

Urszula Sanetra, Krzysztof Pacześniowski

OBLICZANIE KĄTA TARCIA WEWNĘTRZNEGO I SPÓJNOŚCI SKAŁ METODĄ STYCZNEJ DO OBWIEDNI KÓŁ MOHRA W POSTACI PARABOLI

Streszczenie

W artykule przedstawiono najczęściej stosowane metody obliczania kąta tarcia wewnętrznego i spójności skał, a także metodę zaproponowaną przez autorów. Podstawą tej metody jest przyjęte założenie, zgodnie z którym obwiednia kół Mohra jest parabolą. Równanie paraboli określa się metodą najmniejszych kwadratów, a wartości kąta tarcia i spójności z równania stycznej do tej paraboli w zadanym punkcie. Opracowano program komputerowy MOHR, według którego oblicza się wartości kątów tarcia i spójności.

Przedstawiono również przykłady praktycznego zastosowania opracowanego programu oraz analizę uzyskanych wyników dla kilku przykładowych skał karbońskich GZW. Badania prowadzono w trójosiowym stanie naprężenia, stosując sztywną maszynę, co umożliwiło określenie własności wytrzymałościowych skał zwięzłych (faza przedkrytyczna) i spękanych (faza pokrytyczna). Do analizy wyników wykorzystano omówiony program komputerowy. Z równania obwiedni parabolicznej kół Mohra dla danego rodzaju skały metodą stycznych do obwiedni wyznaczono zmianę wartości kąta tarcia wewnętrznego i zmianę spójności w funkcji naprężenia normalnego.

Calculation of internal friction angle and rock coherence by means of the method tangent to the envelope of Mohr's circles in the form of a parabola

Abstract

The article presents the used most frequently method of calculation of the internal friction angle and rock coherence as well as a method proposed by the authors. The basis of this method is the assumption, in conformity with which the envelope of Mohr's circles is a parabola. The parabola equation is determined using the least square method, and the values of the friction angle and coherence from the equation of tangent to this parabola in the assigned point. A MOHR computer program was developed, according to which we calculate the values of friction angles and coherence.

Furthermore, examples of practical application of the worked out program and analysis of obtained results for several exemplary Carboniferous rocks from the Upper Silesian Coal Basin have been presented. The investigations were conducted in the triaxial stress state, using a rigid machine, which enabled to determine the strength properties of cohesive rocks (precritical stage) and fissured rocks (postcritical stage). For the analysis of results the discussed computer program was used. From the equation of the parabolic envelope of Mohr's circles for the given type of rock by means of the method of tangent to the envelope, the change of the internal friction angle and change of coherence in the normal stress function were determined.

WPROWADZENIE

W projektowaniu podziemnych robót górniczych niezbędna jest znajomość wartości fizyko-mechanicznych parametrów skał zalegających w warunkach naturalnych, przede wszystkim wytrzymałości na ściskanie i ścinanie. Zwykle wartości te uzyskuje

się na podstawie badań próbek skalnych w warunkach laboratoryjnych podczas jednoosiowego lub trójosiowego stanu naprężenia, przy czym głębokość zalegania skał symuluje się za pomocą ciśnienia okólnego.

Na ogół wytrzymałość na ścinanie jest przedstawiana za pomocą dwóch parametrów: kąta tarcia wewnętrznego i spójności.

Parametry te są stosowane do określania nośności spągów, wielkości oddziaływania skał na obudowę wyrobisk korytarzowych i wybierkowych, i do obliczania działających ciśnień na obudowę szybów (Borecki, Chudek 1972). Są one również wykorzystywane do określania szerokości strefy spękań (Wilson 1981, Brady-Brown 1985, Duncan Fama 1993, Kłeczek 1994, Sanetra 2004). Znajomość kąta tarcia wewnętrznego i spójności, szczególnie pokrytycznej, są konieczne do projektowania wyrobisk zlokalizowanych poniżej głębokości krytycznej, gdzie wokół nich wytwarza się strefa plastyczna lub strefa spękań.

1. METODY WYZNACZANIA KĄTA TARCIA WEWNĘTRZNEGO I SPÓJNOŚCI SKAŁ

Do wyznaczania kąta tarcia wewnętrznego φ i spójności c skał najczęściej jest stosowana metoda stycznej do kół Mohra. Polega ona na wykreśleniu, w układzie współrzędnych: naprężenia ścinającego τ (rzędna), naprężenia normalnego σ (odcięta), kół Mohra dla znanych wartości naprężenia krytycznego i ciśnienia okólnego (Kidybiński 1982, Bukowska i inni 1998, Majcherczyk 2000). Dla uzyskanych kół wyznacza się obwiednię, a następnie wykreśla się styczną do obwiedni. Kąt utworzony między styczną i osią odciętych odpowiada wartości kąta tarcia wewnętrznego, natomiast odcinek utworzony przez przecięcie osi rzędnych styczną jest wartością spójności. Jest to jednak metoda subiektywna.

