

Andrzej Nierobisz

BADANIA MODELOWE DYNAMICZNEJ ODPORNOŚCI KOTWI

Streszczenie

W polskich kopalniach rud miedzi rejestruje się kilka tysięcy zjawisk sejsmicznych rocznie. Są to wstrząsy o energii dochodzącej do 10^9 J. W większości przypadków po zaistniałych wstrząsach nie stwierdza

się widocznych zmian w stropie i obudowie. Obserwuje się jednak szereg niekorzystnych zjawisk będących skutkami wstrząsów. Mając na uwadze powyższe w Głównym Instytucie Górnictwa rozpoczęto badania nad dostosowaniem obudowy kotwiowej do warunków wzmożonej aktywności sejsmicznej górotworu [10].

Dostępne informacje z zakresu teorii stateczności dynamicznej konstrukcji oraz zagraniczne wyniki badań kotwi pozwalają na stwierdzenie, że dynamiczna charakterystyka wytrzymałościowa kotwi różni się od charakterystyki statycznej. W niniejszym opracowaniu dokonano analizy wytrzymałości dynamicznej kotwi z wykorzystaniem modelu obciążenia wywołanego udarem spadającej masy oraz opracowano założenia i skale podobieństwa do badań modelowych. Przeprowadzone obliczenia spodziewanych wartości sił dynamicznych były podstawą do zaprojektowania stoiska do badań kotwi wykonanych w skali geometrycznej 1:2. Opisano przeprowadzone badania, wykonano ich analizę oraz przedstawiono wnioski, które można streścić w sposób następujący:

1. Rozbieżności między statycznymi a dynamicznymi parametrami wytrzymałościowymi kotwi wynikają z następujących zjawisk:
 - przy zwiększaniu prędkości obciążenia następuje zmiana granicy plastyczności i wytrzymałości; dynamiczna granica plastyczności i wytrzymałości jest większa od statycznej,
 - nagłe naprężenia o wartości przekraczającej statyczną wytrzymałość doraźną powodują zniszczenie materiału dopiero po upływie określonego czasu, odkształcenia i naprężenia w dynamicznie obciążonym ustroju zależą od sprężystej jego podatności i stopni swobody układu,
 - naprężenia i odkształcenia rozchodzą się w postaci fal.
2. Badania modelowe w skali 1:2 pozwoliły na zmierzenie wartości sił dynamicznych występujących w czasie obciążania kotwi ekspansyjnych typu KSpn-18 udarem spadającej masy w fazie odkształceń sprężystych i plastycznych. W warunkach naturalnych jedna kotew rozprężna podwiesza górotwór o masie około 4 ton. Ważniejsze wyniki badań modelowych dla przypadku zniszczenia podkładki przy pierwszym udarze, przeniesione na powyższe kotwie w skali 1:1 wynosiłyby:
 - masa spadająca – 4077 kg,
 - wysokość udaru – 0,3 m,
 - energia kinetyczna udaru – 12 kJ,
 - siła dynamiczna udaru – 384 kN.
3. Systematyczne obciążenia udarowe kotwi w wyniku wstrząsów lub robót strzałowych w kopalniach rud miedzi, prowadzonych w niewielkiej odległości od tychże kotwi, powodują kumulowanie się odkształceń plastycznych, w efekcie kotwie rozprężne są szczególnie podatne na zerwanie. Przykładami występowania takiego zjawiska są przypadki zerwania kotwi przy opadaniu skał stropowych o grubości zaledwie kilkudziesięciu centymetrów, których ciężar przypadający na jedną kotew jest niewspółmiernie mały.
4. Powyższe wyniki badań modelowych wymagają weryfikacji za pomocą badań w skali 1:1.

Model tests of bolt dynamic resistance

Summary

In Polish copper mines annually several thousand of seismic phenomena are recorded. These are tremors with energy reaching 10^9 J. In the majority of events after occurred tremors visible changes as concerns the roof and support have not been ascertained. However, one observes a number of unfavourable phenomena being the effects of tremors. Considering the above-mentioned fact, at the Central Mining Institute investigations relating to the adaptation of roof bolting to conditions of increased seismic activity of the rock mass were started.

Owing to available information with respect to the theory of the dynamic stability of construction and the results of foreign investigations relating to bolts, it is possible to ascertain that the strength dynamic characteristic of bolts differs from the static characteristic. In the present article an analysis of the dynamic strength of bolts was carried out, using the model of load caused by the impact of falling mass, moreover, assumptions and similarity scales to model tests were worked out. The carried out calculations of anticipated values of dynamic forces constituted the basis to design a stand for bolt testing, performed on a geometric scale equal to 1:2. The carried out investigations were described; one has prepared their analysis and has presented conclusions, which can be summarized as follows:

The discrepancy between static and dynamic strength characteristics of bolts result from the following phenomena:

- when increasing the load velocity, a change of the limit of plasticity and strength follows, the dynamic plasticity and strength limit is higher than the static one,
- sudden stresses of value exceeding the immediate static strength cause the destruction of the material only after a determined time, the deformations and stresses in a dynamically loaded structure depend on its elastic flexibility and degrees of structure freedom,
- stresses and deformations propagate in the form of waves.

Model tests on a 1:2 scale enabled to measure the values of dynamic forces occurring during the loading of expansive bolts of KSpn-18 type by the impact of falling mass in the phase of elastic and plastic deformations. In natural conditions one expansive bolt suspends rock mass of about 4 tons of mass. The results of model tests of major importance in the case of destruction of the washer during the first impact, transmitted to the above-mentioned bolts on a 1:1 scale, would amount to:

- falling mass – 4077 kg,
- impact height – 0.3 m,
- impact kinetic energy – 12 kJ,
- impact dynamic force – 384 kN.

Systematic impact loads of bolts as a result of tremors and blasting operations in copper ore mines conducted not far away from these bolts cause accumulation of plastic deformations; the result is that expansive bolts are particularly susceptible to break. Examples of occurrence of such a phenomenon constitute cases of bolt break in the event of fall of roof rocks with thickness of merely of several dozen of centimetres, the weight of which per one bolt is incommensurably low.

The above-mentioned results require verification by means of tests on a 1:1 scale.

1. WPROWADZENIE

W polskich kopalniach rud miedzi rejestruje się kilka tysięcy zjawisk sejsmicznych rocznie. Są to wstrząsy o energii dochodzącej do 10^9 J. W większości przypadków po zaistniałych wstrząsach nie stwierdza się widocznych zmian w stropie i obudowie. Skutki destrukcji stropu pojawiają się stosunkowo rzadko i zwykle widoczne są dopiero po pewnym czasie. Tym niemniej obserwuje się następujące zjawiska będące skutkiem wstrząsów [2]:

- spadek naciągu wstępnego kotwi rozprężnych w granicach 30÷50%,

- przypadki zerwania kotwi podczas opadania skał stropowych o grubości zaledwie kilkudziesięciu centymetrów, których ciężar przypadający na jedną kotew jest niewspółmiernie mały w porównaniu z jej nośnością,
- obwały skał stropowych,
- powstawanie szczelin między skotwionymi warstwami, a następnie pękanie i opadanie skał,
- obsypywanie się skał wokół podkładki,
- wypadanie drobnych odłamków skalnych między kotwiami, pociągające za sobą proces dalszych destrukcji.

