

Witalij Skoropacki

## MODELOWANIE FIZYCZNE TORU PRZEWODOWEGO PRZY OCENIE ISKROBEZPIECZEŃSTWA OBWODÓW I SYSTEMÓW ELEKTRYCZNYCH

### Streszczenie

Jedną z metod określania poziomu iskrobezpieczeństwa obwodów i systemów elektrycznych zawierających tory przewodowe (linie długie) jest metoda polegająca na wykorzystaniu iskiernika. W celu właściwego przeprowadzenia badań za pomocą iskiernika należy posługiwać się prawidłowym modelem fizycznym toru przewodowego (macierzystego), w postaci kaskadowego połączenia pasywnych symetrycznych czwórników, typu „T”, „Π” i „X”, zbudowanych ze skupionych elementów  $R$ ,  $L$ ,  $C$ , których wartości są równe odpowiednim parametrom toru macierzystego. Czwórniki te najczęściej symulują odcinki toru macierzystego o znanych parametrach jednostkowych  $R_j$ ,  $L_j$ ,  $C_j$  i  $G_j$ .

Modelowanie toru przewodowego za pomocą pasywnych czwórników wymaga spełnienia dwóch kryteriów:

- sumaryczna wartość elektromagnetycznej energii zgromadzonej w elementach reaktancyjnych czwórników zastępczych powinna być adekwatna do wartości energii zgromadzonej w naturalnym torze przewodowym,
- charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe kaskady czwórników zastępczych i toru przewodowego powinny być zbieżne w wymaganym paśmie pulsacji, tak w stanie jałowym, jak i w stanie dopasowania falowego.

Określono podstawowe warunki zastępowania toru przewodowego minimalną liczbą pasywnych czwórników, przy zachowaniu adekwatnej zdolności gromadzenia i przekazywania energii elektrycznej do punktu komutacji awaryjnej. Ocena modelu fizycznego została dokonana na podstawie określenia zbieżności charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych kaskady czwórników zastępczych i odcinka toru przewodowego w stanie jałowym i w stanie dopasowania falowego. Ustalono, że zastępowanie jednostkowego odcinka toru przewodowego jednym czwórnikiem nie odwzorowuje parametrów falowych toru macierzystego kabla w stanie jałowym i dopasowania falowego, co jest konieczne w badaniach, za pomocą iskiernika, zapalności obwodu elektrycznego z torem przewodowym, ponieważ podczas wyładowania elektrycznego rezystancja kanału wyładowania zmienia się od 0 do  $\infty$  (przy awaryjnym rozwarciu obwodu) lub od  $\infty$  do 0 (przy awaryjnym zwarcie).

Zakres pulsacji, dla którego wymagana jest zbieżność charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych toru przewodowego i kaskady czwórników zastępczych powinien być określany dla każdego konkretnego przypadku z uwzględnieniem parametrów źródła zasilania, zabezpieczenia przeciwybuchowego i środowiska wybuchowego.

### Metallic Circuit Physical Modeling for Spark-Proof Safety Assessment of Electric Circuits

#### Summary

One of the methods used for determination of spark-proof safety of electric systems including metallic circuits is based on the use of spark gap. An appropriate physical model of metallic circuit is indispensable for that purpose. Such model is built in the form of a cascade of two-terminal-pair networks of “T”, “Π” and “X” type, consisting of lump  $R$ ,  $L$ ,  $C$  elements and having parameters equal to

the respective parameters of the metallic circuit. Usually two-terminal-pair networks emulate sections of metallic circuit whose unitary parameters  $R_j$ ,  $L_j$ ,  $C_j$  and  $G_j$  are known.