Najbardziej jednoznaczne określenie tych parametrów umożliwiają metody obliczeniowe. Do takich należy metoda, zgodnie z którą w układzie współrzędnych p , q (Bela i inni 1984) są nanoszone kolejne punkty obliczone według wzorów:

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, \quad q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (1)$$

gdzie:

- p – położenie środka koła,
- q – maksymalne naprężenie styczne.

Dla otrzymanego wykresu punktowego wyznacza się równanie aproksymanty

$$q_f = p \operatorname{tg} \alpha + a \quad (2)$$

z którego określa się kąt tarcia wewnętrznego φ i spójności c , według wzorów:

$$\varphi = \arcsin \alpha \quad (3)$$

$$c = \frac{a}{\cos \varphi} \quad (4)$$

W innej metodzie obwiednię granicy wytrzymałości i obwiednię wytrzymałości rezydualnej (resztkowej) w układzie współrzędnych σ_1, σ_3 można aproksymować dwoma prostymi (Kovari i inni 1983) o równaniu

$$\sigma_1 = m_i p + b_i \quad (5)$$

gdzie:

- m_i – tangens kąta nachylenia,
- b_i – rzędna punktu przecięcia wyznaczonej prostej z osią σ ,
- p – ciśnienie okólne.

Parametry m_i i b_i stosuje się do obliczania wartości kąta tarcia wewnętrznego φ_i i spójności c_i według wzorów wynikających z teorii Coulomba:

$$\varphi_i = \arcsin \frac{m_i - 1}{m_i + 1} \quad (6)$$

$$c_i = b_i \frac{1 - \sin \varphi_i}{2 \cos \varphi_i} \quad (7)$$

Według Talobra (Kłeczek 1994, Pinińska 1998) obwiednię kół Mohra można uznać za krzywą zbudowaną z trzech oddzielnych łuków, przy czym łuk pierwszy odpowiada utracie ciągłości górotworu na drodze poślizgu, łuk drugi odpowiada zniszczeniu struktury górotworu przez kruche pęknięcie, a łuk trzeci – odkształceniu plastycznemu.

Fairhurst (Kłeczek 1994) zaproponował opis obwiedni określającej krytyczny stan górotworu równaniem paraboli, której parametrami są wytrzymałość skały na jednoosiowe ściskanie R_c i rozciąganie R_r przy założeniu, że $R_c/R_r > 4$. Równanie paraboli wyraża wzór

$$\tau^2 = \left(\sqrt{\frac{R_c}{R_r} + 1} - 1 \right)^2 R_r (R_r - \sigma) \quad (8)$$

Kryterium wytrzymałościowe w postaci obwiedni zaproponowane przez Brace'go (Kłeczek 1994) ma postać:

- w przedziale naprężeń rozciągających

$$\tau = 2\sqrt{R_r(R_r - \sigma)} \quad (9)$$

- w przedziale naprężeń ściskających

$$\tau = 2R_r + \sigma \operatorname{tg} \rho \quad (10)$$

W przypadku skał karbońskich Górnośląskiego Zagłębia Węglowego do pełnego opisu kryterium wytrzymałościowego można posłużyć się równaniem obwiedni (Kidybiński 1982), które ma postać

$$\tau = a \sqrt{\sigma + R_r} \quad (11)$$

gdzie:

τ – naprężenie styczne, MPa;

σ – naprężenie normalne, MPa;

R_r – wytrzymałość na rozciąganie, MPa;

a, b – współczynniki liczbowe (dla węgla kamiennego: $a = 18,3$; $b = 0,364$; dla piaskowca $a = 21,3$; $b = 0,50$).

Według Dunikowskiego, Kormanana i Köhslinga (1969) w przypadku skał kruchych wartość ich spójności można odczytać na osi τ w miejscu przecięcia jej ze styczną łączącą koła naprężeń przy jednoosiowym rozciąganiu i jednoosiowym ściskaniu. Kąt tarcia wewnętrznego odczytuje się między tą prostą a osią σ . W przypadku skał plastycznych wartość spójności odcina na osi τ styczna do prostoliniowego odcinka obwiedni, a utworzony przez nią kąt z osią σ jest kątem tarcia wewnętrznego.

W badaniach piaskowców krośnieńskich, poddanych wysokim ciśnieniom, Łukaszewski (2004) do wyznaczania obwiedni wytrzymałościowej, według kryterium Coulomba-Mohra, wykorzystał linię regresji określoną metodą najmniejszych kwadratów.