Mając na uwadze powyższe zjawiska w Głównym Instytucie Górnictwa rozpoczęto badania nad dostosowaniem obudowy kotwiowej do warunków wzmożonej aktywności sejsmicznej [10].

Informacje z zakresu teorii stateczności dynamicznej konstrukcji [3, 4] oraz zagraniczne wyniki badań kotwi [12] pozwalają na stwierdzenie, że dynamiczna charakterystyka wytrzymałościowa kotwi różni się od charakterystyki statycznej. Rozbieżności te wynikają z następujących zjawisk:

- przy zwiększaniu prędkości odkształcenia następuje przesunięcie granicy plastyczności,
- wraz ze wzrostem prędkości odkształcenia następuje zwiększenie doraźnej wytrzymałości i zwiększenie naprężeń niszczących,
- deformacje i naprężenia kotwi zależne są od wielkości masy uderzającej (uderzenie sprężyste lub niesprężyste),
- naprężenia i odkształcenia rozchodzą się w postaci fal.

W celu weryfikacji powyższych stwierdzeń przeprowadzono badania na modelach kotwi w skali 1:2. Zakres badań obejmował:

- teoretyczną analizę dynamicznej odporności kotwi,
- określenie skali podobieństwa modelowego,
- obliczenia spodziewanych wielkości sił dynamicznych,
- zaprojektowanie i wykonanie stanowiska do badań modelowych kotwi w skali 1:2,
- wykonanie badań i analizę wyników.

2. ANALIZA WYTRZYMAŁOŚCI DYNAMICZNEJ KOTWI

Wynikiem działania obciążeń dynamicznych modelowanych udarem spadającej masy mogą być:

- sprężyste odkształcenie kotwi i powrót układu do stanu pierwotnego,
- plastyczne odkształcenie kotwi, podkładki i pojawienie się pęknięć w żerdzi,
- zerwanie żerdzi, zniszczenie podkładki i nakrętki.

W rozważaniach teoretycznych rozpatrzono przypadek pierwszy, przy założeniu, że kotew jest ustrojem o jednym stopniu swobody. Założono, że na końcówkę kotwi

z podkładką i nakrętką z wysokości h spada ciało o masie m z prędkością V . Nadając kotwi umownie cechy układu sprężystego (sprężyny) o pomijalnie małej masie własnej i współczynniku sztywności k oznacza się przemieszczenie spowodowane jednostkowym obciążeniem przez x . Dynamiczne równanie ruchu układu, jak na rysunku 1, ma w tym przypadku postać [1, 8]

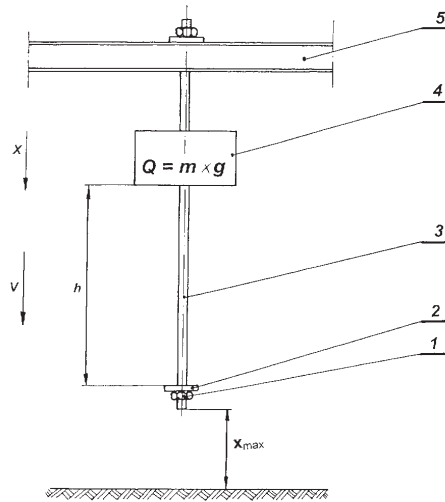
$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (1)$$

gdzie:

m – spadająca masa, kg;

x – przemieszczenie, m;

ω – częstość drgań własnych masy uderzającej, s^{-1} .



Rys. 1. Schemat badania kotwi udarem masy: 1 – nakrętka, 2 – podkładka, 3 – badana kotew, 4 – spadający ciężar, 5 – belka wspornika, x_{\max} – deformacja żerdzi kotwiowej

Fig. 1. Scheme of bolt testing by mass impact: 1 – nut, 2 – washer, 3 – tested bolt, 4 – falling weight, 5 – cantilever beam, x_{\max} – bolt rod deformation

Częstość drgań własnych masy uderzającej określona jest zależnością [11]

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

gdzie:

k – współczynnik sztywności rozciągania żerdzi kotwiowej

$$k = \frac{ES}{l} \quad (3)$$

E – moduł Younga materiału żerdzi, Pa;
 S – pole powierzchni przekroju poprzecznego żerdzi, m²;
 l – długość żerdzi, m.

Rozwiązanie ogólne równania (1) można przedstawić w postaci

$$x(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad (4)$$

Różniczkując równanie (4) względem czasu, uzyskuje się

$$\frac{dx}{dt} = A \omega \cos \omega t - B \omega \sin \omega t \quad (5)$$

Stałe A i B wyznacza się z warunków początkowych.

Warunki brzegowe, do których należy chwila zetknięcia się masy uderzającej z podkładką kotwi, mają postać

$$x(0) = 0, \text{ m i } \frac{dx}{dt}(0) = V \neq 0, \text{ m/s} \quad (6)$$

Po wstawieniu warunków (6) do (4) i (5) otrzymuje się

$$x(0) = A \sin 0 + B \cos 0 = 0 \text{ stąd } B = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = A \omega \cos \omega t - B \omega \sin \omega t = V, \text{ po wykonaniu obliczeń otrzymuje się } A = \frac{V}{\omega}.$$

Uzyskane wartości stałych A i B podstawia się do równania (4), otrzymując ogólne równanie przemieszczeń masy uderzającej

$$x = \frac{V}{\omega} \sin \omega t \quad (7)$$

Analiza wyrażenia (7) wskazuje, że podczas uderzenia, masa uderzająca przemieszcza się sinusoidalnie, osiągając największe przemieszczenie

$$x_{\max} = \frac{V}{\omega} \quad (8)$$

po upływie okresu drgań własnych od początku uderzenia, czyli po czasie

$$t = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{2\sqrt{\frac{k}{m}}} \quad (9)$$

