Jerzy Kornowski, Joanna Kurzeja

KRÓTKOOKRESOWA PROGNOZA INDUKOWANEGO ZAGROŻENIA SEJSMICZNEGO W GÓRNICTWIE

Streszczenie

Publikacja ta jest drugą częścią trzyczęściowego cyklu artykułów, w których opisano wyniki projektu celowego (KBN/NOT: 6T120056 2002C/05823) realizowanego wspólnie przez Główny Instytut Górnictwa i Centralną Stację Ratownictwa Górniczego. Projekt ten dotyczył zagrożenia sejsmicznego w czasie akcji ratunkowej po tąpnięciu. W artykule, w przystępny i prosty sposób, opisano metodę liniowej prognozy całkowitej energii $E_{\Delta S}^{C}(t)$ emisji sejsmicznej emitowanej z obserwowanego obszaru S w kolejnych jednostkach Δt czasu. Podkreślono, że właśnie wykorzystanie, do prognoz całkowitej energii sejsmicznej jest zasadniczą nowością metody. Prognoza ma charakter sekwencyjny i probabilistyczny, co w praktyce oznacza, że co jednostkę czasu prognozuje się wartość średnią $\overline{E}(t + 1)$ i wariancję $\sigma^2(t + 1)$ rozkładu logarytmicznej energii. Ponieważ rozkład logarytmicznej energii może być aproksymowany rozkładem normalnym, średnia i wariancja umożliwiają obliczenie prawdopodobieństw przekroczenia przez $E_{\Delta S}^{C}(t)$ lokalnie ustalonej wartości krytycznej Eg, zwanej progiem bezpieczeństwa. W artykule zamieszczono też – wraz z krótką analizą – przykłady rzeczywistej, dwumiesięcznej (luty, marzec 2003) sekwencyjnej prognozy godzinowych energii i zagrożenia sejsmicznego w ścianie 44/510 w kopalni "Wesoła".

Autorzy dziękują Dyrekcji i pracownikom Działu Tąpań kopalni "Wesoła" za wspaniałą współpracę i udostępnienie danych.

Short-term prognosis of induced seismic hazard in mining

Abstract

This paper makes the second part of a sequence of papers describing the basis and results of the project realized by cooperating teams of the Polish Central Mining Institute and the Polish Central Rescue Station – attempting to build methods of induced seismic risk prediction during a rescue operation after a rockburst. This paper describes, in a mainly tutorial fashion, the method of linear prediction as applied to the total energy (AE + tremors) of induced mining seismicity, as well as (constructively defined) seismic hazard. This is a sequential probabilistic prediction, meaning that the mean value, E(t + 1) and variance $\sigma 2(t + 1)$ are predicted every time unit – allowing to calculate interval probabilities for the total seismic energy. Example of two months lasting real hourly prediction – of energy at the 44/510 longwall in the "Wesola" coal mine – are included.

WPROWADZENIE

Publikacja ta stanowi drugą część trzyczęściowego cyklu artykułów, w których opisano podstawy i wyniki realizacji projektu celowego. Projekt ten został opracowany wspólnie przez Główny Instytut Górnictwa i Centralną Stację Ratownictwa Górniczego, a dotyczył prognozy zagrożenia sejsmicznego i ryzyka finansowego w czasie akcji ratowniczej po tapnięciu. W stanowiącym część pierwszą tego cyklu artykule (Kornowski 2004) – do którego odwołują się autorzy jako do części pierwszej - podano uzasadnienie podjęcia tematu oraz sformułowano najważniejsze definicje i estymatory (w tym zagrożenia i ryzyka), użyteczne, gdy dostępna jest prognoza energii sejsmicznej, która wyemitowana bedzie w obserwowanym obszarze S – na przykład w ścianie – w nadchodzącej jednostce Δt czasu (np. $\Delta t = 15$ min lub $\Delta t = 1$ godzina). W niniejszym artykule opisano metodę i program "prognozy liniowej", która umożliwia prognozę całkowitej energii sejsmicznej, na podstawie systematycznych obserwacji sejsmoakustycznych i sejsmologicznych (w artykule określane jako obserwacje AE^{*} i wstrząsy). Należy nadmienić, że metoda ta była przedmiotem kilku publikacji (np. Kornowski 2003a, b; Kornowski i Kurzeja 2002; 2004; Surma i Kornowski 2002), a także pracy doktorskiej (Kurzeja 2004) i została przetestowana w kopalni "Wesoła" i w ZG "Bytom III". Teoria metody znana jest od czasów Norberta Wienera (który wprowadził też pojęcie "filtru predykcyjnego"), a została spopularyzowana dzięki znanej książce Boxa i Jenkinsa (1970). Przyjmuje się, że istnieje i działa aparatura (wraz z czujnikami) dostarczająca co Δt i wartości E^{AE} energii AE oraz energii E^{W} wstrząsów w minionej jednostce Δt czasu z obszaru S i że energie te są addytywne (wyrażone w dżulach, J). W przypadku kopalni prowadzącej eksploatację w warunkach zagrożenia tąpaniami, wartości energii obserwowane są przez systemy: sejsmologiczny (np. ARAMIS) i sejsmoakustyczny (np. ARES), a w przypadku akcji ratunkowej – albo przez takie same systemy (jeśli działają), albo przez specjalnie w tym celu skonstruowaną, przenośną i wyposażoną we własne akumulatory, czujniki i procesory, aparaturę GEOGIG-2000 (Kajdasz i inni 2000).

Energie zjawisk sejsmicznych (AE i wstrząsów) z tego samego obszaru S (np. ściany) i okresu Δt są sumowane i logarytmowane, tworząc następnie ciągi (zwane szeregami czasowymi) energii całkowitej

$$E(t) \equiv \log E^{C}(t) \equiv \log [E^{AE}(t) + E^{W}(t) + 1]$$

$$\tag{1}$$

gdzie, dla zwięzłości jest pomijany symbol "log" przed E(t) i górny indeks *c* oznaczający (energię) "całkowitą" (czyli AE + wstrząsów); należy więc pamiętać, że E(t)oznacza log $E^{C}(t)$. **Całkowita energia sejsmiczna aproksymowana jest sumą energii** AE i wstrząsów, lecz z powodu znanych "luk" w dziedzinach energii i częstotliwości (między obszarami obserwacji sieci AE i sejsmologicznych) jest to aproksymacja bardzo niedoskonała. Symbol *t* we wzorze (1) oznacza czas dyskretny w jednostkach Δt , symbol \equiv oznacza identyczność z definicji, liczbę jeden dodaje się by uniknąć potencjalnych kłopotów z logarytmem zera.