2. OBLICZANIE KĄTA TARCIA WEWNĘTRZNEGO I SPÓJNOŚCI SKAŁ METODĄ STYCZNEJ DO OBWIEDNI KÓŁ MOHRA W POSTACI PARABOLI

2.1. Wyznaczanie równania paraboli

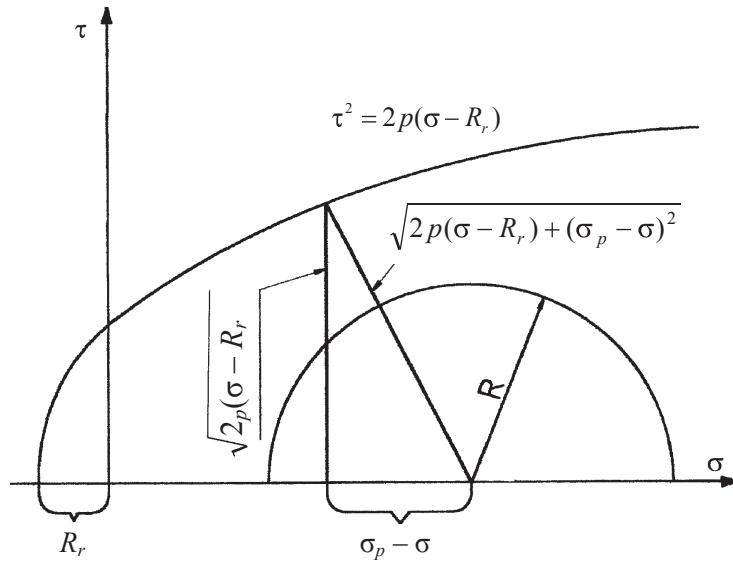
Odległość między zadaną parabolą a okręgiem obliczono wykorzystując schemat przedstawiony na rysunku 1.

Odległość Odl_1 między środkiem okręgu o promieniu R i współrzędnych $(\sigma_p, 0)$ a dowolnym punktem na paraboli określonej równaniem $\tau^2 = 2p(\sigma - R_r)$, korzystając z twierdzenia Pitagorasa, obliczono z następującej zależności

$$Odl_1(\sigma) = \sqrt{2p(\sigma - R_r) + (\sigma_p - \sigma)^2} \quad (12)$$

Odległość między środkiem okręgu o promieniu R i współrzędnych $(\sigma_p, 0)$ a parabolą $\tau^2 = 2p(\sigma - R_r)$ wyznaczono jako minimum funkcji $Odl_1(\sigma)$. Obliczono pierwszą pochodną funkcji (12) i po przyrównaniu jej do zera otrzymano

$$Odl_1(\sigma_p - p) = \sqrt{2p(\sigma_p - p - R_r) + p^2} \quad (13)$$



Rys. 1. Sposób obliczania odległości między parabolą i środkiem okręgu
 Fig. 1. Calculation method of distance between the parabola and circle center

Z powyższej zależności oraz z rysunku 1 wynika, że odległość Odl , między okręgiem o promieniu R i środkiem o współrzędnych $(\sigma_p, 0)$ a parabolą wynosi

$$Odl = \sqrt{2p(\sigma_p - p - R_r) - p^2} - R \quad (14)$$

Wyznaczenie obwiedni kół Mohra w postaci równania paraboli sprowadza się do określenia takiej wartości parametru p paraboli o równaniu $\tau^2 = 2p(\sigma - R_r)$, dla którego wartość sumy kwadratów odległości Odl , wyznaczonych według wzoru (14), między okręgami (kołami Mohra) o promieniach $R_{i=1..n}$ i współrzędnych środków $(X_{i=1..n})$ a parabolą ma minimalną wartość, co można zapisać w postaci wyrażenia

$$\left(\sum_{i=1}^n \left(\sqrt{2p(\sigma_{p_i} - p - R_r) - p^2} - R_i \right)^2 \right)_{\min} \quad (15)$$

gdzie n – liczba kół Mohra.

2.2. Wyznaczanie kąta tarcia wewnętrznego i spójności

W celu określenia wartości kąta tarcia wewnętrznego φ i spójności c skały wyznaczono kierunkowe równanie prostej ($y = ax + b$) stycznej do paraboli $\tau^2 = 2p(\sigma - R_r)$ w punkcie o współrzędnych $(\sigma_s, \tau_s = \sqrt{2p(\sigma_s - R_r)})$, a następnie obliczono pierwszą pochodną prawej strony równania paraboli

$$2\tau\tau' = 2p_p \quad (16)$$

$$\tau' = \frac{p}{\tau} \quad (17)$$

Aby prosta była styczna do paraboli, musi zachodzić równość

$$a = \frac{p}{\tau_s} \quad (18)$$

gdzie τ_s – rzędna punktu styczności.