The two following criteria should be met in order to secure a good emulation of metallic circuit by passive two-terminal-pair networks:

- sum of electromagnetic energy accumulated in elements of two-terminal-pair networks should be adequate to the value of energy accumulated in the natural metallic circuit,
- attenuation-frequency diagrams of the cascade of two-terminal-pair networks and the diagrams of metallic circuit should converge in the requested range of pulsation both in the idle state and in the state of impedance matching,

The essential conditions were determined for metallic circuit modeling by minimal number of two-terminal-pair networks with ability preserved for accumulation of electric energy and its transfer to the emergency commutation point. The assessment of physical model was carried out by determination of convergence of diagrams of a section of the metallic circuit and a cascade of two-terminal-pair networks both the idle state and in the state of impedance matching. It has been determined that the substitution of a single section of the metallic circuit by one two-terminal-pair network in spark gap testing does not represent adequately wave parameters of metallic circuit of the cable both in the idle or impedance matching states. It is so because the resistance of the discharge channel changes from 4 to 0 (in the case of emergency circuit opening) or from 0 to 4 (in the case of emergency shorting).

The pulsation range for which convergence is required of attenuation-frequency diagrams of a cascade of two-terminal-pair networks and diagrams of a metallic circuit should be determined in each particular case.

## 1. WSTĘP

Iskrobezpieczeństwo obwodów i systemów elektrycznych zależy od ich elementów, które mają zdolność gromadzenia energii. Energia może być zgromadzona w elementach reaktancyjnych oraz w klasycznych źródłach energii, na przykład w bateriach akumulatorowych. Energia zgromadzona w elementach obwodu elektrycznego może się zaktywizować jako źródło zapłonu gazu palnego, na przykład w postaci iskry, co może doprowadzić do wybuchu mieszaniny gazu z powietrzem. Jest rzeczą oczywistą, że zdolność gromadzenia energii elektromagnetycznej mają również pojemności i indukcyjności torów przewodowych, które jako medium propagacji sygnałów stanowią dominującą część kopalnianej sieci telekomunikacyjnej.

Jedną z metod określania poziomu bezpieczeństwa obwodów i systemów elektrycznych zawierających tory przewodowe (linie długie) jest *metoda obiektywna* [1, 2], polegająca na wykorzystaniu iskiernika. Dlatego w celu właściwego wykonywania badań za pomocą iskiernika należy dysponować prawidłowym modelem fizycznym toru przewodowego (macierzystego).

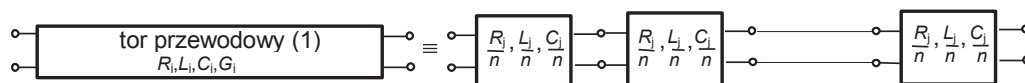
Modelowanie toru przewodowego za pomocą ogni (czwórników) zbudowanych ze skupionych elementów  $R$ ,  $L$ ,  $C$ , których wartości są równe odpowiednim parametrom toru macierzystego, jest szeroko stosowane w telekomunikacji, na przykład w celu zapewnienia niezbędnej wartości tłumienności niezrównoważenia dwukierunkowych wzmacniaczy dwuprzewodowych jednopasmowych kanałów transmisyjnych, w celu wyrównania poziomów odbiorczych systemów transmisyjnych, funkcjonujących w jednym wieloparowym kablu telekomunikacyjnym, w celu korekcji zniekształceń tłumieniowych itp. Czwórniki te najczęściej symulują odcinki toru macierzystego o znanych parametrach jednostkowych  $R_j$ ,  $L_j$ ,  $C_j$ ,  $G_j$ .

Należy zauważyć, że do korekcji parametrów transmisyjnych torów przewodowych są również stosowane czworniki z regulowanymi charakterystykami transmisyjnymi, tzw. korektory regulowane, na przykład typu *Bode'a*, *Oswalda*, korektory uniwersalne kosinusoidalne i inne. Fizyczne modelowanie odcinka toru przewodowego za pomocą czwornika regulowanego pod względem oceny iskrobezpieczeństwa nie odzwierciedla naturalnego zjawiska gromadzenia energii i jej wyzwiania w punkcie wyładowania elektrycznego. Z tej przyczyny pod uwagę mogą być brane modele fizyczne toru przewodowego w postaci kaskadowego połączenia pasywnych czworników zbudowanych ze skupionych elementów  $R, L, C$ .