Natomiast po przejściu połowy okresu drgań własnych, to jest przy

$$t = \frac{\pi}{\omega} \quad (10)$$

masa uderzająca oddziela się od powierzchni styku z podkładką kotwi, przy czym jej prędkość jest równa prędkości początkowej ze znakiem przeciwnym. Wynika stąd, że

największa siła oddziaływania masy uderzającej na kotew występuje w chwili wyrażonej równaniem (10) największego przemieszczenia (8) masy, a więc odkształcenia żerdzi. Wartość tej największej siły wynosi

$$F_{\text{dyn max}} = x_{\text{max}} k = \frac{V}{\omega} k \quad (11)$$

Zważywszy, że energia kinetyczna masy uderzającej

$$E_k = \frac{mV^2}{2} \quad (12)$$

zmienia się w całości w energię potencjalną odkształcenia (jeden stopień swobody)

$$E_p = \frac{x_{\text{max}}^2}{2} k = \frac{F_{\text{max}}^2}{2k} \quad (13)$$

to z porównania (12) i (13) wynika, że

$$F_{\text{dyn max}} = \sqrt{mV^2 k} = \sqrt{2E_k k} \quad (14)$$

$$x_{\text{max}} = \sqrt{\frac{mV^2}{k}} = \sqrt{\frac{2E_k}{k}} \quad (15)$$

Naprężenia w żerdzi kotwi pochodzące od obciążenia siłą dynamiczną (14) określa się z zależności

$$\delta_{\text{dyn max}} = \frac{F_{\text{dyn max}}}{S} \quad (16)$$

Po podstawieniu do (16) zależności (14) otrzymuje się

$$\delta_{\text{dyn max}} = \frac{\sqrt{2E_k k}}{S} \quad (17)$$

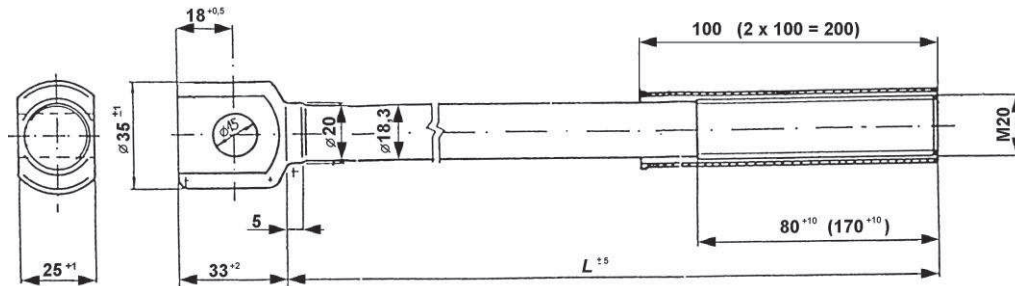
Równania (14) i (15) upoważniają do stwierdzenia, że największa siła i największe wydłużenie żerdzi przy dynamicznym jej obciążeniu masą m zależą od energii kinetycznej masy a nie od wielkości masy lub prędkości z osobna. Zależności (14) i (15) pozwalają na wstępne określenie tylko maksymalnych wartości przemieszczeń i obciążeń dynamicznych, bez wnikania w ich przebieg. Powyższe zależności zostały wyprowadzone dla sytuacji, kiedy występuje sprężyste odkształcenie żerdzi kotwi i powrót układu do stanu pierwotnego.

3. METODYKA BADAŃ

3.1. Założenia do badań modelowych

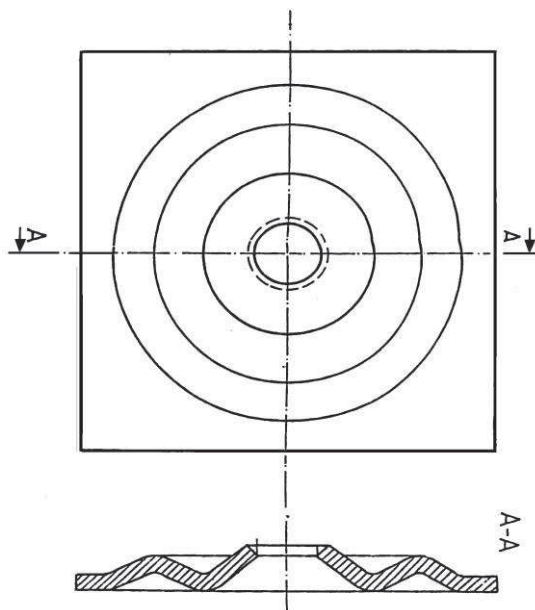
W badaniach modelowych kotwi na stanowisku przyjęto następujące założenia:

- skala geometryczna 1:2 podobieństwa mechanicznego została uwarunkowana możliwościami stanowiska związanymi z wielkością masy i maksymalną wysokością, z jakiej jest możliwe jej opuszczanie,
- średnica nominalna modeli kotwi oraz wymiar podkładki jest dwukrotnie mniejszy od typowych wymiarów kotwi ekspansywnych KSpn-18 (rys. 2 i 3),



Rys. 2. Żerdź kotwi rozprężnej typu KSpn-18

Fig. 2. Rod of expansive bolt of KSpn-18 type



Rys. 3. Podkładka kształtowa kotwi KSpn-18

Fig. 3. Shape washer of KSpn-18 bolt

- głównym parametrem determinującym wytrzymałość żerdzi kotwi modelowej i rzeczywistej jest średnica nominalna żerdzi (przez średnicę nominalną rozumie się najmniejszą średnicę przekroju żerdzi),
- wpływ podkładki na nośność kotwi w obliczeniach teoretycznych i badaniach został pominięty,
- kotwie rzeczywiste i modelowe wykonane są z tego samego gatunku stali, ich charakterystyka wytrzymałościowa w zakresie sprężystym jest zgodna z uogólnionym prawem Hooke'a,
- dynamiczne właściwości materiału kotwi modelowych i rzeczywistych są równe, co najmniej ich statycznym odpowiednikiem,
- dynamiczne właściwości wytrzymałościowe materiału kotwi, a zwłaszcza dynamiczna granica plastyczności i dynamiczna wytrzymałość doraźna, nie zmieniają się w czasie badań i są niezależne od współrzędnych położenia rozważanego punktu tego materiału,
- rozrzuty i tolerancje wymiarów kotwi modelowej i rzeczywistej oraz wymiarów poprzecznego przekroju nie wpływają na dynamiczną charakterystykę obudowy,
- na graniczne wartości parametrów wytrzymałościowych żerdzi kotwionych pod obciążeniem dynamicznym nie wpływają takie czynniki jak: naprężenia własne materiału, temperatura otoczenia, masa własna (modelowych i rzeczywistych) kotwi,

Celem badań było wyznaczenie siły dynamicznej powodującej zniszczenie kotwi.

3.2. Skale podobieństwa modelowego

Zjawiska, zachodzące w geometrycznie podobnych układach nazywa się podobnymi, jeżeli w nich, we wszystkich odpowiadających sobie punktach, stosunki jednoimiennych wartości tworzą liczby stałe. Stosunki te zwane są stałymi podobieństwa lub współczynnikami (skalami) podobieństwa modelowego [5, 7, 9].

W opisywanych badaniach układem naturalnym (rzeczywistym) był układ kotwi rozprężnych typu KSpn-18 zabudowanych w stropie wyrobiska podziemnego wraz z układem obciążeń górotworu działającym na kotwie.

Układem modelowym był natomiast układ kotwi miniaturowych, wykonanych w skali geometrycznej 1:2 zabudowanych oraz obciążanych w stoisku badawczym, według schematu zbliżonego do warunków rzeczywistych.