Wartość stałej b w równaniu prostej oblicza się z zależności

$$b = \tau_s - a\sigma_s \quad (19)$$

Na podstawie powyższych wzorów, podstawiając pod σ_s zadaną wartość naprężenia σ , można obliczyć wartość kąta tarcia wewnętrznego φ oraz wartość spójności c dla danej próbki skały. Znajac wartość współczynnika kierunkowego a prostej, wyznacza się wartość kąta tarcia wewnętrznego φ skały z zależności

$$\varphi = \arctan(a) \quad (20)$$

a wartość spójności c skały z zależności

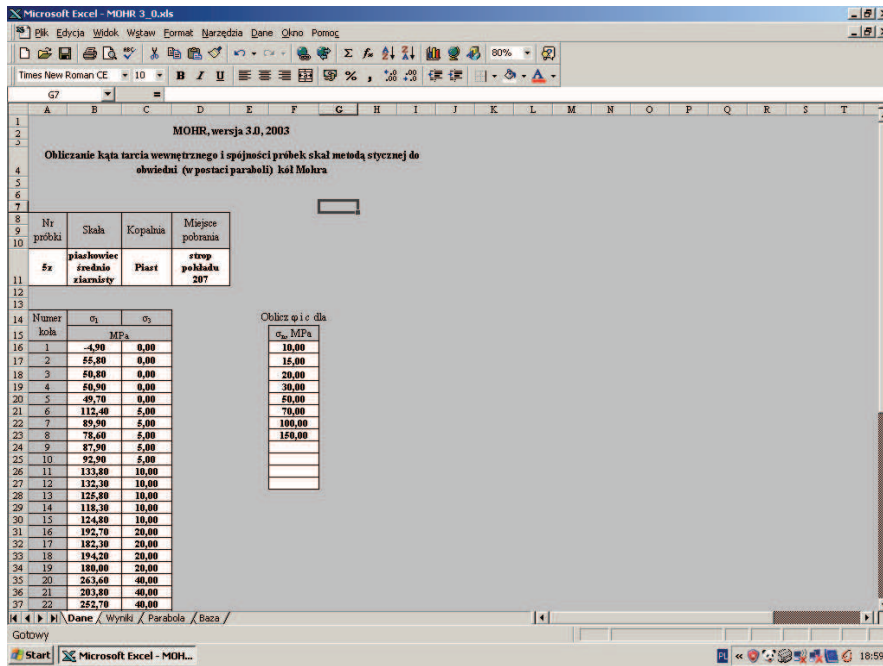
$$c = \tau_1 - a\sigma_1 \quad (21)$$

2.3. Program komputerowy MOHR

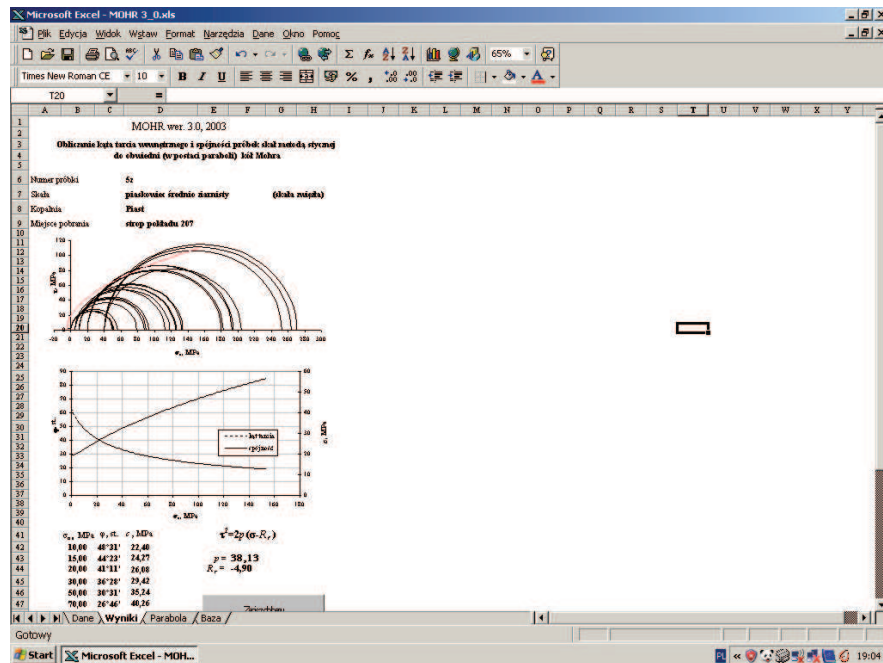
W celu praktycznego wykorzystania opisanej metody opracowano komputerowy program o nazwie MOHR (wer. 3.0), który został napisany w języku Visual Basic i pracuje w środowisku MS Excel. Program ten na podstawie empirycznych wartości naprężeń σ_1 i σ_3 pozwala na obliczanie wartości kąta tarcia wewnętrznego φ i spójności c próbki skały dla zadanych wartości naprężenia normalnego σ_n .