W niniejszym opracowaniu podano podstawowe warunki zastępowania toru przewodowego minimalną liczbę pasywnych czworników, przy zachowaniu adekwatnej zdolności gromadzenia i przekazywania energii elektrycznej do punktu komutacji awaryjnej.

## 2. WYBÓR KRYTERIUM OCENY MODELOWANIA FIZYCZNEGO TORU PRZEWODOWEGO

Modelowanie fizyczne toru przewodowego kabla telekomunikacyjnego jest wykonywane w celu weryfikacji parametrów funkcjonalnych i bezpieczeństwa systemów automatyki i telemechaniki, instalowanych w przestrzeniach zagrożonych wybuchem. Tor przewodowy z reguły jest zastępowany kaskadowym połączeniem pasywnych czworników zbudowanych ze skupionych elementów  $R, L, C$  (rys. 1).



**Rys.1.** Schemat blokowy zastępowania odcinka toru przewodowego (1) kaskadowym połączeniem czworników zbudowanych ze skupionych elementów  $R, L, C$

**Fig. 1.** Block diagram illustrating substitution of a section of the metallic circuit (1) by the cascade of two-terminal-pair network consisting of lump  $R, L, C$  elements

Modelowanie można uznać za idealne, kiedy parametry falowe odcinka toru przewodowego i kaskady czworników zastępczych są równoważne, tzn.  $e^{-\gamma(j\omega)} = g(j\omega)$  w zakresie pulsacji od 0 do  $\infty$  ( $\gamma$  – tamowność jednostkowa toru macierzystego,  $g$  – transmitancja czwornika zastępczego).

Oczywiście, jest to nieosiągalne za pomocą skończonej liczby ogniów w postaci czworników pasywnych.

Jednym z szeroko stosowanych kryteriów oceny matematycznej aproksymacji sygnałów jest błąd średni kwadratowy. Umożliwia on ocenę sumarycznego odchylenia częstotliwościowej charakterystyki czwornika zastępczego od charakterystyki odcinka toru przewodowego. Wadą tego kryterium jest, że nie pozwala ono ocenić dokładności modelowania fizycznego, kiedy odchylenie częstotliwościowej charakterystyki czwornika zastępczego od charakterystyki odcinka toru przewodowego nie przekracza

wartości dopuszczalnej w roboczym zakresie pulsacji ( $0 \leq \omega \leq \omega_{gr}$ ) oraz ocenić wartości uchybu dla konkretnej pulsacji.

Tamowność jednostkową wyrażają parametry jednostkowe toru

$$\gamma(j\omega) = \sqrt{(R_j + j\omega L_j)(G_j + j\omega C)} = \alpha(\omega) + j\beta(\omega) \quad (1)$$

gdzie  $\alpha, \beta$  – odpowiednio tłumienność i przesuwność jednostkowa toru przewodowego.

Transmitancja jednostkowa (jednokilometrowego) odcinka toru przewodowego  $K_T(j\omega)$  w stanie jałowym wyraża się wzorem

$$K_T(j\omega) = \frac{1}{\cosh(\gamma)} = \frac{2}{e^{\gamma(j\omega)} + e^{-\gamma(j\omega)}} = \frac{2}{e^{\alpha(\omega) + j\beta(\omega)} + e^{-\alpha(\omega) - j\beta(\omega)}} \quad (2)$$

Część rzeczywista  $K_T(j\omega)$

$$\operatorname{Re}K_T(j\omega) = \frac{2 \frac{e^{\alpha(\omega)} + e^{-\alpha(\omega)}}{2} \cos \beta(\omega)}{\frac{e^{\alpha(\omega)} + e^{-\alpha(\omega)}}{2} \cos^2 \beta(\omega) + \frac{e^{\alpha(\omega)} - e^{-\alpha(\omega)}}{2} \sin^2 \beta(\omega)} \quad (3)$$