Szeregi czasowe {E(t), t = 1, 2...} logarytmicznej, Δt -minutowej całkowitej energii sejsmicznej stanowią dane wejściowe do algorytmu prognozy, który w chwili t prognozuje rozkład – a dokładniej, wartość średnią i wariancję – energii E(t + 1).

⁶ Skrót *AE* oznacza (ang.: *acoustic emission*) zarówno wszystkie formy rzeczownika "sejsmoakustyka", jak i przymiotnika "sejsmoakustyczna".

Aby określić cel stosowania takiej metody prognozy, należy przypomnieć, że indukowane eksploatacją górniczą zagrożenie sejsmiczne – powszechnie kojarzone z tąpaniami – wciąż, mimo wieloletnich badań – pozostało nie w pełni rozwiązanym problemem. Obecnie stosowane metody są opisane w tak zwanych "Instrukcjach", a ich naukowe podstawy zawiera, na przykład podręcznik Marcaka i Zuberka (1994) oraz monografia Dubińskiego i Konopki (2000). Ponieważ wyniki stosowania tych metod nie są zadowalające, prace badawcze są prowadzone nadal. Metoda która została opisana w niniejszym artykule łączy informacje niesione (i dotąd osobno analizowane) przez fale pochodzące od źródeł *AE* (czyli "sejsmoakustyczne") i wstrząsów (czyli "sejsmologiczne") – i to jest najistotniejsza nowość tej metody – umożliwiając prognozę zagrożenia lepszą niż każda z metod (sejsmoakustyki i sejsmologii) z osobna. Nazwę "sejsmiczne" zastosowano w tym opracowaniu do zjawisk "sejsmoakustycznych" i "sejsmologicznych". Proces utworzony przez sumowanie (1) energii *AE* i wstrząsów ma dynamikę większą niż każdy z procesów ($E^{AE}(t), E^{W}(t)$) składowych z osobna.

Dodać należy, że nie ma znaczenia czy dane (tzn. obserwacje) pochodzą z normalnie działających kopalnianych systemów obserwacyjnych czy też ze specjalistycznej aparatury GEOGIG-2000, istotna jest tylko ich jakość.

W celu uniknięcia nieporozumień należy zaznaczyć, że "jakaś" prognoza (np. przypadkowa, stanowiąca uśrednienie starych obserwacji itp.) jest zawsze możliwa: w literaturze przedmiotu prognoza taka zwana jest "trywialną". W tej pracy została opisana metoda, która dobrze aproksymuje prognozę optymalną (energii całkowitej).

1. ZAGROŻENIE SEJSMICZNE I MOŻLIWOŚĆ JEGO PROGNOZY

W stanowiącym część pierwszą artykule (Kornowski 2004), objaśniając przyczyny i powołując się na obszerną literaturę – stwierdzono, że niemożliwa jest dziś dobrze zdefiniowana, deterministyczna prognoza "miejsca, czasu i energii" nadchodzącego, niebezpiecznego wstrząsu (i analizy z tym związane nie będą powtarzane). Zdefiniowano w nim także **zagrożenie sejsmiczne** *Z*, opatrujące tę definicję obszernymi komentarzami, w tym stwierdzeniem że możliwa jest dobrze zdefiniowana prognoza zagrożenia *Z*. Definicja ta brzmi:

Prognozowane w chwili *t*, zagrożenie sejsmiczne $Z \equiv Z_{\Delta,S}(t, E_g)$ jest to prawdopodobieństwo przekroczenia – przez wyemitowaną w obszarze *S* i okresie $(t, t + \Delta t)$ całkowitą energię sejsmiczną $E_{\Delta t,S}^C(t)$ – lokalnie ustalonej wartości E_g (np. $E_g =$ 1·10⁵J) zwanej progiem bezpieczeństwa

$$0 \le Z \equiv P[E_{\Delta t,S}^{C}(t) > E_{g}] \le$$
⁽²⁾

Ma ona charakter probabilistyczny (ang.: *probability* – prawdopodobieństwo) co oznacza, że zawiera pojęcie prawdopodobieństwa. Prognoza dotyczy wartości energii zmiennej w czasie i określa, w chwili *t*, jej wartość średnią $\overline{E}(t+1)$ i wariancję $\sigma^2(t+1)$ (symbol E(t+1) oznacza energię w okresie ($t, t + \Delta t$)). Ponieważ wykazano (np. Kornowski 2002; Kurzeja 2004), że rozkład błędów prognozy może być – co najmniej w warunkach słabego i średniego zagrożenia tąpaniami – z dobrym przybliżeniem aproksymowany rozkładem normalnym, obliczenie średniej i wariancji wystarczy, by umożliwić dalsze obliczenie dowolnych prawdopodobieństw przedziałowych, w tym przedziałów ufności dla prognozy, a także obliczenie prognozowanej wartości zagrożenia Z.

Zdefiniowane w ten sposób zagrożenie sejsmiczne nie jest wprawdzie tożsame z (źle zdefiniowanym!) zagrożeniem "nadchodzącym silnym wstrząsem", jest jednak dobrze zdefiniowane ilościowo ($0 \le Z \le 1$ i wzrost wartości Z oznacza zwiększenie zagrożenia, a obniżenie wartości Z – zmniejszenie zagrożenia) i łatwo, w sensie probabilistycznym, prognozowalne, gdy są dostępne potrzebne obserwacje. Ponadto, jeśli obszar S i okres Δt nie są zbyt duże to wyprognozowanie "wystarczająco dużej" wartości E(t+1) – na przykład ponad $1 \cdot 10^5 J$ – nakazuje oczekiwać wstrząsu. Co więcej, metoda ta jest dobrze uzasadniona i optymalna (w określonych warunkach); choć warunki optymalności mogą być w praktyce górniczej naruszane. Z definicji wynika, że inny, nieoptymalny sposób prognozy nie będzie lepszy od optymalnego. Oznacza to, że prognozuje się "zgodnie z aktualnym stanem wiedzy".

Warto wyjaśnić, jakie znaczenie dla prognozy mają obserwacje sejsmoakustyczne, co wiąże się z pojęciem **autokorelacji** szeregu czasowego. Należy przypomnieć, że wartość bezwzględna współczynnika korelacji $|r_{xy}|$ między zmiennymi x i y określa "siłę" liniowego związku między tymi zmiennymi. Z definicji $-1 \le r_{xy} \le 1$ i w przypadku zależności deterministycznej (np. liniowej: y = ax + b) $r_{xy} = 1$, a w przypadku zmiennych niezależnych $r_{xy} = 0$. Gdy zależność między zmiennymi jest, na przykład zaburzona błędami pomiaru lub szumem, to $|r_{xy}|<1$, a o dokładnej wartości r_{xy} decyduje parametr S/N (ang. signal to noise ratio) zwany "stosunkiem sygnału do szumu": gdy szum zanika ($N \rightarrow 0$), pomiar staje się dokładny, $r_{xy} \rightarrow 1$ i wartość y może być dokładnie prognozowana dla każdej wartości x. Zatem, ze wzrostem wartości $|r_{xy}|$ zwiększa się dokładność prognoz, a dla zależności deterministycznej (bez szumu i błędów) $r_{xy} = 1$ i jest możliwa dokładna prognoza. Wartość $r_{xy} = 0$ wskazuje na brak liniowego związku między zmiennymi x i y i wyklucza nietrywialną, liniową prognozę wartości y na podstawie wartości x.