Informacje wejściowe do programu wprowadza się do arkusza DANE. Mogą one być zapisane do bazy danych (arkusz BAZA) stanowiącej integralną część programu, a następnie w dowolnej chwili użyte ponownie do obliczeń. Wyniki obliczeń są przedstawiane na arkuszu WYNIKI. W arkuszu tym są pokazane koła Mohra wraz z obwiednią w postaci paraboli oraz wykres przedstawiający zmiany wartości kąta tarcia wewnętrznego i spójności w zależności od wartości naprężenia. W postaci tekstowej jest prezentowane równanie paraboli oraz wartości kąta tarcia wewnętrznego i spójności dla zadanych wartości naprężenia.

Arkusz do wprowadzania danych (arkusz DANE) przedstawiono na rysunku 2, natomiast przykładowe wyniki obliczeń (arkusz WYNIKI) na rysunku 3.



Rys. 2. Arkusz wprowadzania danych w programie MOHR
Fig. 2. Sheet of data introduction in the MOHR program



Rys. 3. Arkusz wyników w programie MOHR
Fig. 3. Sheet of results in the MOHR program

3. PRZYKŁADY OBLICZENIOWE

Badania laboratoryjne próbek skał, w trójosiowym stanie naprężenia, wykonywano w sztywnej maszynie wytrzymałościowej typu MTS 810 NEW metodą konwencjonalnego ściskania $\sigma_1 \neq \sigma_2 = \sigma_3$ ze stałą prędkością odkształcenia osiowego $\dot{\epsilon} = 10^{-5} \cdot s^{-1}$, to znaczy prędkością odpowiadającą odkształcaniu się skał w sąsiedztwie wyrobisk eksploatacyjnych oraz przygotowawczych (Kwaśniewski 1986), przy zadanym ciśnieniu okólnym od 0 do 70 MPa. W badaniach stosowano komorę ciśnieniową 70 MPa, typu KTK produkcji UNIPRESS oraz kompresor typu U2 umożliwiający utrzymywanie stałego ciśnienia podczas badania.

Przykładowe wyniki badań dwóch karbońskich piaskowców średnioziarnistych oraz dwóch węgla kamiennych, które występują w Górnośląskim Zagłębiu Węglowym:

- piaskowca ze stropu pokładu 207 w kopalni „Piaś” (próbka 1),
- piaskowca ze spągu pokładu 419 w kopalni „Sośnica” (próbka 2),
- węgla z pokładu 502/I w kopalni „Polska Wirek” (próbka 3),
- węgla z pokładu 510 w kopalni „Niwka Modrzejów” (próbka 4)

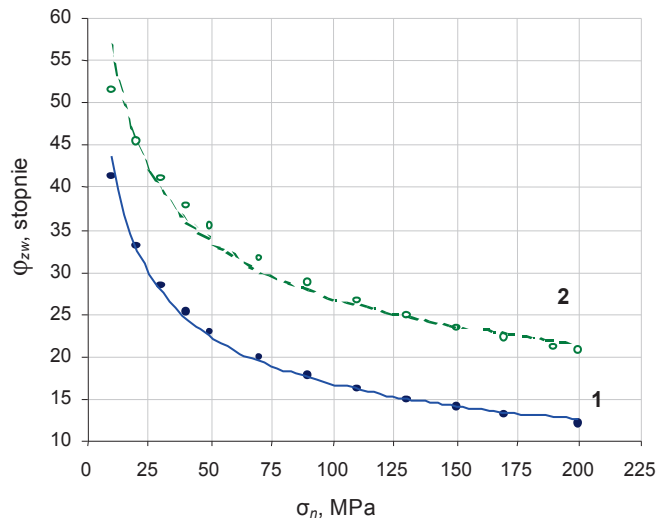
oraz równania parabolicznych obwiedni kół Mohra dla skał zwięzłych ($\tau^2 = 2p (\sigma_n - R_r)$) i spękanych ($\tau^2 = 2p \sigma_n$) obliczono za pomocą programu komputerowego MOHR i zestawiono w tablicy 1.