Część urojona  $K_T(j\omega)$

$$\operatorname{Im}K_T(j\omega) = \frac{2 \frac{e^{\alpha(\omega)} - e^{-\alpha(\omega)}}{2} \sin \beta(\omega)}{\frac{e^{\alpha(\omega)} + e^{-\alpha(\omega)}}{2} \cos^2 \beta(\omega) + \frac{e^{\alpha(\omega)} - e^{-\alpha(\omega)}}{2} \sin^2 \beta(\omega)} \quad (4)$$

W celu uproszczenia dalszych rozważań w wyrażeniu (1) można pominąć  $G_j$ . W rzeczywistości, rezystancja izolacji wynosi dziesiątki  $M\Omega$ , co uzasadnia przyjęcie takiego założenia, przy czym  $G_j = 0$ , tłumienność jednostkowa toru

$$\alpha(\omega) = \sqrt{0,5 \cdot [\sqrt{(R_j^2 + \omega^2 L_j^2) \omega^2 C_j^2} - \omega^2 L_j C_j]} \quad (5)$$

a przesuwność jednostkowa toru

$$\beta(\omega) = \sqrt{0,5 \cdot [\sqrt{(R_j^2 + \omega^2 L_j^2) \omega^2 C_j^2} + \omega^2 L_j C_j]} \quad (6)$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa odcinka toru przewodowego w stanie jałowym jest równa

$$K_T(\omega) = \sqrt{[\operatorname{Re}K_T(j\omega)]^2 + [\operatorname{Im}K_T(j\omega)]^2} \quad (7)$$

Natomiast transmitancja jednostkowa (jednokilometrowego) odcinka toru przewodowego  $K_T(j\omega)$  w stanie dopasowania falowego wyraża się wzorem [2]

$$K_T(j\omega) = e^{-\gamma(\omega)} = e^{-\alpha(\omega)} [\cos \beta(\omega) - j \sin \beta(\omega)] \quad (8)$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa odcinka toru przewodowego w stanie dopasowania falowego jest równa

$$K_T(j\omega) = e^{-\alpha(\omega)} \quad (9)$$

Do praktycznej oceny dokładności zastępowania toru przewodowego modelem fizycznym, w paśmie roboczym pulsacji, może posłużyć równanie

$$K_T(\omega) = K_{cz}(\omega) \quad \omega \leq \omega_{gr} \quad (10)$$

gdzie  $K_{cz}(\omega)$  – charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa modelu fizycznego, tzn. czwórnika zastępczego (ewentualnie kaskady z czwórników).

Równanie (10) powinno być spełnione tak w stanie dopasowania falowego, jak i w stanie jałowym.

Stopień zbieżności charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych czwórnika zastępczego i odcinka toru przewodowego kabla telekomunikacyjnego można wyrazić wzorem

$$\eta(\omega) = \frac{|K_T(\omega) - K_{cz}(\omega)|}{K_T(\omega)} \cdot 100\% \quad (11)$$

### 3. OKREŚLENIE ZAKRESU CZĘSTOTLIWOŚCI PRZY MODELOWANIU TORU PRZEWODOWEGO ZA POMOCĄ KASKADOWEGO POŁĄCZENIA PASYWNYCH CZWÓRNIKÓW ZBUDOWANYCH ZE SKUPIONYCH ELEMENTÓW $R, L, C$

Bilans energii traconej przy wyładowaniu elektrycznym można w przypadku ogólnym wyrazić za pomocą wzoru [3]

$$W_{\min} = W_B + W_K + W_T \quad (12)$$

gdzie:

- $W_{\min}$  – minimalna energia zapalenia mieszaniny wybuchowej,
- $W_B$  – bezwzględna wartość energii zapalenia, która powinna być dostarczona z obwodu elektrycznego do punktu wyładowania,
- $W_K$  – energia tracona na nagrzewanie kontaktów,
- $W_T$  – energia zużyta na inne straty cieplne.

