega} = \omega_2 - \omega_\omega \tag{5}$$

gdzie:
I_e - moment bezwładności silnika spalinowego, $\dot{\omega}_e$ - pochodna prędkości kątowej po czasie, T_e - wielkość oporów ruchu występujących w silniku spalinowym, T_c - opory ruchu związane ze sprzęgłem, $T_{g(m)}$, $T_{g(s)}$ - momenty oporów związane ze przekładnią,

W celu badania stabilności układu kinematycznego pojazdu kołowego należy utworzyć funkcję Lapunowa, która – w równaniach nieliniowych – wygląda następująco [2]:

$$V = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} A_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{k=1}^{m} B_k \cdot \int_0^{x_k} f_k(u)du \tag{6}$$

przy czym współczynniki A_{ij} i B_k dobiera się tak, by uzyskać V dodatnie określone.

W celu redukcji nieliniowości przyjęto pewne uproszczenia w równaniach (1-5). Do opisu równań ruchu posłużono się równaniem Lagrange'a:

$$L = \frac{1}{2} I_e \cdot \dot{\omega}_e^2 + \frac{1}{2} I_z \cdot \dot{\omega}_z^2 = 0 \tag{7}$$

gdzie:
I_z – zredukowany moment na wał silnika,
$\dot{\omega}_z$ – zredukowana pochodna prędkości na wał silnika.

Następnie zdefiniowano funkcję Lapunowa zgodnie z równaniem (6), podstawiając za $\dot{\omega}_e^2 = \dot{\omega}_z^2 = x_1$:

$$V = \frac{1}{2} x_1^2 \tag{8}$$

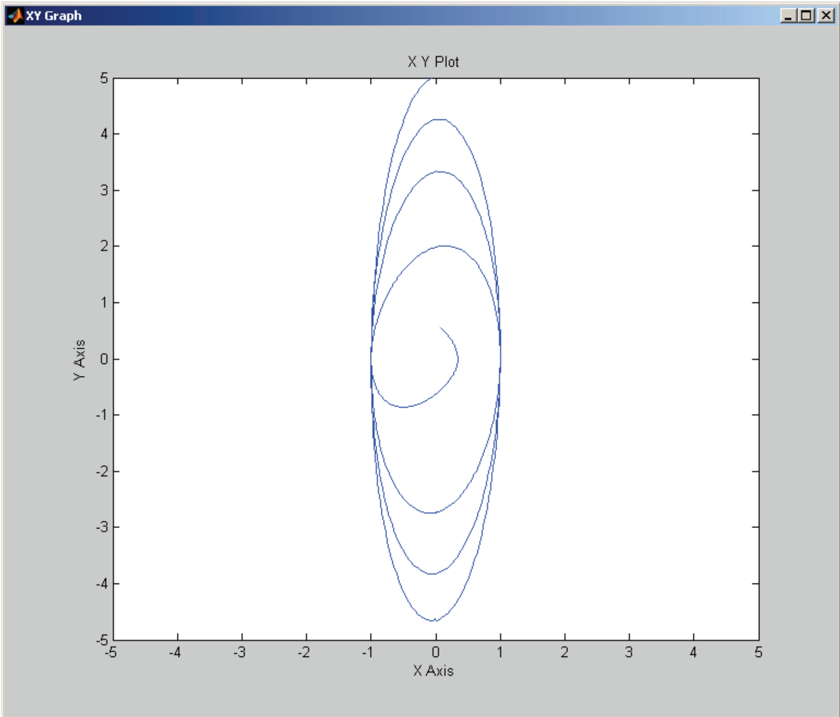
Funkcja jest dodatnio określona, a pochodna funkcji Lapunowa wynosi:

$$\dot{V} = x_1 \cdot \dot{x}_1 \tag{9}$$

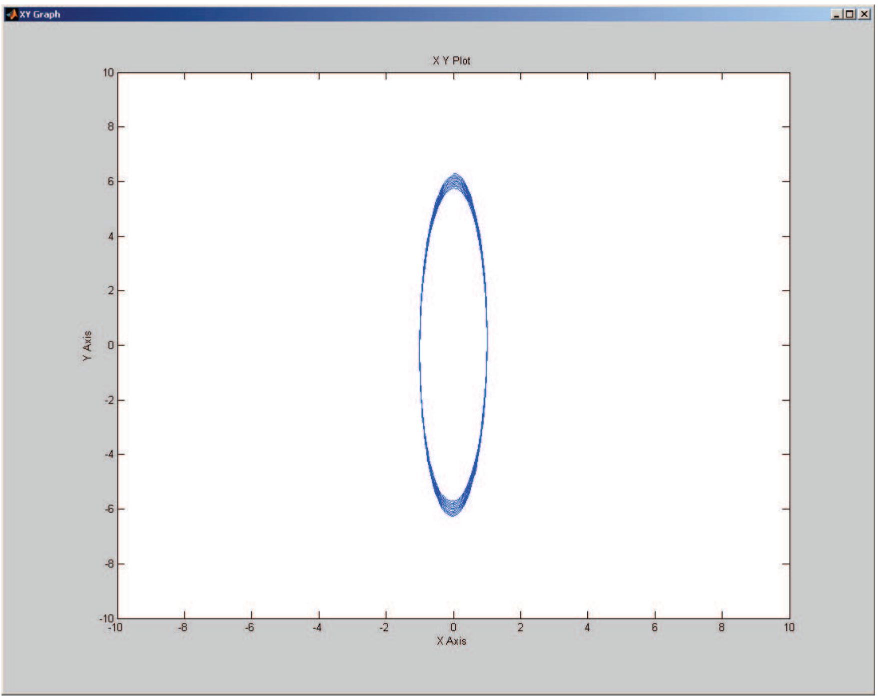
$$\dot{V} = x_1 \left(\frac{1}{2} I_e \cdot x_1 + \frac{1}{2} I_z \cdot x_1 \right) \tag{10}$$