Tablica.1. Zestawienie równań parabolicznej obwiedni kół Mohra dla skał zwięzłych i spękanych

Typ skały	Numer próbki	σ_{kr} , MPa przy $p = 0$ MPa	Skala zwięzła	Skala spękana
Piaskowiec średnioziarnisty	1	26,2	$\tau^2 = 36,82 (\sigma_n + 2,00)$	$\tau^2 = 28,16\sigma_n$
	2	122,4	$\tau^2 = 116,96 (\sigma_n + 8,60)$	$\tau^2 = 32,72\sigma_n$
Węgiel	3	24,4	$\tau^2 = 30,90 (\sigma_n + 1,30)$	$\tau^2 = 16,38\sigma_n$
	4	48,0	$\tau^2 = 41,16 (\sigma_n + 2,20)$	$\tau^2 = 21,64\sigma_n$

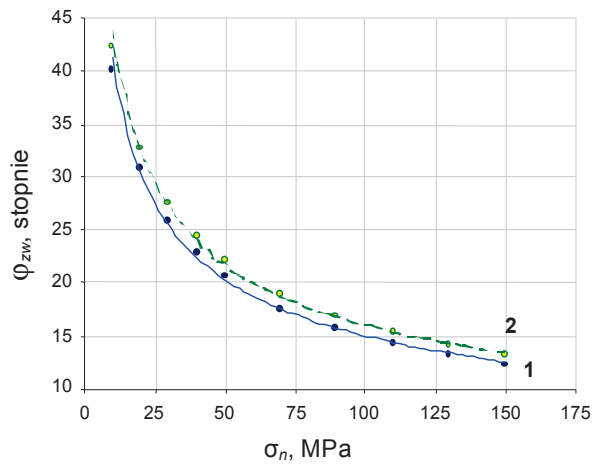
Znając równanie paraboli obliczono zmianę wartości kąta tarcia wewnętrznego φ w funkcji naprężenia normalnego σ_n dla zwięzłych i spękanych piaskowców średnioziarnistych (rys. 4 i 5) oraz węgla (rys. 6 i 7). Podobnie można obliczyć zmianę spójności w funkcji naprężenia normalnego.

Zależność między kątem tarcia wewnętrznego a naprężeniem normalnym dla badanych skał zarówno zwięzłych (faza przedkrytyczna), jak i spękanych (faza pokrytyczna) w zakresie stosowanego ciśnienia okólnego (0–70 MPa) najlepiej opisuje funkcja potęgowa (tabl. 2).



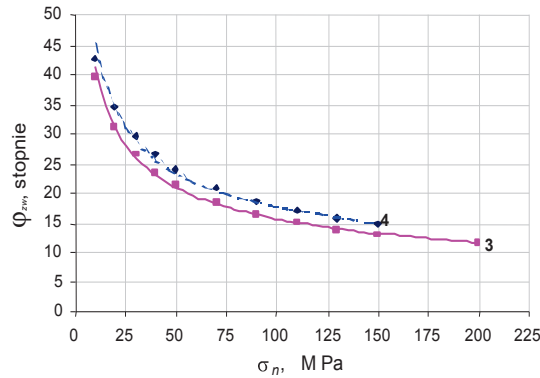
Rys. 4. Zależność $\phi_{zw} = f(\sigma_n)$ dla piaskowców średnioziarnistych: 1, 2 – numery próbek jak w tabelicy 1, ϕ_{zw} – kąt tarcia wewnętrznej skały zwięzłej, σ_n – naprężenie normalne

Fig. 4. Relationship $\phi_{zw} = f(\sigma_n)$ for medium granular sandstones: 1, 2 – sample numbers as in Table 1, ϕ_{zw} – internal friction angle of cohesive rock, σ_n – normal stress



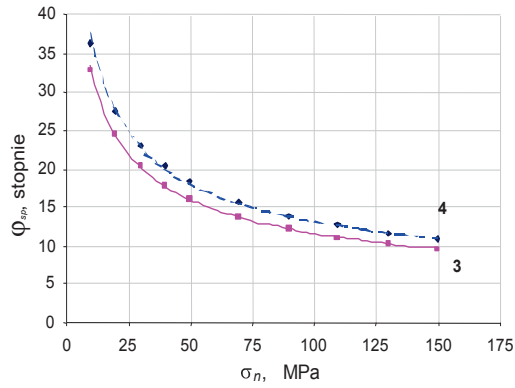
Rys. 5. Zależność $\phi_{sp} = f(\sigma_n)$ dla piaskowców średnioziarnistych: 1, 2 – numery próbek jak w tabelicy 1, ϕ_{zw} – kąt tarcia wewnętrznej skały zwięzłej, σ_n – naprężenie normalne