Zapalenie mieszaniny wybuchowej podczas komutacji obwodu elektrycznego następuje przy spełnieniu następujących warunków:

- źródło energii (obwód elektryczny, źródło zasilania) powinno mieć zapas energii elektrycznej o wartości większej od energii zapalenia mieszaniny wybuchowej,

- źródło energii elektrycznej powinno również mieć określoną moc w celu zapewnienia niezbędnej szybkości przetwarzania energii elektrycznej w energię cieplną,
- moc przetwornika energii elektrycznej w energię cieplną powinna być dostateczna do spełnienia nierówności

$$W_C > cm_0T_0 \quad (13)$$

gdzie:

- $W_C$  – energia źródła ciepła,
- $c$  – pojemność mieszaniny wybuchowej,
- $T_0$  – temperatura zapłonu mieszaniny wybuchowej,
- $m_0$  – objętość jednostkowa mieszaniny wybuchowej.

Do zapalenia mieszaniny wymagane jest, aby  $W_C \geq W_B$ . Zatem moc przetwornika energii elektrycznej (punkt wyładowania)  $P_C$  powinna być dostateczna dla spełnienia nierówności

$$\int_0^{\tau_w} P_C(t) dt > W_B \quad (14)$$

gdzie  $\tau_w$  – czas trwania wyładowania elektrycznego, dla którego temperatura objętości jednostkowej mieszaniny wybuchowej zdąży osiągnąć wartości  $T_0$ .

W przypadku zwierania zacisków wyjściowych źródła zasilania w otoczeniu mieszaniny wybuchowej, dla zapobiegania możliwości jej zapalenia, powinna być spełniona nierówność

$$\int_0^{\tau_w} \left( \frac{U_\infty}{R_w + R_o} \right)^2 R_o dt < W_B \quad (15)$$

gdzie

- $R_w$  – rezystancja wewnętrzna źródła zasilania,
- $R_o$  – rezystancja obciążenia,
- $U_\infty$  – napięcie na wyjściu nieobciążonego źródła zasilania.

Biorąc pod uwagę najbardziej niekorzystny, pod względem możliwości zapalenia mieszaniny wybuchowej, przypadek założmy, że rezystancja kanału wyładowania jest równa rezystancji wewnętrznej źródła zasilania, tj.  $R_o = R_w$ . Wtedy można zapisać

$$\frac{U_\infty^2}{4R_w} \tau_w < W_B \quad (16)$$

Jeżeli pomiędzy źródłem zasilania a punktem komutacji awaryjnej umieści się wirtualny filtr dolnoprzepustowy bez strat, to w przypadku kiedy  $\tau_w \geq 1/\Delta F$

( $\Delta F$  – szerokość pasma przepuszczania filtra) proces transformacji energii elektrycznej w energię cieplną w punkcie komutacji awaryjnej nie będzie zakłócony. Z powyższego wynika, że przy zastępowaniu jednostkowego odcinka toru przewodowego za pomocą jednego pasywnego czwornika lub kaskady czworników powinna być spełniona nierówność  $\Delta F_{cz} > 1/2\tau_w$  ( $\Delta F_{cz}$  – pasmo przepuszczania modelu zastępczego w postaci pasywnego czwornika lub kaskady czworników). Jednocześnie moc maksymalna  $P_{max}$ , która może być wydzielona w kanale wyładowania elektrycznego jest równa  $P_{max} = U_{\infty}^2 / 4R_w$ . Energia tracona na obciążeniu jest równa  $W_o = P_{max} t$ . W celu uniemożliwienia zapalenia mieszaniny powinna być spełniona nierówność  $W_o < W_{min}$ . A więc, przy zastępowaniu jednostkowego odcinka toru przewodowego za pomocą jednego pasywnego czwornika lub kaskady czworników powinna być spełniona nierówność

$$\Delta F_{cz} \geq \frac{U_{\infty}^2}{2W_{min} R_w} \quad (17)$$

Wymagane wartości pasma przepuszczania  $\Delta F_{cz}$  modelu fizycznego zastępującego macierzysty tor przewodowy w zależności od parametrów źródła zasilania i otoczenia wybuchowego przedstawiono w tabelicy 1.