Do obliczenia wartości r_{xy} służy znane równanie

$$r_{xy} = \left[\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})\right] / \left[\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{N} (y_i - \bar{y})^2\right]^{1/2}$$
(3)

Jeżeli weźmie się pod uwagę szereg czasowy {E(k), k = 1, 2 ...} energii w dyskretnym czasie z jednostką $\Delta t = 1$ i utworzymy (np. w wyobraźni) drugi szereg, przesunięty o 1 (w czasie) względem pierwszego, lecz poza tym identyczny, to w dowolnej chwili k = K ma się dwa szeregi:

 ${E(k)}$: ... E(K-3), E(K-2), E(K-1), E(K)

 ${E(k-1)}$: ... E(K-4), E(K-3), E(K-2), E(K-1)

Jeżeli szereg górny $\{E(k)\}$ oznaczy się symbolem x, a szereg dolny $\{E(k-1)\}$ symbolem y, widoczna staje się natychmiast możliwość obliczenia współczynnika korelacji r_{xy} określonego poprzednio dla zmiennych x i y.

Podobnie określić można korelację między szeregiem $\{E(k)\}$ a szeregiem $\{E(k-2)\}$ lub ogólnie $\{E(k-\tau)\}$ dla $\tau = 1, 2, 3 \dots$ Ponieważ zbiór współczynników korelacji $r(\tau)$ – dla różnych wartości τ – tworzy funkcję określoną dla tego samego szeregu czasowego, **mówi się o funkcji autokorelacji i oznaczamy ją symbolem** $r(\tau)$ lub $r_{xx}(\tau)$. Autokorelacja jest funkcją przesunięcia τ (τ jest to przesunięcie między "oryginałem" a jego "kopią"). Wartości $r_{xx}(\tau)$ oblicza się za pomocą równania

$$r_{xx}(\tau) = \left[\sum_{i=1}^{N-\tau} x_i - \dot{x}\right] (x_{i+\tau} - \dot{x}) \left[\sum_{i=1}^{N} x_i - \dot{x}\right]^2$$
(4)

Choć interpretacja i zastosowanie funkcji autokorelacji są nieco bardziej złożone w porównaniu z interpretacją i zastosowaniem współczynnika korelacji, nadal prawdą jest, że (dla $\tau > 0$) ze wzrostem wartości $|r(\tau)|$ zwiększa się możliwość dokładnej prognozy i dla związków deterministycznych $|r(\tau)| = 1$ (dla wszystkich wartości τ), a dla szumu białego, który stanowi ciąg niezależnych (nieskorelowanych) zmiennych losowych, $r(\tau) = 0$ (dla wszystkich wartości τ).

Podstawowe znaczenie autokorelacji dla prognozy szeregu czasowego polega więc na tym, że $r(\tau)$ mierzy siłę liniowego związku między przeszłością a przyszłością (tego szeregu) odległymi od siebie o τ .

Zagadnienie autokorelacji szeregów czasowych energii sejsmicznej zostało przeanalizowane na poniższych przykładach. Na rysunku 1 przedstawiono trzy szeregi czasowe energii (w liniach 1, 3, 5), a pod każdym z nich jego funkcję autokorelacji $r(\tau)$ dla τ od 0 do 400 (jednostką czasu jest godzina, 400 godzin to ponad 2 tygodnie) oraz widmo. Szeregi energii otrzymano w wyniku dziesięciotygodniowej (1680 godzin) obserwacji ściany 37/501 w kopalni "Wesoła". Oś pozioma (wszystkich wykresów E(t) i $r(\tau)$ jest wyskalowana w godzinach, oś pionowa wykresów szeregów czasowych przedstawia logarytm energii (tzn. "4" oznacza 10⁴J, "6" oznacza 10⁶J itp.). W górnej (pierwszej) linii pokazano godzinowe energie samych wstrząsów o energii $E^{W} \ge 1.10^{4}$ J. W linii drugiej przedstawiono autokorelację tego ciągu wstrząsów (a właściwie jej brak!). Wartości $r(\tau)$ są, dla $\tau > 0$, praktycznie równe 0 i potwierdza to (bardzo prosty) formalny test istotności: na poziomie $\alpha = 5\%$ "brak podstaw do odrzucenia hipotezy, że są one nieistotne" (tak brzmi formalny wynik testu, stanowiący potwierdzenie praktycznego braku korelacji). Zgodnie więc z wcześniejszą analizą obserwacje samych tylko wstrząsów o energii $E \ge 1.10^4$ J nie umożliwiają ich nietrywialnej prognozy w dziedzinie czasu.

W linii trzeciej rysunku 1 pokazano godzinowe energie wstrząsów $E^{W}(t)$ z tej samej ściany i w tym samym okresie, ale przy uwzględnieniu wszystkich zaobserwowanych wstrząsów o energii $E^{W} > 1 \cdot 10^{2}$ J. W linii czwartej, jak poprzednio, pokazano ich autokorelację $r(\tau)$ oraz widmo S(T). I znów, tak jak dla zdarzeń $E^{W} > 1 \cdot 10^{4}$ J, tak i dla tych o energii $E^{W} > 1 \cdot 10^{2}$ J, obserwuje się praktyczny brak autokorelacji, a formalny test (5%), – na podstawie którego określa się czy $r(\tau) > 1,96/\sqrt{N}$, gdzie N = 1680 – brak ten potwierdza.

Z przykładów tych wynika następujący ważny wniosek:

W dziedzinie czasu niemożliwa jest nietrywialna prognoza szeregu czasowego godzinowych energii wstrząsów, na podstawie informacji zawartej w obserwacjach wszystkich wstrząsów i tylko wstrząsów o energii $E^W > 1 \cdot 10^2 J$.

Ponieważ istnieją liczne inne, analogiczne przykłady (np. Kornowski 2002; 2003a, b; Kurzeja 2004) potwierdzające ten wniosek, przypisuje się mu znaczenie ogólne w sejsmologii górniczej (dopuszczając zmianę wartości "progowej" 1·10²J w przypadku zmiany sposobu estymacji energii). Wniosek ten w jakościowej formie (tzn. dla "silnych" wstrząsów) jest znany od dawna (np. Lasocki 1990). Jest on istotny w praktyce górniczej ze względu na sugestie by prognozę zagrożenia sporządzać tylko na podstawie obserwacji wstrząsów o energii powyżej 1·10²J, eliminując sejsmoaku-stykę. Zdaniem autorów wykluczy to prognozę w dziedzinie czasu.