Fig. 5. Relationship $\phi_{sp} = f(\sigma_n)$ for medium granular sandstones: 1, 2 – sample numbers as in Table 1, ϕ_{zw} – internal friction angle of cohesive rock, σ_n – normal stress



Rys. 6. Zależność $\varphi_{zw} = f(\sigma_n)$ dla węgla: 3, 4 – numery próbek jak w tabelicy 1, φ_{zw} – kąt tarcia wewnętrznego skały zwięzłej, σ_n – naprężenie normalne

Fig. 6. Relationship $\varphi_{zw} = f(\sigma_n)$ for coals: 3, 4 – sample numbers as in Table 1, φ_{zw} – internal friction angle of cohesive rock, σ_n – normal stress



Rys. 7. Zależność $\varphi_{sp} = f(\sigma_n)$ dla węgla: 3, 4 – numery próbek jak w tabelicy 1, φ_{zw} – kąt tarcia wewnętrznego skały zwięzłej, σ_n – naprężenie normalne

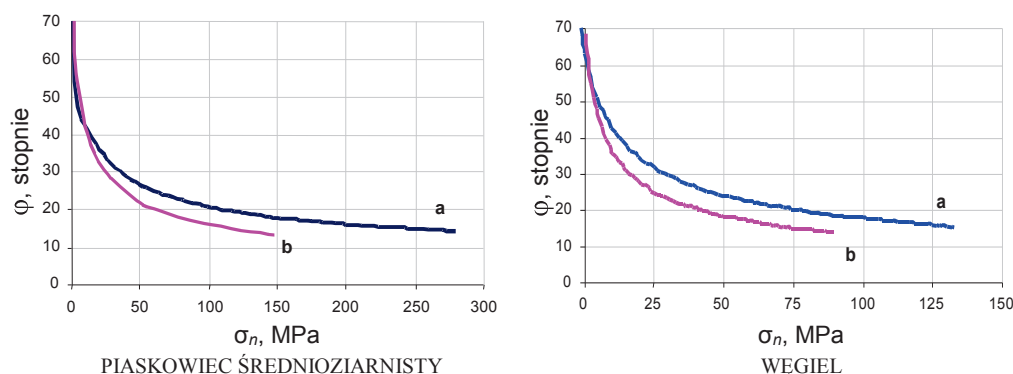
Fig. 7. Relationship $\varphi_{sp} = f(\sigma_n)$ for coals: 3, 4 – sample numbers as in Table 1, φ_{zw} – internal friction angle of cohesive rock, σ_n – normal stress

Tablica 2. Zależność między kątem tarcia wewnętrznego a naprężeniem normalnym zwięzłych i spękanych piaskowców oraz węgla

Typ skały	Numer próbki	Skała zwięzła	Skała spękana
Piaskowiec średnioziarnisty	1	$\varphi_{zw} = 114,83\sigma_n^{-0,42}$	$\varphi_{sp} = 114,80\sigma_n^{-0,44}$
	2	$\varphi_{zw} = 118,78\sigma_n^{-0,32}$	$\varphi_{sp} = 119,28\sigma_n^{-0,44}$
Węgiel	3	$\varphi_{zw} = 109,62\sigma_n^{-0,42}$	$\varphi_{sp} = 97,19\sigma_n^{-0,46}$
	4	$\varphi_{zw} = 113,43\sigma_n^{-0,40}$	$\varphi_{sp} = 106,33\sigma_n^{-0,45}$

Zastosowany program umożliwia uzyskanie wykresu zależności kąta tarcia wewnętrznego i spójności od naprężenia normalnego równocześnie dla skały zwięzłej,

jak i spękanej. Przykładowo na rysunku 8 przedstawiono zależność $\varphi = f(\sigma_n)$ odpowiednio dla zwięzłego i spękanego piaskowca średnioziarnistego (próbka 2) oraz węgla (próbka 4).



Rys. 8. Kąt tarcia wewnętrznej skały zwięzłej i spękanej jako funkcja naprężenia normalnego: a – skała zwięzła, b – skała spękana

Fig. 8. Internal friction angle of cohesive and fissured rocks as a function of normal stress: a – cohesive rock, b – fissured rock

PODSUMOWANIE

Przedstawiona metoda obliczania kąta tarcia wewnętrznego φ i spójności c skały, za pomocą stycznych do obwiedni kół Mohra w postaci parabol, pozwala w jednoznaczny sposób obliczyć te parametry dla różnych wartości naprężenia normalnego. Dzięki temu można porównywać ze sobą wartości φ i c dla próbek pochodzących z tej samej skały, jak i pochodzących z różnych skał.