Zgodnie z techniczną teorią uderzenia [6], siła dynamiczna lub energia kinetyczna mogą być zastąpione ich obliczeniowymi równoważnikami statycznymi, powodującymi zbliżone do dynamicznych efekty. Zgodnie z takim tokiem rozumowania, każdy układ obciążony dynamicznie może być przekształcony w równoważny układ statyczny. Wynika stąd, że w przypadku modelowania obudowy kotwionej pod obciążeniem dynamicznym, obowiązywać będą również skale podobieństwa mechanicznego, przyjęte lub określone w badaniach obudowy kotwionej pod obciążeniem statycznym.

Niezależnie od tego, do odwzorowania parametrów dynamicznych, konieczne jest określenie skal, charakteryzujących zjawisko udarowego wymuszania obciążeń w modelu, co zgodnie z przyjętą koncepcją odbywać się będzie w postaci udaru masy spadającej z określonej wysokości i mającej określoną energię kinetyczną. Podkreślić należy, że te skale dynamicznego podobieństwa dotyczą układu zewnętrznego i nie odnoszą się do parametrów wewnętrznych samych kotwi modelowych.

Przyjmując, że **skalą podobieństwa** jest stosunek danej wartości modelu do odpowiadającej wartości naturalnej, otrzymuje się następujące wartości skal podobieństwa:

- Skala geometryczna podobieństwa średnic nominalnych żerdzi kotwionych

$$\alpha_S = 9 \text{ mm} : 18 \text{ mm} = 1 : 2 \quad (18)$$

- Skala podobieństwa pól powierzchni przekrojów poprzecznych

$$\alpha_F = \frac{3,14 \cdot 9^2}{4} : \frac{3,14 \cdot 18^2}{4} = 9^2 : 18^2 = \alpha_S^2 = 1 : 4 \quad (19)$$

- Skala podobieństwa masy spadającej (działającej udarowo na kotew). Można ją określić ze wzoru

$$m = V_o \rho \quad (20)$$

gdzie:

V_o – objętość masy spadającej (bijak), m^3 ;

ρ – gęstość masy spadającej, kg/m^3 .

Przechodząc do skal, otrzymuje się

$$\alpha_m = \alpha_{V_o} \alpha_p \quad (21)$$

Ponieważ założona skala geometryczna $\alpha_S = 1:2$ więc $\alpha_{V_o} = \alpha_S^3 = 1:2^3 = 1:8$. Przyjmując, że bijak rzeczywisty i modelowy wykonane są z tego samego materiału, otrzymuje się skalę podobieństwa mas udarowych

$$\alpha_p = 1:1 = 1 \quad (22)$$

$$\alpha_m = \alpha_S^3 = 1:8 \quad (23)$$

- Skala podobieństwa przyspieszeń mas uderzających.

W rzeczywistości i w modelu, spadek pionowy mas uderzających zachodzi w ziemskim polu grawitacyjnym. Stąd skala przyspieszenia ziemskiego bijaka wynosi

$$\alpha_g = 1:1 = 1 \quad (24)$$

- Skala podobieństwa ciężarów przyłożonych do kotwi statycznie. Określić ją można z zależności

$$Q = mg = F_{st}$$

czyli

$$\alpha_Q = \alpha_m \alpha_g = \alpha_{st} \quad (25)$$

co po wstawieniu (23) i (24) daje

$$\alpha_Q = \alpha_{st} = \alpha_S^3 = 1:8 \quad (26)$$

– Skala podobieństwa czasu trwania udaru zewnętrznego.

Czas swobodnego spadku ciała w ziemskim polu grawitacyjnym z wysokości h określa następujące równanie (bez prędkości początkowej)

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Przechodząc do skali podobieństwa przy $\alpha_h = \alpha_s$

$$\alpha_t = \sqrt{\frac{\alpha_s}{\alpha_g}} \quad (27)$$

co po wstawieniu (24) prowadzi do zależności

$$\alpha_t = \sqrt{\alpha_S} = 1:1,41 \quad (28)$$

– Skala podobieństwa energii potencjalnej masy uderzającej.

Na podstawie równania

$$E_p = mgh$$

jest

$$\alpha_{E_p} = \alpha_m \alpha_g \alpha_h \quad (29)$$

co po uwzględnieniu (23), (24) i (27) daje

$$\alpha_{E_p} = \alpha_S^4 = 1:16 \quad (30)$$

– Skala podobieństwa prędkości przemieszczania się masy uderzającej

Może być określona na podstawie równania

$$V = \sqrt{2gh}$$

Przy przejściu na skale podobieństwa, otrzymuje się

$$\alpha_V = \sqrt{\alpha_g \alpha_h} \quad (31)$$

Po uwzględnieniu $\alpha_g = 1$ i $\alpha_h = \alpha_s$, otrzymuje się

$$\alpha_V = \sqrt{\alpha_S} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 1:1,41 \quad (32)$$

- Skala podobieństwa energii kinetycznej masy uderzającej.
Może być obliczona na podstawie wzoru

$$E_K = \frac{mV^2}{2}$$

Przy przejściu na skalę podobieństwa, otrzymuje się

$$\alpha_{Ek} = \alpha_m \alpha_v^2 \quad (33)$$

Po wstawieniu (23) i (32), otrzymuje się

$$\alpha_{Ek} = \alpha_s^3 \sqrt{\alpha_s^2} = \alpha_s^4 = 1:16 \quad (34)$$

co jest zgodne ze skalą podobieństwa energii potencjalnej (30).

- Skala podobieństwa współczynnika sztywności żerdzi.
Określana jest równaniem (3)

$$k = \frac{ES}{l}$$

Przechodząc na skalę podobieństwa, otrzymuje się

$$\alpha_k = \alpha_F = \alpha_s^2 = 1:4 \quad (35)$$

- Skala podobieństwa częstości i okresu drgań własnych układu złożonego z masy uderzającej i kotwi może być określona równaniem (2)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Po wstawieniu odpowiednich skal, otrzymuje się

$$\alpha_\omega = \sqrt{\frac{\alpha_k}{\alpha_m}} = \sqrt{\frac{\alpha_s^2}{\alpha_s^3}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_s}} = 1,41:1 \quad (36)$$

Analogicznie

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\alpha_T = \frac{1}{\alpha_\omega} = 1:1,41 \quad (37)$$

- Skala podobieństwa odkształceń dynamicznych żerdzi kotwiowej określana jest równaniem (15)

$$x_{\max} = \sqrt{\frac{mV^2}{k}} = \sqrt{\frac{2E_k}{k}}$$

Wstawiając odpowiednie skale (34) i (35) uzyskuje się

$$\alpha_{x_{\max}} = \sqrt{\frac{\alpha_S^4}{\alpha_S^2}} = \sqrt{\alpha_S^2} = 1:2 \quad (38)$$