Zasadniczą różnicę stwierdza się jednak, analizując dwie ostatnie linie rysunku 1. W linii piątej przedstawiono szereg czasowy $E(t) \equiv \log E_{\Delta,S}^{C}(t)$ (całkowitej (AE i wstrząsów) logarytmicznej godzinowej energii emisji sejsmicznej), a poniżej, w linii szóstej, jego autokorelację i widmo. Nie potrzeba formalnego testu (który zresztą potwierdza oczywistą obserwację), by stwierdzić że wartości $r(\tau)$ są teraz niemal do $\tau = 100$, istotnie różne od zera. Wskazuje to na istnienie liniowej zależności między przyszłością a przeszłością szeregu czasowego i możliwość nietrywialnej prognozy. Nośnikiem informacji – umożliwiającej prognozę – są najsłabsze, lecz występujące w wielkiej liczbie zjawiska AE. To ich obecność umożliwia nietrywialną prognozę w dziedzinie czasu, ich brak prognozę tę wyklucza. Na tym polega znaczenie sejsmoakustyki.

Nie utrzymuje się, że $r(\tau)$ i *AE* decydują o prognozie w dziedzinie energii: o rozkładzie energii, szczególnie w wysokoenergetycznym skrzydle ("ogonie") tego rozkładu, w oczywisty sposób decydują energie silnych wstrząsów, a to oznacza niezbędność obserwacji sejsmologicznych. Należy więc stwierdzić, że obydwa systemy – sejsmoakustyki i sejsmologii górniczej – muszą pracować i współpracować, dostarczając, każdy w swoim zakresie, informację niezbędną dla pełnej prognozy zagrożenia sejsmicznego.

Rysunek 1 stanowi też, zaczerpniętą z geofizyki górniczej, ilustrację znanego w teorii procesów stochastycznych (np. Swiesznikow 1965; Leadbetter i inni 1983) "zagadnienia o przewyższeniu" zadanego progu (w tym przypadku: $1\cdot10^4$ J oraz $1\cdot10^2$ J) przez wartości szeregu czasowego. W teorii dowodzi się (Leadbetter i inni 1983), że ze wzrostem progu obserwacji (np. 10^0 J \rightarrow 10^2 J \rightarrow 10^4 J \rightarrow ...), ciąg przewyższeń tego progu dąży do nieskorelowanego (stąd "nieprognozowalnego" w dziedzinie czasu) procesu Poissona (a informacja o zależnościach korelacyjnych zanika). **Teoria i obserwacje autorów są więc w pełni zgodne**. Pamiętać zatem należy, że bez względu na to jaki przyjmie się próg obserwacji, to odrzucając obserwacje leżące poniżej tego progu, odrzuca się zawartą w nich informację. Gdy "jakiś" próg – na przykład ze względu na obecność szumów – trzeba przyjąć, to powinien on być jak najniższy i poparty analizą strat i korzyści.

Górnictwo i Środowisko



Rys. 1. Zależność między energetycznym progiem obserwacji a autokorelacją godzinowych wartości energii dla trzech wartości progowych (od góry 1·10⁴J, 1·10²J, poziom *AE*), na przykładzie 10 tygodni obserwacji, śc. 37/501 w kopalni "Wesoła"; szczegółowy opis rysunku w tekście

Fig. 1. Relation between the energy observation threshold and the autocorrelation of a sequence of hourly energies – with three threshold values (from the top: $1 \cdot 10^4$ J, $1 \cdot 10^2$ J, AE level) – applying 10 weeks of hourly observations from the 37/501 longwall at "Wesoła" Coal Mine; detailed description in the text

Zagadnienie progu obserwacji E_0 pojawia się też przy analizie korelacji wzajemnej $r_{xy}(\tau)$ między $x = E^C(t)$, szeregiem czasowym energii całkowitej a wyizolowanym z niego – stosując próg E_0 – ciągiem y energii wstrząsów. Gdy (arbitralnie wybrany) próg E_0 jest bliski 0, funkcja korelacji wzajemnej $r_{xy}(\tau)$ jest (niemal) tożsama z funkcją $r_{xx}(\tau)$ szeregu $E^C(t)$. Dla wybieranych coraz większych wartości E_0 , coraz mniej wartości $E^C(t)$ przekracza ten próg i wartości $r_{xy}(\tau)$ – korelacji między "oryginalnym" ciągiem $E^C(t)$ a wyizolowanymi z niego punktowymi przewyższeniami progu E^0 – maleją, stając się "nieistotne". Zatem

dla każdego
$$\tau$$
: $\lim_{E_0 \to \infty} r_{xy}(\tau) = r_{xx}(\tau)$ (5a)

dla wystarczająco liczebnych ciągów x_i : $\lim_{E_0 \to} r_{xy}(\tau) = 0$ (5b)

Oznacza to, że jakikolwiek wzrost progu E_0 obserwacji (ponad poziom szumów) tylko utrudnia prognozę (przyszłych wartości) szeregu czasowego, a z rysunku 1 wynika, że <u>pominięcie AE wyklucza</u> nietrywialną (użyteczną) <u>prognozę</u> w dziedzinie czasu.

Jest to empiryczna obserwacja, a nie dowód.

3. ILOŚCIOWA PROGNOZA ENERGII SEJSMICZNEJ I ZAGROŻENIA SEJSMICZNEGO

Przedmiotem prognozy jest, zgodnie z (1), całkowita energia emisji sejsmicznej $E \equiv \operatorname{og} E_{\Delta t,S}^{C}(t)$, traktowana jako zmienna losowa o rozkładzie normalnym, zatem faktycznie prognozuje się, w czasie dyskretnym (tzn. co Δt i przyjmując, że $\Delta t = 1$), wartość $\overline{E}(t+1)$ i $\sigma^{2}(t+1)$. Te dwa parametry rozkładu normalnego umożliwiają łatwe obliczenie dowolnych prawdopodobieństw przedziałowych dla energii, w tym zagrożenia $Z \equiv Z_{\Delta,S}(t, E_g)$ zgodnie z podaną definicją. Założenie rozkładu normalnego dla $E = \log E_{\Delta t,S}^{C}(t)$ jest równoznaczne z założeniem rozkładu logarytmicznonormalnego dla energii oryginalnej (przed logarytmowaniem).

Predyktorem liniowym (lub liniowym filtrem predykcyjnym) nazywa się równanie

$$\bar{x}(t+) = a_0 x(t) + \dots + a_{p-1} x(t-p+1)$$
(6a)

gdzie p jest rzędem^{*)} predyktora, natomiast $a_0 \dots a_{p-1}$ są współczynnikami predyktora.