**Tablica 1. Wartości pasma przepuszczania modelu fizycznego zastępującego macierzysty tor przewodowy w zależności od parametrów źródła i otoczenia wybuchowego**

			Wymagane pasmo przepuszczania $\Delta F_{cz}$ , kHz											
			Napięcie na wyjściu nieobciążonego źródła zasilania $U_{\infty}$ , V											
			5 V	10 V	15 V	20 V	25 V	30 V	35 V	40 V	45 V	50 V	55 V	60 V
$W_{min}=0,018$ mJ	$R_w$	0,1 $\Omega$	6,94	27,8	62,5	111,1	173,6	250,0	340,3	444,4	562,5	694,4	840,3	1000
		0,5 $\Omega$	1,39	5,55	12,4	22,2	34,7	50,0	68,1	88,9	112,5	138,9	168,1	200,0
		1 $\Omega$	0,69	2,77	6,25	11,1	17,4	25,0	34,0	44,4	56,2	69,4	84,0	100,0
		2 $\Omega$	0,35	1,39	3,12	5,56	8,68	12,5	17,1	22,2	28,1	34,7	42,1	50,0
		4 $\Omega$	0,17	0,694	1,56	2,78	4,34	6,25	8,50	11,1	14,1	17,4	21,1	25,0
$W_{min}=0,28$ mJ	$R_w$	0,1 $\Omega$	0,45	1,78	4,01	7,14	11,2	16,1	21,9	28,6	36,2	44,6	54,0	64,3
		0,5 $\Omega$	0,09	0,36	0,80	1,43	2,23	3,21	4,37	5,71	7,23	8,29	10,8	12,9
		1 $\Omega$	0,04	0,18	0,40	0,71	1,12	1,61	2,19	2,86	3,62	4,46	5,40	6,43
		2 $\Omega$	0,02	0,09	0,20	0,36	0,56	0,80	1,09	1,42	1,81	2,23	1,70	3,22
		4 $\Omega$	0,01	0,04	0,10	0,18	0,28	0,40	0,55	0,71	0,91	1,12	1,35	1,61

Źródło zasilania (np. sucha bateria lub akumulator) z reguły jest zabezpieczone rezystorem, ograniczającym prąd zwarcia tego źródła. Z kolei na wyjściu źródła zasilającego elektryczny obwód iskrobezpieczny jest włączona bariera ochronna, mająca rezystor ograniczający, w przypadku liniowej charakterystyki wyjściowej lub

pomiarowy, w przypadku nieliniowej charakterystyki wyjściowej. Wymienione rezystory mogą być rozpatrywane jako rezystancja wewnętrzna źródła zasilania.

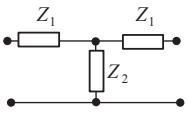
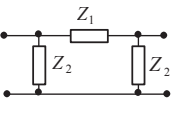
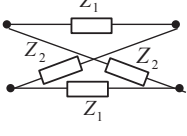
Wymagane pasmo przepuszczania modelu fizycznego zastępującego macierzysty tor przewodowy powinno być określone dla każdego konkretnego przypadku z uwzględnieniem parametrów źródła zasilania, zabezpieczenia przeciwwybuchowego i środowiska wybuchowego.

Przy badaniach zapalności za pomocą iskiernika w atmosferze metanowej obwodu elektrycznego zawierającego tor przewodowy w praktyce, w większości przypadków, pasmo przepuszczania modelu fizycznego powinno odpowiadać zakresowi pulsacji  $0 \div 20 \cdot 10^3$  Hz.

#### 4. MODELOWANIE FIZYCZNE TORU PRZEWODOWEGO

Modelowanie fizyczne toru macierzystego kabla telekomunikacyjnego będziemy realizować w postaci łańcuchowego połączenia pasywnych symetrycznych czwórników typu „T”, „Π” lub „X” w zakresie pulsacji  $0 \div 500 \cdot 10^3$  Hz. W tabelicy 2 przedstawiono schematy podstawowych czwórników zastępczych i wzory do ich transmitancji w stanie jałowym i dopasowania falowego.