- Skala podobieństwa sił dynamicznych (masowych) przyłożonych do kotwi udarowo może być określona równaniem (14)

$$F_{\text{dyn max}} = \sqrt{mV^2k} = \sqrt{2E_k k}$$

Po podstawieniu odpowiednich skal (34) i (35) do powyższego równania, otrzymuje się

$$\alpha_{F_{\text{dyn max}}} = \sqrt{\alpha_S^4 \alpha_S^2} = \sqrt{\alpha_S^6} = \alpha_S^3 = 1:8 \quad (39)$$

- Skala podobieństwa naprężeń wywołanych masowymi siłami dynamicznymi według równania (16)

$$\delta_{\text{dyn max}} = \frac{F_{\text{dyn max}}}{S}$$

wynosi

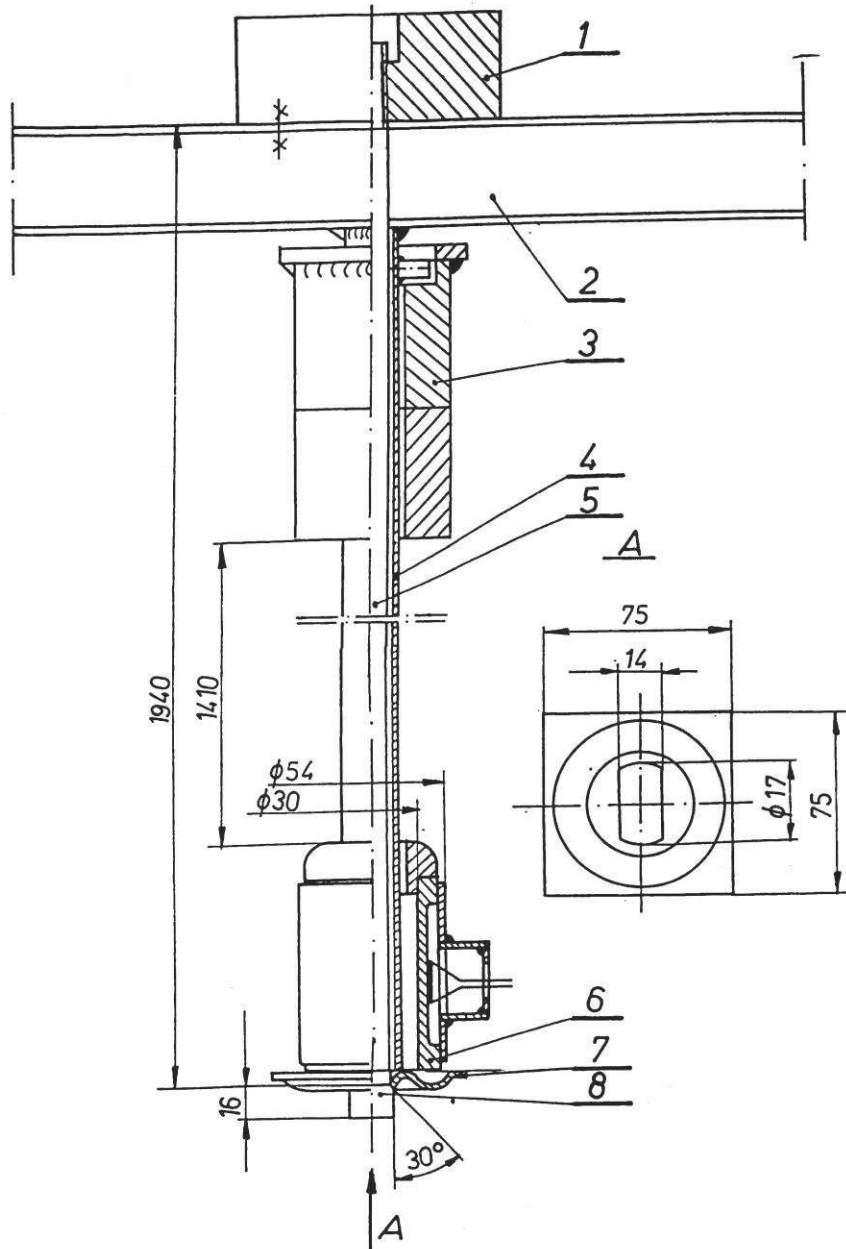
$$\alpha_{\delta_{\text{dyn max}}} = \frac{\alpha_{F_{\text{dyn max}}}}{\alpha_F} = \frac{\alpha_S^3}{\alpha_S^2} = \alpha_S = 1:2 \quad (40)$$

3.3. Stanowisko do badań modelowych

W celu przeprowadzenia badań zaprojektowano i wykonano stanowisko (rys. 4) składające się z konstrukcji, na której spoczywał blok metalowy modelujący górotwór. Do bloku wkręcano model kotwi zakładając, że wkręcenie kotwi odpowiada mocowaniu jej za pomocą głowicy rozprężnej. Z drugiej strony znajdowała się podkładka kształtowa, na której spoczywał czujnik siły. Na końcówkę kotwi z różnych wysokości opuszczano obciążnik o zmiennej masie. Celem tych badań było uzyskanie odpowiedzi na pytanie jaką masę i z jakiej wysokości należy opuścić, aby uzyskać zniszczenie podkładki za pierwszym udarem?

3.4. Wyniki badań

Na przedstawionym stanowisku (rys. 4) wykonano 11 serii badań. W czasie badań mierzono siłę dynamiczną za pomocą tensometrycznego czujnika siły, wydłużenie żerdzi oraz deformację podkładki.



Rys. 4. Schemat badania kotwi typu KSpn-18 udarem masy przez czujnik siły: 1 – blok metalowy, 2 – belka nośna, 3 – spadający ciężar o masie m , 4 – rura przewodnicza, 5 – model badanej kotwi w skali 1:2, 6 – czujnik siły 80 kN, 7 – podkładka kształtowa, 8 – łeb kotwi

Fig. 4. Testing scheme of bolt of KSpn-18 type by mass impact through force sensor: 1 – metal block, 2 – bearing beam, 3 – falling weight of mass, 4 – conductor pipe, 5 – model of tested bolt on 1:2 scale, 6 – force sensor 80 kN, 7 – shape washer, 8 – bolt head

W pierwszej serii na podkładkę kotwi opuszczano obciążnik o masie 19,5 kg. Wysokość z jakiej go opuszczono wynosiła 0,6 m, a następnie była ona przy kolejnych uderzeniach zwiększana do 0,9, 1,2 i 1,41 m. Maksymalne odkształcenie podkładki wyniosło 9,37 mm. Żerdź kotwiowa nie uległa deformacji. Przy kolejnych uderzeniach wartości sił dynamicznych wyniosły: 7,41; 8,74; 11,64; 9,36 kN.

W drugiej serii pomiary wykonano odwrotnie, to znaczy obciążnik o masie 19,5 kg opuszczono z wysokości 1,41 m zmniejszając następnie wysokość do 1,2; 0,9; 0,6; 0,3 m. Odkształcenie podkładki było równe 8,42 mm. Żerdź kotwiowa nie uległa deformacji. Przy kolejnych uderzeniach uzyskano następujące wartości sił dynamicznych: 12,3; 11,55; 9,27; 8,0; 5,65 kN.