Równanie to zapisane w postaci

$$x(t+1) = a_0 x(t) + \dots + a_{p-1} x(t-p+1) + \eta_{t+1}$$
(6b)

(gdzie η_{t+1} jest "błędem losowym") w statystyce jest znane jako równanie (lub model) procesu autoregresji AR(p) (przedrostek "auto-", jak w przypadku autokorelacji, informuje, że przedmiot i podmiot są tożsame). Predyktor (6a) jest uśrednioną (po zbiorze realizacji) formą równania (6b). **Predyktor ten jest nazywamy "liniowym" – a odpowiednia metoda, metodą prognozy liniowej – gdyż (6a) to zwykłe algebraiczne równanie liniowe**. Gdy znane są wartości współczynników ($a_0 \dots a_{p-1}$), to prognoza, formułowana w dowolnej chwili *t*, w sposób zgodny z (6a), jest niezwykle prosta. Należy "tylko" umieć na bieżąco (co Δt) obliczać optymalne wartości ($a_0 \dots a_{p-1}$).

Jeżeli założy się (na przykład), że jest chwila *t* i prognozować się będzie energię E(t+1), a zaobserwowano dotąd na przykład M = 168 godzinowych wartości energii $X_t^M = \{E(t-167), E(t-166) \dots E(t)\}$ to wartość *M* nie jest w tym przypadku istotna. Określa ona rozpiętość "okna czasowego" lub liczebność "zbioru informacyjnego I_t^n umożliwiającego w każdej chwili *t* estymację współczynników a_i predyktora. Ogólnie, *M* wybiera się, kierując się oceną stacjonarności prognozowanego procesu (np. Kurzeja 2004). Kolejną ważną decyzją jest wybór **kryterium jakości (lub kryterium optymalności)**. W literaturze niemal zawsze jest wybierane **kryterium minimalizacji średniego błędu kwadratowego** i taki wybór jest też w tym przypadku. Wybór ten

^{*)} Ponieważ predyktor (6a) określa równocześnie równanie różnicowe (6b) procesu, to "rząd predyktora/filtru/modelu" definiuje się analogicznie jak rząd równania różnicowego (lub różniczkowego). Zatem równanie $x_{t+1} = a_0x_t + \eta_{t+1}$ tożsame z równaniem $x_{t+1} - a_0x_t = \eta_{t+1}$ określa predyktor pierwszego rzędu. Podobnie równanie $x_{t+1} = a_0x_t + a_1x_{t-1} + \eta_{t+1}$ tożsame z równaniem $x_{t+1} - a_0x_t - a_1x_{t-1} = \eta_{t+1}$ określa predyktor drugiego rzędu itd.

jest dobrze uzasadniony, lecz wynikają z niego poważne konsekwencje: średni błąd (kwadratowy) jest pojęciem statystycznym, zdefiniowanym na "wystarczająco dużym" zbiorze prognoz i błędów. Kryterium to zapewnia "średnio" dobrą (najlepszą z możliwych) prognozę lecz nie gwarantuje poprawności prognozy w żadnym konkretnym przypadku, nawet tak ważnym jak tąpnięcie czy silny wstrząs w kopalni. Jest to cena, którą trzeba zapłacić za możliwość prognozy statystycznej. W sytuacji gdy niemożliwa jest prognoza deterministyczna (patrz część pierwsza cyklu artykułów) jest to więc cena za możliwość jakiejkolwiek racjonalnej prognozy. Ponieważ stosowane algorytmy zapewniają, że średni błąd (który odróżniać trzeba od średniego błędu kwadratowego) jest zerem, przyjęta miara jakości oznacza też minimalizację wariancji $\sigma^2(t + 1)$ błędu prognozy i w badaniach porównawczych (np. Kornowski 2003a, b; Kurzeja 2004) porównuje się zwykle wariancje błędów prognozy wykonanej różnymi metodami.

Mając zdefiniowane kryterium jakości oraz zbiór informacyjny I_t (którym jest w opisywanym przypadku ciąg obserwacji $X_t \equiv \{E(t-167) \dots E(t)\}$) określa się – tylko w tym przykładzie, w przypadku ogólnym nie jest to konieczne – rząd p predyktora, którym należy się posłużyć: w tym przypadku wybierano p = 3. Można teraz (w chwili t) ułożyć, **wykorzystując całą informację zawartą w I_t**, następujące równania prognozy

i rozwiązać ten układ, ze względu na niewiadome (a_0, a_1, a_2) , ogólnie znaną metodą minimalizującą średni błąd kwadratowy (a następnie (a_0, a_1, a_2) wstawić do (6a) i prognozować). Jeżeli wprowadzi się oznaczenia (stosując symbol *T* dla transpozycji):

$$A = [a_0, a_1, a_2]^T$$
 (8a)

$$B = \begin{bmatrix} E(t-1) & E(t-2) & E(t-3) \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ E(t-165) & E(t-166) & E(t-167) \end{bmatrix}$$
(8b)

$$Y = [E(t), E(t-1) \dots E(t-164)]^{T}$$
(8c)

to, układ równań (7) przyjmie postać

$$BA = Y \tag{9a}$$

i ma ogólnie znane rozwiązanie

Mining and Environment

$$4 = [B^T B]^{-1} B^T Y \tag{9b}$$

Tak przedstawia się jedna z możliwych metod estymacji współczynników (a_0, a_1, a_2) predyktora. Obliczenia te powtarzać można co Δt (lub raz na dobę, czy raz na tydzień), a obliczone wartości wstawić do (6a) i prognozować (zawsze co Δt). Optymalność rozwiązania (9b) gwarantuje optymalność prognozy. W praktyce, ze względu na lokalną tylko stacjonarność emisji zarówno estymacja (9b), jak i prognoza (6a) nie mogą w sposób ścisły spełniać warunków optymalności, wynik ma więc charakter przybliżony.

Metodę estymacji współczynników a_i można też przedstawić w sposób ilustrujący znaczenie autokorelacji $r(\tau)$.