Wyrażenie jest ciągłe, więc układ jest stabilny.

Na rys. 4 oraz rys. 5 przedstawiono badany układ zbudowany i zasymulowany w oprogramowaniu MATLAB/Simulink. Rys. 4 przedstawia układ regulacji silnika spalinowego, w którym pod wypływem działania sił zewnętrznych, układ nie powraca do punktu równowagi. Silnik spalinowy w takim przypadku pracuje niestabilnie, trajektoria funkcji wychodzi poza obszar stabilności (ciągle narastając). W przypadku drugim (rys. 5) uwzględniono w badanym modelu funkcję Lapunowa. Układ pracuje stabilnie, nie wychodząc poza granicę przyjętego obszaru hipersferycznego ε.



Rys.4. Wyniki symulacji – system niestabilny (X Axis – przemieszczenie, Y Axis – prędkość).
Fig.4. Simulink results – unstable system (X Axis – displacement, Y Axis – velocity).



Rys.5. Wyniki symulacji – system stabilny (X Axis – przemieszczenie, Y Axis – prędkość).
Fig.6. Simulink results – stable system (X Axis – displacement, Y Axis – velocity).

3. Podsumowanie

W pracy przedstawiono badanie stabilności układu napędowego pojazdu kołowego. W układach napędowych do odtwarzania prędkości kątowej stosowane są odpowiednie obserwatory prędkości. W każdym układzie napędowym może zaistnieć wystąpienie pewnych punktów niestabilności w procesie sterowania. Dodatkowo sterowanie pojazdu kołowego uwzględnia rodzaj napędu i układ kinematyczny pojazdu. Czynniki te w pewnym stopniu przedstawiono w pracy. W obliczeniach uwzględniono tylko niektóre z nich, przyjmując pozostałe parametry jako stałe. Przedstawiono układ kinematyczny ruchu pojazdu kołowego oraz dokonano prostych przekształceń matematycznych w celu uproszczenia aparatu matematycznego. Wyznaczono funkcję Lapunowa. Stwierdzono, że przedstawione równanie różniczkowe ma rozwiązanie stabilne. Stabilność rozwiązania została potwierdzona poprzez symulację modelu układu kinematycznego napędu hybrydowego pojazdu kołowego w oprogramowaniu MATLAB/Simulink. Wynika z tego, że układ sterowania pracą silnika spalinowego i całego układu kinematycznego pojazdu kołowego został zaprojektowany prawidłowo.

Literatura

1. Bogusz W.: Stateczność techniczna. Warszawa: WNT, 1972.
2. Luft M., Łukasik Z.: Podstawy teorii sterowania. Radom: Politechnika Radomska, 2007.
3. Szklarski L.: Wybrane zagadnienia dynamiki układów napędowych. Kraków: AGH, 1973.
4. La Salle J.: Zarys teorii stabilności Lapunowa i jego metody bezpośredniej. Warszawa: WNT, 1966.
5. Busłowicz M.: Odporna stabilność układów dynamicznych liniowych stacjonarnych z opóźnieniami. Białystok: Politechnika Białostocka, 2000.
6. Demidowicz B.: Matematyczna teoria stabilności. Warszawa: WNT, 1972

TESTING THE HYBRID POWERTRAIN BY LYAPUNOV'S STABILITY THEORY

Summary: The paper presents a model of a hybrid wheeled vehicle built in the Matlab/Simulink software. In the model controlling by a combustion engine as a driving unit of wheeled vehicle and an electric generator were assumed. Such approach requires an examination of the stability of the propulsion system for which an internal combustion engine will power once and only an electric generator, while in other case only the wheeled vehicle. The case is more complicated when the electric motor is supported by the combustion engine (Synergy Energy). Therefore, the study attempts to describe the propulsion system of a wheeled vehicle by differential equations and then to examine the stability of such system in the sense of Lyapunov's theory were undertaken.