W trzeciej serii pomiary wykonano w ten sposób, że obciążnik o masie 19,5 kg opuszczano z wysokości równej 1,41 m, mierząc siły przy kolejnych uderzeniach. Odkształcenie podkładki wyniosło 7,45 mm. Żerdź kotwiowa nie uległa deformacji. Przy kolejnych uderzeniach uzyskano następujące wartości sił dynamicznych: 12,44; 10,77; 9,04 kN.

Kolejne serie badań starano się tak przeprowadzić, aby podkładka uległa zniszczeniu przy pierwszym uderzeniu. Dlatego też **w czwartej i piątej** serii badań zwiększono opadającą masę do 39,5 kg, opuszczając ją z wysokości 1,355 m. Podkładka została zniszczona przy drugim uderzeniu. Maksymalne odkształcenie podkładki wyniosło 7,3 mm, a maksymalna wartość siły dynamicznej – 50,01 kN. Żerdź kotwiowa wydłużyła się o 6 mm.

W szóstej i siódmej serii badań zwiększono opadającą masę do 44,5 kg. Wysokość z jakiej opuszczano obciążnik wynosiła 1,285 m. Podkładka uległa zniszczeniu przy drugim uderzeniu. Maksymalne odkształcenie podkładki wyniosło 6,72 mm, a maksymalna wartość siły dynamicznej – 49,7 kN. Żerdź kotwiowa wydłużyła się o 27 mm.

W ósmej serii badań z wysokości 1,285 m opuszczono ciężar 52 kg, uzyskując zniszczenie podkładki przy drugim uderzeniu. Maksymalne odkształcenie podkładki wyniosło 7,05 mm, a maksymalna wartość siły dynamicznej – 48,4 kN. Żerdź kotwiowa wydłużyła się o 37 mm.

Dziewiątą serię badań wykonano opuszczając masę 59,5 kg z wysokości 1,285 m. Podkładka została zniszczona przy pierwszym uderzeniu. Maksymalne odkształcenie podkładki wyniosło 6,25 mm, a maksymalna wartość siły dynamicznej – 48,1 kN. Żerdź kotwiowa wydłużyła się o 52 mm.

Dziesiątą serię badań wykonano opuszczając masę 59,5 kg z wysokości 1,285 m. Łeb kotwi został zerwany przy pierwszym uderzeniu. Podkładka nie uległa odkształceniu. Wartość siły dynamicznej, przy której nastąpiło zerwanie żerdzi wynosiła 35,6 kN.

Po zmianie żerdzi **jedenastą serię** badań wykonano, opuszczając masę 59,5 kg z wysokości 1,285 m. Spodziewano się, że wystąpi zniszczenie podkładki przy pierwszym uderzeniu, tymczasem obserwowano odkształcenia żerdzi przy kolejnych uderzeniach. Przy szóstym uderzeniu nastąpiło zerwanie łba kotwi. Maksymalne odkształcenie podkładki wyniosło 2 mm, a maksymalna wartość siły dynamicznej – 40 kN. Żerdź kotwiowa do momentu zerwania wydłużyła się o 55 mm. Uzyskane wyniki przedstawiono w tablicy 1.

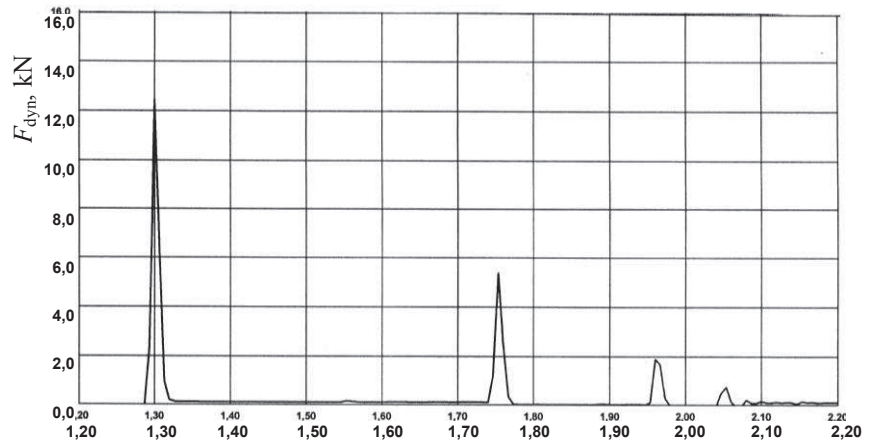
Tablica 1. Wyniki badań dynamicznych kotwi na stanowisku symulującym warunki in situ

Nr serii	Wyróżnik	Numer uderu (wysokość)	Max siła dynamiczna F_{dmax} , kN	Max deformacje podkładki x_{1max} , m	Deformacja żerdzi x_{max} , m	Uwagi
1	wysokość uderu $h = 0,6-1,41$ m masa $m = 19,5$ kg	1 (0,6 m)	7,41		0	
		2 (0,9 m)	8,74		0	
		3 (1,2 m)	11,64		0	
		4 (1,42 m)	9,36	0,00937	0	odkształcenie podkładki
2	wysokość uderu $h = 1,41-0,3$ m masa $m = 19,5$ kg	1 (1,41 m)	12,30		0	
		2 (1,2 m)	11,55		0	
		3 (0,9 m)	9,27		0	
		4 (0,6 m)	8,00		0	
		5 (0,3 m)	5,65	0,00842	0	odkształcenie podkładki
3	wysokość uderu $h = 1,41$ m masa $m = 19,5$ kg	1	12,44		0	
		2	10,77		0	odkształcenie podkładki
		3	9,04	0,00745	0	
4	wysokość uderu $h = 1,355$ m masa $m = 39,5$ kg	1	48,00		0,002	
		2	38,8	0,0073	0,004	zniszczenie podkładki
5	wysokość uderu $h = 1,355$ m masa $m = 39,5$ kg	1	50,1	0,00275	0,006	uszkodzony czujnik
		2	45,1	-	-	
6	wysokość uderu $h = 1,285$ m masa $m = 44,5$ kg	1	49,70		0,008	zniszczenie podkładki
		2	41,90	0,00662	0,014	
7	wysokość uderu $h = 1,285$ m masa $m = 44,5$ kg	1	49,3		0,019	zniszczenie podkładki
		2	39,30	0,00672	0,027	
8	wysokość uderu $h = 1,285$ m masa $m = 52$ kg	1	48,40		0,031	zniszczenie podkładki
		2	25,80	0,00705	0,037	
9	wysokość uderu $h = 1,285$ m masa $m = 59,5$ kg	1	48,10	0,00625	0,052	zniszczenie podkładki
10	wysokość uderu $h = 1,285$ m masa $m = 59,5$ kg	1	35,6	0	-	zerwany łeb kotwi
11	wysokość uderu $h = 1,285$ m masa $m = 59,5$ kg	1	40,0		0,010	założono nową żerdź
		2	35,0		0,020	
		3	34,6			obserwowano
		4	37,7		0,035	wydłużenie aż
		5	39,1	0,002	0,050	do zerwania
		6	31,7		0,055	