Jeżeli równanie (9a) pomnoży się obustronnie przez macierz B^{T} , to przyjmie ono następującą postać

$$(B^T B)A = B^T Y \tag{10}$$

Równanie to zwane jest równaniem normalnym zagadnienia prognozy liniowej, a odpowiadający mu układ równań – układem równań normalnych. Iloczyn $B^T B$ tworzy macierz R o wymiarach (pp) – w naszym przykładzie $(3\cdot3)$ – i jest to (w przybliżeniu) macierz autokorelacji (energii emisji), zbudowana z elementów, które są kolejnymi wartościami funkcji autokorelacji { $r(\tau)$, $\tau = 0, 1 ... p$ } aktualnego w chwili t zbioru informacyjnego I_t . Zatem

$$R = \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & r(2) \\ r(1) & r(0) & r(1) \\ r(2) & r(1) & r(0) \end{bmatrix}$$
(11)

gdzie wartość $r(\tau)$ oblicza się, korzystając z równania (4). Podobnie wykazać można, że iloczyn B^TY jest wektorem r_{BY1} o postaci $\{r(1) \dots r(p)\}^T$ przesuniętym o jedną jednostkę czasu (co symbolizuje indeks BY1) względem pierwszej kolumny macierzy R - w przykładzie $r_{BY1} = \{r(1), r(2), r(3)\}^T$. Równanie (10) można więc zapisać w formie

$$RA = r_{BY1} \tag{12}$$

(która ma wiele ciekawych właściwości i nosi nazwę równania Levinsona-Durbina, na przykład Box i Jenkins 1970). Równanie to wskazuje, że cała informacja, niezbędna do liniowej prognozy, zawarta jest w wartościach $r(\tau)$ funkcji autokorelacji. Rozwiązanie równania (12) jest, oczywiście, zgodne z rozwiązaniem (9b). Szczegółowe metody numerycznego rozwiązywania układów równań liniowych (np. metoda Choleskiego, Levinsona-Durbina itp.) nie zostały w tym artykule opisane, gdyż jest to zagadnienie znane. Trzeba jednak dodać, że te metody estymacji współczynników $(a_0 \dots a_{p-1})$ predyktora (6a), w których wykorzystuje się autokorelację $r(\tau)$ w sposób bezpośredni, bardzo ułatwiają równoczesną estymację wariancji σ^2 błędów prognozy, gdyż można wykazać (Brockwell i Davis 1991, s. 239; Box i Jenkins 1970, s. 56) że (stosując oznaczenia jak w (6a), (11), (14))

$$\sigma^{2} = r(0) + a_{0}r(1) + a_{1}r(2) + \dots + a_{p-1}r(p)$$
(13a)

i w podanym przykładzie

$$\sigma^2 = r(0) + a_0 r(1) + a_1 r(2) \tag{13b}$$

Zatem wariancja prognozy $\sigma^2(t+1)$ jest łatwo obliczalna. Równanie (6a) i dla p = 3 można zapisać w postaci

$$\overline{E}(t+1) = a_0 E(t) + a_1 E(t-1) + a_2 E(t-2)$$
(14)

Wartości E(t), E(t-1), E(t-2) zawsze są wartościami zmierzonymi. Jeżeli założy się, że współczynniki (a_0 , a_1 , a_2) optymalnego predyktora są obliczone najlepiej, jak to możliwe (cokolwiek by to oznaczało), wówczas oczywiste jest, że przyczyną (nieuniknionych!) błędów prognozy są błędy obserwacji:

Z równania (14) – a ogólnie z (6a) – wynika, (wystarczy spojrzeć!) że blędy pomiaru energii E(t), przenoszą się bezpośrednio i natychmiast do prognoz. Gdy energie mierzone są (średnio) z dokładnością "do rzędu wielkości", to niemożliwe jest uzyskanie (średnio) dokładniejszych prognoz. Stąd wynika podstawowe znaczenie poprawnych obserwacji energii AE i wstrząsów.

Drugim – oprócz błędu pomiaru energii – czynnikiem wpływającym na praktyczną użyteczność prognoz (których przedmiotem jest intensywność energii całkowitej emisji) jest rozdzielczość – identyczna obserwacji i prognoz – w dziedzinie czasu. Dotyczy ona możliwości wyprognozowania istnienia i położenia na osi czasu, ekstremów energii emisji, które są kojarzone ze wstrząsami. Ponieważ w metodzie wykorzystuje się wartości energii kumulowane w kolejnych jednostkach Δt czasu (np. w kolejnych godzinach) to niemożliwa jest analiza – ani wykorzystanie, ani prognoza – osobnych zjawisk wewnątrz przedziału o szerokości Δt . Jeżeli więc – na przykład – obserwuje się emisję w przedziałach godzinowych i wstrząs o godzinie 11⁴⁵ poprzedzony był 30-minutowym "prekursorskim" wzrostem energii E^{AE} , to nie uzyska się żadnych informacji: obserwacja $E^{C}(t)$ o godz. 11⁰⁰ nic jeszcze nie wskazywała a obserwacja o 12⁰⁰ jest już spóźniona. Wynika stąd, że:

Rozdzielczość prognoz w dziedzinie czasu nie może być lepsza od rozdzielczości obserwacji. W działających obecnie (w górnictwie polskim) systemach, to proces lokalizacji i oceny energii $E^{W}(t)$ wstrząsów, wymagający ingerencji człowieka, ogranicza możliwość skracania Δt .

Lokalizacja wstrząsów jest niezbędna zarówno do oceny ich energii, jak i wybrania tylko tych wstrząsów, które pochodzą z obserwowanego obszaru S. Możliwość skrócenia jednostki czasu Δt wiąże się z automatyzacją wyznaczania tzw. "pierwszych wejść" fal na czujniki – albo ze zmianą sposobu lokalizacji. Zagadnienia te wykraczają jednak poza zakres tego artykułu.

Reasumując, w celu sporządzenia prognozy liniowej, należy wybrać:

- kryterium optymalizacji (zwykle minimalnokwadratowe),
- zbiór informacyjny I_t (np. 1 lub 2 tygodnie godzinowych obserwacji E^C),
- sposób aktualizacji I_t (np. przesuwanie co $K\Delta t$ o $K\Delta t$ gdzie K = 1 lub $K\Delta t = 24$ godz.),
- rząd p predyktora lub sposób określania rzędu p (np. Akaike 1974),

 algorytm obliczeniowy do rozwiązania równania (9a) lub (12) (np. Levinsona--Durbina, patrz Box i Jenkins 1970).

Następnie należy, co $K\Delta t$, obliczać, za pomocą wybranego algorytmu obliczeniowego, współczynniki predyktora oraz wariancję (13a) błędu prognozy, a stąd wartość $\overline{E}(t+1)$ na podstawie (13a) oraz granice przedziału ufności dla prognozy i zagrożenie.

3. PROGNOZA ZAGROŻENIA – PRZYKŁADY

Na rysunkach 2 i 3 przedstawiono wyniki ciągłej obserwacji i prognozy całkowitej energii emisji w ścianie 44/510 w kopalni "Wesoła", prowadzonej przez 8 tygodni (3.02.2003 – 31.03.2003).