Program komputerowy MOHR, którego algorytm bazuje na opisanej metodzie, umożliwia na podstawie empirycznych wartości naprężeń σ_1 i σ_3 skały, szybko i jednoznacznie obliczać wartości kąta tarcia wewnętrznego φ i spójności c dla zadanych wartości naprężenia normalnego σ_n (Sanetra 2005). Umożliwia również zapisywanie informacji wejściowych do bazy danych oraz ich późniejsze wykorzystanie do przeprowadzenia powtórnych obliczeń.

Literatura

1. Bela i inni (1984): *Geotechnika – laboratorium z mechaniki gruntów*. Skrypty uczelniane nr 1197. Gliwice, Politechnika Śląska.
2. Brady B.H.G., Brown E.T. (1985): *Rock Mechanics for Underground Mining*. London, George Allen & Unwin (Publishers) Ltd., s. 203–206.
3. Bukowska M., Sanetra U., Szedel D. (1998): *Wyznaczenie kąta tarcia wewnętrznego i kohezji dla próbek skalnych badanych w konwencjonalnym ścisaniu w sztywnej maszynie wytrzymałościowej*. V Konferencja Naukowo-Techniczna TAPANIA'98 nt.: Bezpieczne prowadzenie robót górniczych, Katowice, GIG.

4. Duncan Fama M.E. (1993): *Numerical Modeling of Yield Zones in Weak Rock*. Comprehensive Rock Engineering. Vol. 2, Analysis and design methods, s. 49–75.
5. Dunikowski A., Korman St., Köhsing J. (1969): *Laboratoryjne badania wskaźników fizyko-mechanicznych*. Przegląd Górniczy nr 11, s. 523–528.
6. Kidybiński A. (1982): *Podstawy geotechniki kopalnianej*. Katowice, Wydaw. „Śląsk”.
7. Kłeczek Z. (1994): *Geomechanika górnicza*. Katowice, Śląskie Wydaw. Techniczne.
8. Kovari K., Tisa A., Einstein H.H., Franklin J.A. (1983): *Suggested methods for determining the strength of rock materials in triaxial compression: revised version*. Int. J. Rock. Mech. Mining Sci. & Geomech. Abstr. Vol. 20 No 6, s. 283–290.
9. Kwaśniewski M. (1986): *Wpływ stanu naprężenia, temperatury i prędkości odkształcania na mechaniczne własności skał*. Archiwum Górnictwa T. 31, z. 2, s. 383–415.
10. Łukaszewski P. (2004): *Struktura uwarunkowania wytrzymałości piaskowców krośnieńskich z Mucharza poddanych wysokim ciśnieniom*. XXVII Zimowa Szkoła Mechaniki Górniczej. Kraków, AGH 2004, s. 151–160.
11. Majcherczyk T. (2000): *Zarys fizyki skał i gruntów budowlanych*. Biblioteka Szkoły Eksploatacji Podziemnej, Seria z Lampką Górniczą nr 5.
12. Pinińska J. (1998): *Badania wytrzymałościowe zbiornikowych skał węglanowych i klastycznych dla celów inżynierii złożowej*. XXI Zimowa Szkoła Mechaniki Górniczej. Kraków, AGH, s. 367–378.
13. Sanetra U. (1994): *Wpływ ciśnienia bocznego na własności mechaniczne skał Górnos Śląskiego Zagłębia Węglowego w warunkach trójosiowego ściskania*. Prace Naukowe Instytutu Geotechniki i Hydrotechniki Politechniki Wrocławskiej nr 65, seria Konferencje nr 33, s. 183–191.
14. Sanetra U. (2002): *Kąt tarcia wewnętrznego i spójność skał zwięzłych i spękanych*. Warsztaty górnicze nt. Problematyka inżynierska z zakresu ochrony terenów górniczych. Sympozja i konferencje nr 55. Kraków, IGSMiE PAN, s. 393–404.
15. Sanetra U. (2004): *Określenie nośności filarów oporowych w stanie pokrytycznym na podstawie badań trójosiowego ściskania karbońskich próbek skalnych*. Katowice, GIG (Praca doktorska).
16. Sanetra U. (2005): *Kąt tarcia wewnętrznego skał zalegających na różnej głębokości*. Bezpieczeństwo Pracy i Ochrona Środowiska w Górnictwie nr 6 (130), s. 54–56.
17. Wilson A.H. (1981): *Soft Rock Properties and Strata Control*. Comprehensive Rock Engineering. Vol. 2: Analysis and design methods, s. 585–630.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Antoni Kidybiński