3.5. Analiza uzyskanych wyników

Analiza powyższych wyników upoważnia do sformułowania następujących stwierdzeń:

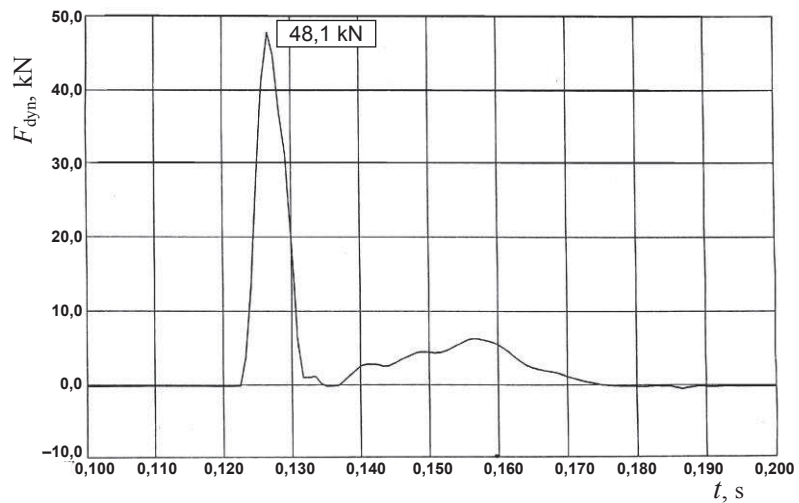
1. Pierwsze trzy serie badań przeprowadzono opuszczając obciążnik o masie 19,5 kg z wysokości od 0,3 do 1,42 m. Następowo sprężyste odkształcenie żerdzi (rys. 5), podkładka uległa deformacji plastycznej przy ostatnim uderze. Zmierzona wartość siły dynamicznej wahała się w granicach od 5,65 do 12,44 kN, a maksymalna deformacja podkładki osiągnęła wartość 9,37 mm.



Rys. 5. Przebieg zmiany siły podczas spadku masy $m = 19,5$ kg, wysokości $h = 141$ cm: t – czas, F_{dyn} – siła dynamiczna

Fig. 5. Course of force change during mass $m = 19,5$ fall from height $h = 141$ cm: t – time, F_{dyn} – dynamic force

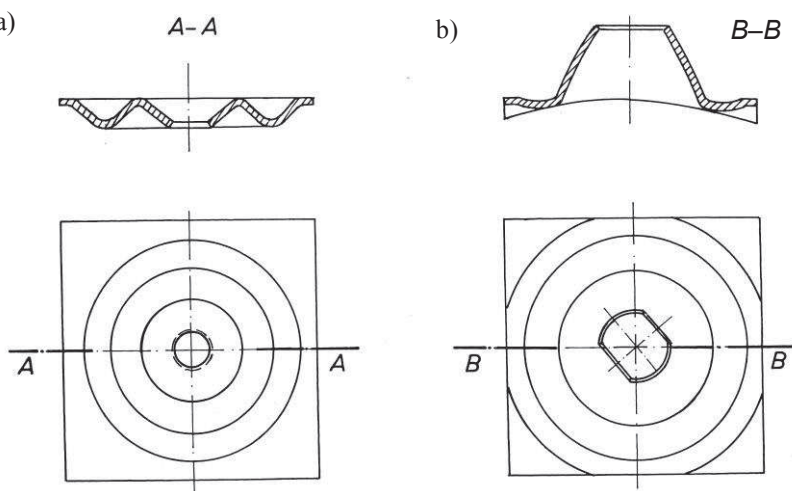
2. W dwóch następnych seriach zwiększono prawie dwukrotnie masę uderową, uzyskując po pierwszym udarze deformację plastyczną żerdzi i podkładki, nie doprowadzając jednak do zniszczenia kotwi.
3. W kolejnych seriach zwiększano masę uderową, starając się zniszczyć kotew za pierwszym udarem, co udało się w serii 9 i 10 przy opuszczeniu masy $59,5$ kg z wysokości $1,285$ m. Maksymalna wartość siły dynamicznej jaką określono, wynosiła $48,1$ i $35,6$ kN (rys. 6).



Rys. 6. Przebieg zmiany siły podczas spadku masy $m = 59,5$ kg z wysokości $h = 1,285$ m: t – czas, F_{dyn} – siła dynamiczna

Fig. 6. Course of force change during fall of mass $m = 59.5$ kg from height $h = 1.285$ m: t – time, F_{dyn} – dynamic force

4. W czasie badań obserwowano odkształcenie podkładki do jej zniszczenia włącznie. Odkształcenie to polegało na prostowaniu wytłoczeń i wygięciu podkładki w kształt „kapelusza”. W skrajnym przypadku następowało zniszczenie podkładki polegające na tym, że łeb kotwi był przeciągany przez podkładkę (rys. 7).



Rys. 7. Podkładka kształtowa: a – przed badaniem, b – po badaniu

Fig. 7. Shape washer: a – before testing, b – after testing

5. Czas przebiegu zjawiska wahał się od 0,85 do 0,053 sekundy.
 6. Porównanie wartości siły dynamicznej uzyskanej z obliczeń teoretycznych wzorem (14) z wartością pomierzonej siły dynamicznej wskazują, że różnica bezwzględna uzyskanych wyników nie jest większa niż 1,2%, co przedstawiono w tabelicy 2.

Tablica 2. Porównanie wartości siły dynamicznej uzyskanej z obliczeń teoretycznych i na podstawie przeprowadzonych badań

Nr serii	Nr udaru	Energia kinetyczna udaru, J	Max siła dynamiczna F_{dmax} , kN z obliczeń teoretycznych	Max siła dynamiczna F_{dmax} , kN z badań	Różnica bezwzględna %	Średnia siła dynamiczna F_{dsr} , kN
1	1	114,8	8,13	7,41	0,7	7,77
1	2	172,2	9,96	8,74	1,2	9,35
1	3	229,6	11,50	11,64	0,1	11,57
2	1	269,7	12,46	12,30	0,2	12,38
2	2	229,6	11,49	11,55	0,06	11,52
2	3	172,2	9,96	9,27	0,7	9,62
2	4	114,8	8,13	8,00	0,13	8,07
2	5	57,4	5,75	5,65	0,1	5,7
3	1	269,7	12,46	12,44	0,02	12,45

7. Wzór (14) oraz przeprowadzone badania wskazują, że zasadniczym parametrem charakteryzującym odporność dynamiczną kotwi może być współczynnik sztywności kotwi k , rozumiany jako miara zdolności zespołu elementów kotwi do przeciwstawienia się odkształceniu wskutek działania siły zewnętrznej. Współczynnik ten powinien być rozpatrywany jako suma oddziaływań żerdzi k_z i podkładki wraz z nakrętką k_p , czyli

$$k = k_z + k_p$$

gdzie:

$$k_z = \frac{E_d S}{l};$$

E_d – dynamiczny moduł sztywności materiału żerdzi, kN/m;

$$E_d = c^2 \rho;$$

c – prędkość propagacji fali podłużnej w materiale żerdzi, m/s;

ρ – gęstość materiału żerdzi, kg/m³;

S – pole przekroju żerdzi kotwi, m²;

l – długość swobodna żerdzi, m;

$$k_p = \frac{F_{d\max}}{d_p};$$

$F_{d\max}$ – maksymalna pomierzona siła dynamiczna, kN;

d_p – deformacja podkładki z nakrętką na granicy wytrzymałości.