Rys. 2. Analiza i prognoza czterech tygodni (od 3.02.2003) godzinowych obserwacji całkowitej (*AE* i wstrząsów) energii emisji sejsmicznej ze ściany 44/510 w kopalni "Wesoła". W linii szóstej pokazano energie prognozowane (kropki) na tle obserwowanych (linia ciągła). Szczegółowy opis rysunku w tekście

Fig. 2. Analysis and prediction of four weeks of hourly observed total (*AE* + tremors) seismic energy emitted from the 44/510 longwall of "Wesoła" Coal Mine. In the sixth line, predicted (dots) versus observed (continous line) energies are shown. Detailed description in the text

Górnictwo i Środowisko



Rys. 3. Analiza i prognoza dalszych czterech tygodni (od 3.03.2003) godzinowych obserwacji całkowitej (*AE* i wstrząsów) energii emisji sejsmicznej ze ściany 44/510 w kopalni "Wesoła". W linii szóstej pokazano energie prognozowane (kropki) na tle obserwowanych (linia ciągła). Szczegółowy opis rysunku w tekście

Fig. 3. Analysis and prediction of four weeks of hourly observed total (*AE* + tremors) seismic energy emitted from the 44/510 longwall of "Wesoła" Coal Mine. In the sixth line, predicted (dots) versus observed (continous line) energies are shown. Detailed description in the text

Obydwa rysunki zostały wykonane w identyczny sposób, stąd podany niżej opis odnosi się zarówno do jednego, jak i drugiego. W celu ułatwienia opisu przyjmuje się, że każdy z nich składa się z siedmiu "linii". W linii pierwszej (od góry) przedstawiono ciąg wstrząsów z rejonu obserwowanej ściany. Oś pozioma jest wyskalowana w godzinach, oś pionowa przedstawia energię w jednostkach logarytmicznych. W linii drugiej pokazano, od lewej, autokorelację $r(\tau)$, rozkład energetyczny $N(\log E)$ oraz widmo S(T) ciągu wstrzasów (z linii pierwszej). Należy zauważyć, że na osi poziomej widma pokazano nie częstotliwość, lecz jej odwrotność, okres T, wyrażony w godzinach. W linii trzeciej przedstawiono ciąg godzinowych wartości całkowitej logarytmicznej energii emisji (to są właściwe dane wejściowe do algorytmu prognozy i te wartości są prognozowane: z upływem każdej godziny "zegarowej" (np. o godz. 15^{00} , 16^{00} , 17^{00} itd.), na podstawie energii E(t), E(t-1), E(t-2)... prognozuje się E(t+1), a dokładniej mówiąc, prognozuje się wartość średnią E(t+1) i wariancję $\sigma^2(t+1)$ energii, która będzie wyemitowana w okresie $(t, t+\Delta t)$. Na wykresie E(t), w linii trzeciej, widoczne są – w postaci ostrych maksimów – silniejsze wstrząsy (pokazane też w linii pierwszej). W linii czwartej - tak jak w drugiej - przedstawiono

(od lewej), autokorelacje $r(\tau)$, rozkład energetyczny $N(\log E)$ oraz widmo S(T) procesu emisji. Ważne jest wizualne porównanie, na obu rysunkach (2 i 3), autokorelacji $r(\tau)$ ciągu wstrząsów pokazanej w linii drugiej, z autokorelacją $r(\tau)$ emisji całkowitej, pokazaną w linii czwartej. Różnica jest oczywista i potwierdzają ją formalne testy istotności: autokorelacja ciągu wartości energii wstrząsów jest (niemal) nieistotna, zatem nie umożliwia prognozy w dziedzinie czasu (jest to wniosek znany, np. Lasocki 1990; Kornowski 2002; Kurzeja 2004), natomiast autokorelacja energii całkowitej jest istotna (dużo większa od wartości $r_{kr} = 1.96/\sqrt{N}=0.076$ określającej, dla N = 4.7.24 = 672, próg 5% istotności) co umożliwia użyteczną prognozę w dziedzinie czasu. W linii piątej pokazano logarytm prognozowanej wartości zagrożenia sejsmicznego Z zdefiniowanego jako prawdopodobieństwo przekroczenia, przez całkowitą godzinową energię emisji, wartości progowej $E_g = 1.10^5$ J. Wynika stąd, że prawdopodobieństwo to jest (niemal zawsze) bardzo małe (wartość "-2" na skali logarytmicznej oznacza 0,01, wartość "-4" oznacza 0,0001) i tylko w godzinach, w których występują wstrząsy, przekracza wartość 0,001. W linii szóstej (drugiej od dołu) pokazano wartości energii całkowitej wyprognozowane ("grube kropki"), na tle wartości rzeczywiście obserwowanych (cienka linia ciągła). Wizualne porównanie wartości prognozowanych z rzeczywistymi wypada zdecydowanie pozytywnie, upoważniając do wniosku, że prognoza jest "na ogół" bardzo dobra, ale badając dokładniej dostrzec można, że prognoza maksimów często "spóźnia się" względem momentów rzeczywistego występowania wstrząsów. Ten niekorzystny efekt (najprawdopodobniej) jest spowodowany niewystarczającą rozdzielczością (tzn. zbyt długą jednostką Δt) obserwacji w dziedzinie czasu. Eksperyment pomiarowy w kopalni wykluczał jednak obserwacje sejsmologiczne częstsze niż w okresach godzinowych, nie można więc powiedzieć jak krótka powinna być jednostka czasu, by zmniejszyć liczbe opóźnień. W ostatniej, siódmej linii pokazano obserwowana energie całkowita (te sama co w linii trzeciej) w otoczeniu granic 90% przedziału ufności dla prognozy (90% przedział ufności to przedział, w którym powinno się mieścić średnio 90 obserwacji z każdych 100 obserwacji). W każdej chwili t (tzn. co godzine) granice te prognozuje się (wraz z wartościami $\overline{E}(t+1)$ i $\sigma^2(t+1)$), a po upływie godziny można sprawdzić czy rzeczywista obserwacja w granicach tych się mieści. Zauważa się, że granice te nie są zbyt szerokie (szerokość jest rzędu 1 jednostki logarytmicznej) i nie są zbyt często naruszane - co potwierdza zadowalającą jakość metody i poprawność wybranej wartości $\alpha = 90\%$. Wartości naniesione krzywa ciągła w liniach 3 i 6 oraz pokazane jako krzywa środkowa w linii 7, to energie obserwowane, które wykreślić można dopiero po upływie tej jednostki Δt czasu, której dotyczą. Wartości naniesione "grubymi kropkami" w linii 6, to prognozowane wartości $\overline{E}(t+1)$ obliczane w chwili rozpoczęcia się (lub przed rozpoczęciem) Δt . Dolna (DG) i górna (GG) granice 90% przedziału ufności dla prognozy, pokazane w linii 7 (jako odpowiednio, dolna i górna krzywa w tej linii) obliczane są równocześnie z E(t+1) jako

$$DG(t+1) = E(t+1) - 1,96\sigma(t+1)$$
(15a)

$$GG(t+1) = E(t+1) + 1,96\sigma(t+1)$$
(15b)

(gdzie σ to pierwiastek z wariancji rozkładu błędów prognozy). Pokazane w linii 5 zagrożenie sejsmiczne (oznaczane jako log(PEW5) na rysunkach 2 i 3), to prawdopodobieństwo przekroczenia przez E(t + 1) wartości $E_g = 1 \cdot 10^5 \text{J}$, obliczane jako całka od E_g do ∞ z równania (gęstości) rozkładu normalnego.

Warto dodać, że zbliżone wyniki uzyskano także w innych okresach, także dla innych ścian i w innych kopalniach (np. Kornowski 2003a, b; Kurzeja 2004).

PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W artykule stanowiącym pierwszą część cyklu (Kornowski 2004) opisano, między innymi, prosty sposób przybliżonego prognozowania wartości oczekiwanej ryzyka finansowego $R_f(t+1) - część pierwsza, równanie (5.4a) - gdy znane są$ $wartości <math>\overline{E}(t+1)$ i $\sigma^2(t+)$ parametrów rozkładu całkowitej energii sejsmicznej $E = \Sigma_{\Delta LS}^C(t)$ i odpowiednie dane statystyczne o minionych zdarzeniach, a także jeszcze prostszy sposób prognozowania zmian gęstości $r_f(t+1)$ tego ryzyka – część pierwsza, równanie (5.4d) – gdy są znane $\overline{E}(t+1)$ i $\sigma^2(t+1)$.

W niniejszym artykule opisano sposób prognozowania wartości E(t+1)i $\sigma^2(t+1)$, co łącznie z wynikami zawartymi w części pierwszej (Kornowski 2004) stanowi pełną metodę równoczesnego, sekwencyjnego prognozowania energii sejsmicznej, zagrożenia sejsmicznego i oczekiwanego ryzyka finansowego (lub jego zmian)

w sposób umożliwiający, zależny od ryzyka, "ranking" decyzji lub sytuacji – w szczególności, choć nie tylko, w przypadku akcji ratowniczej (po tąpnięciu), prowadzonej w warunkach zagrożenia tąpaniami. W artykule przygotowywanym do druku, stanowiącym trzecią część cyklu, będą opisane uogólnienia przedstawionych metod.

Przedstawione dotąd wyniki można podsumować następującymi wnioskami:

- 1. W artykułach stanowiących pierwszą i drugą część cyklu opisano kompletną metodę ilościowego prognozowania energii i zagrożenia sejsmicznego oraz oczekiwanego ryzyka finansowego $R_f(t+1)$ i jego gęstości $r_f(t+1)$.
- 2. Bieżące stosowanie tej metody wymaga:
 - danych statystycznych o minionych wstrząsach, tąpaniach i związanych z nimi kosztach,
 - bieżącej obserwacji całkowitej energii $E_{\Delta t,S}^{C}(t)$ emisji sejsmicznej w obserwowanym rejonie,
 - oprogramowania prognozującego wartości E(t+1) i $\sigma^2(t+1)$, jak opisano w niniejszym artykule, oraz prognozującego wartości $R_f(t+1)$ lub $r_f(t+1)$, jak w części pierwszej.
- 3. Dokładność wyników prognozy $\overline{E}(t+1)$ i $\sigma^2(t+1)$ zależy od:
 - jakości obserwacji (czyli od dokładności ocen) energii E^{W} i E^{AE} ,
 - częstości obserwacji.

Literatura

- 1. Akaike H. (1974): *A New Look at the Statistical Model Identification*. IEEE Trans. Autom. Contr. AC-19, s. 716-723.
- 2. Box G.E.P., Jenkins G.M. (1970): *Time Series Analysis, Forecasting and Control.* San Francisco, Holden-Day.
- 3. Brockwell P.J., Davis R.A. (1991): *Time Series: Theory and Methods*. New York, Springer-Verlag.
- 4. Dubiński J., Konopko W. (2000): Tapania ocena, prognoza, zwalczanie. Katowice, GIG.
- 5. Kajdasz Z., Kornowski J. Nowak W., Kurzeja J., (2000): *Monitorowanie zagrożenia* sejsmicznego dla potrzeb akcji ratowniczej. Tapania 2000. Katowice, GIG.
- 6. Kornowski J. (2002), Podstawy sejsmoakustycznej oceny i prognozy zagrożenia sejsmicznego w górnictwie. Katowice, GIG.
- 7. Kornowski J. (2003a): Linear Prediction of Aggregated Seismic and Seismoacoustic Energy Emitted from a Mining Longwall. Acta Montana, Ser. A No. 22(129), s. 5–14.
- Kornowski J. (2003b): Linear Prediction of Hourly Aggregated AE and Tremors Energy Emitted from a Longwall and its Performance in Practice. Arch. Min. Sci., Vol. 48 No. 3, s. 315-337.
- 9. Kornowski J. (2004): *Wprowadzenie do zagadnienia sekwencyjnej prognozy ryzyka finansowego w czasie akcji ratowniczej po tąpnięciu*. Prace Naukowe GIG. Górnictwo i Środowisko nr 4.
- 10. Kornowski J., Kurzeja J. (2002): Metoda prognozowania zagrożenia sejsmicznego w kopalniach wegla kamiennego. Przegląd Górniczy nr 12, s. 15–20.
- 11. Kornowski J., Kurzeja J. (2004): *Liniowa prognoza całkowitej energii emisji sejsmicznej indukowanej eksploatacją górniczą*. Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa nr 12.
- 12. Kurzeja J. (2004): Sekwencyjna prognoza emisji sejsmicznej generowanej eksploatacją pokładu węgla. Katowice, GIG (Praca doktorska).
- 13. Lasocki S. (1990): *Predykcja silnych wstrząsów górniczych*. Zeszyty Naukowe AGH, Seria Geofizyka Stosowana z. 7.
- 14. Leadbetter M.R., Lindgren G., Rootzen H. (1983): *Extremes and Related Properties of Random Sequences and Processes*. New York, Springer-Verlag.
- 15. Marcak H., Zuberek M.W. (1994): Geofizyka górnicza. Katowice, Śląskie Wydaw. Tech.
- Surma A., Kornowski J. (2002): *Liniowa prognoza zagrożenia sejsmicznego na podstawie obserwacji w rejonie ściany* 37/510 kopalni "Wesoła". Bezpieczeństwo Pracy i Ochrona Środowiska w Górnictwie nr 12, 28–31.
- 17. Swiesznikow A.A. (1965): Podstawowe metody funkcji losowych. Warszawa, PWN.

Recenzent: dr inż. Eugeniusz Krause