8. Korzystając ze skal podobieństwa modelowego (wzory (18)–(40)) otrzymane wyniki badań w skali 1:2 przeliczono na skalę rzeczywistą dla maksymalnej energii udaru, niepowodującej odkształcenia plastycznego ($E_k = 269,73\text{J}$). Uzyskane wyniki przedstawiono w tablicy 3.

Tablica 3. Skale podobieństwa modelowego określone dla badań kotwi pod obciążeniem dynamicznym wraz z wyliczonymi wartościami oznaczonych parametrów

Lp.	Nazwa oznaczanego parametru, symbol, wymiar	Oznaczenie skali podobieństwa	Wielkość skali	Wartość w skali	Wartość w rzeczywistości
1	średnica nominalna żerdzi d_n , m	α_S	1:2	0,009	0,018
2	pow. przekroju poprzecz. żerdzi S , m ²	α_F	1:4	$63585 \cdot 10^{-8}$	$25434 \cdot 10^{-7}$
3	masa spadająca m , kg	α_m	1:8	19,5	156
4	przyspieszenie spadającej masy g , m/s ²	α_g	1:1	9,81	9,81
5	ciężar uderzający F_{st} , N	α_Q	1:8	191,3	1530,36
6	czas trwania udaru zewnętrznego t , s	α_t	1:1,41	0,013	0,018
7	energia pot. masy uderzającej E_p , N · m = J	α_{Ep}	1:16	269,73	4315,62
8	prędkość masy uderzającej V , m/s	α_v	1:2	5,25	10,52
9	energia kinetyczna masy uderzającej E_k , J	α_{Ek}	1:16	269,73	4315,62
10	wsp. sztywności żerdzi k , N/m	α_k	1:4	$288 \cdot 10^3$	$1152 \cdot 10^3$
11	częstość drgań układu ω , 1/s	α_{ω}	1,41:1	121,53	86,19
12	okres drgań układu T , s	α_T	1:1,41	0,052	0,0073
13	siła dynamiczna $F_{dyn\max}$, kN	α_{Fdyn}	1:8	12,46	99,68
14	odkształcenie dynamiczne x_{\max} , m		1:2	0,043	0,086
15	naprężenie dynamiczne σ_{dyn} , MPa	$\alpha_{\sigma d}$	1:2	19,6	39,3

4. WNIOSKI

Przeprowadzone badania i analizy upoważniają do sformułowania następujących wniosków:

1. Badania modelowe w skali 1:2 pozwoliły na zmierzenie wartości sił dynamicznych występujących w czasie obciążania kotwi ekspansywnych typu KSpn-18 udarem spadającej masy w fazie odkształceń sprężystych i plastycznych. Przy założeniu, że w warunkach naturalnych jedna kotew rozprężna podwiesza górotwór o masie 4 ton, ważniejsze wyniki badań modelowych dla przypadku zniszczenia podkładki przy pierwszym udarze, przeniesione na powyższe kotwie w skali 1:1, wynosiłyby:
 - masa spadająca – 4077 kg,
 - wysokość udaru – 0,3 m,
 - energia kinetyczna udaru – 12 kJ,
 - siła dynamiczna udaru – 384 kN.
2. Systematyczne obciążenia udarowe kotwi w wyniku wstrząsów lub robót strzałowych w kopalniach rud miedzi prowadzonych w niewielkiej odległości od tych kotwi powoduje kumulowanie się odkształceń plastycznych. W efekcie kotwie rozprężne są szczególnie podatne na zerwanie. Przykładem występowania takiego zjawiska są przypadki zerwania kotwi przy opadaniu skał stropowych o grubości zaledwie kilkudziesięciu centymetrów, których ciężar przypadający na jedną kotew jest niewspółmiernie mały.
3. Odporność dynamiczna kotwi zależy od:
 - sposobu zamocowania kotwi w górotworze,
 - rodzaju materiału użytego na kotwie,
 - konstrukcji kotwi.
4. Powyższe wyniki badań modelowych wymagają weryfikacji za pomocą badań w skali 1:1.

Literatura

1. Buchacz A., Świder J., Wojnarowski J.: *Podstawy teorii drgań układów mechanicznych z symulacją komputerową*. Gliwice, Politechnika Śląska 1997.
2. Bugajski W., Katulski A., Siewierski S.: *Wstępna ocena wpływu wstrząsów sejsmicznych na stateczność wyrobisk w obudowie kotwiowej w kopalniach miedzi*. V Konferencja nt. Obudowa kotwiowa w kopalniach. Główny Instytut Górnictwa. Seria Konferencje 1995 nr 1 s. 31-39.
3. Gryboś R.: *Stateczność konstrukcji pod obciążeniem uderzeniowym*. Warszawa, PWN 1980.
4. Jastrzębski P., Mutermilch J., Orłowski W.: *Wytrzymałość materiałów*. Warszawa, Wydaw. Arkady 1985.
5. Kidybiński A.: *Określenie własności wytrzymałościowych górotworu w drodze wykorzystania obserwacji modelowych*. Przegląd Górniczy 1962 nr 12.
6. Kurowski R., Niezgodziński M.E.: *Wytrzymałość materiałów*. Warszawa, PWN 1980.
7. Kuzniecowa G.N. i inni: *Modelirovanije projawlienij gornowo dawlienija*. Leningrad, Wydaw. Nedra 1968.

8. Misiak J.: *Zadania z mechaniki ogólnej*. Część III; Dynamika. Warszawa, WNT 1994.
9. Müller L.: *Teoria podobieństwa mechanicznego*. Warszawa, WNT 1961.
10. Nierobisz A.: *Badania kotwi dla warunków zagrożenia tąpnięciami*. Praca statutowa, Katowice, GIG 1998 (niepublikowana).
11. Walczak J.: *Wytrzymałość materiałów oraz podstawy teorii sprężystości i plastyczności*, tom 1. Warszawa, PWN 1973.
12. Yi X., Kaiser P.K.: *Impact testing for rockbolt design in rockburst conditions*. Int. J. Rock Mech.Min.Sci.&Geomech. Abstr. 1994 Vol. 31. No. 6, s. 671-685.

Recenzent: *prof. dr hab. inż.* Antoni Kidybiński