**Tabela 2. Schematy podstawowych czwórników zastępczych**

Schemat czwórnika zastępczego	Transmitancja w stanie jałowym	Transmitancja w stanie dopasowania falowego	Impedancja Z
	$K_{cz_T}(p) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$	$K_{cz_T}(p) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2 + \sqrt{2Z_1Z_2 + Z_1^2}}$	$Z_1 = \frac{R + pL}{2n}$ $Z_2 = \frac{n}{pC}$
	$K_{cz_{\Pi}}(p) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$	$K_{cz_{\Pi}}(p) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2 + \sqrt{Z_1Z_2 + 2Z_1^2}}$	$Z_1 = \frac{R + pL}{n}$ $Z_2 = \frac{2n}{pC}$
	$K_{cz_X}(p) = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}$	$K_{cz_X}(p) = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2 + 2\sqrt{Z_1Z_2}}$	$Z_1 = \frac{R + pL}{2n}$ $Z_2 = \frac{2n}{pC}$



Transmitancją napięciową czwornika [4], obciążonego impedancją  $Z_o$  i zasilanego od źródła napięciowego, wyrażoną za pomocą parametrów macierzy  $[A]$  określa się wzorem

$$K_{cz}(p) = \frac{Z_o}{A_{11}Z_o + A_{12}} \quad (15)$$

W stanie jałowym

$$K_{cz}(p) = \frac{1}{A_{11}} \quad (16)$$

W stanie dopasowania falowego  $Z_o = \sqrt{A_{12}/A_{21}}$  i

$$K_{cz}(p) = \frac{1}{A_{11} + \sqrt{A_{12}A_{21}}} \quad (17)$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa  $K_{cz_T}^n(\omega)$  kaskady z  $n$  pasywnych czworników typu "T" w stanie jałowym ma następującą postać

$$K_{cz_T}^n(\omega) = \left[ \left( -T_2\omega^2 + T_1^2\omega^2 \right) \right]^{-0,5n} \quad (18)$$

gdzie  $T_2 = LC/2n^2$ ,  $T_1 = RC/2n^2$ .

Stopień zbieżności  $K_T(\omega)$  i  $K_{cz_T}^n(\omega)$  określa się jako

$$\eta(\omega) = \left| K_T(\omega) - \left[ \left( -T_2\omega^2 + T_1^2\omega^2 \right) \right]^{-0,5n} \right| \cdot \frac{1}{K_T(\omega)} \cdot 100\% \quad (19)$$

Przy zastępowaniu jednokilometrowego odcinka toru przewodowego za pomocą pasywnych czworników typu „Π” charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa  $K_{cz_{\Pi}}^n(\omega)$  kaskady z  $n$  czworników i błąd modelowania  $\eta(\omega)$  w stanie jałowym również określa się wzorami (18) i (19).

Przy zastępowaniu jednokilometrowego odcinka toru przewodowego za pomocą pasywnych czworników typu „X” charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa  $K_{cz_X}^n(\omega)$  kaskady z  $n$  czworników w stanie jałowym ma postać

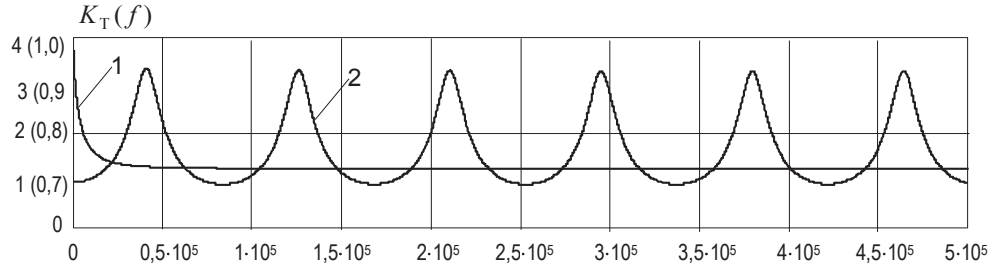
$$K_{cz_X}^n(\omega) = \left[ \left( -T_2\omega^4 - T_1^2\omega^2 + 4T_1^2\omega^2 \right) \right]^{0,5n} \cdot \left[ \left( -T_2\omega^2 + T_1^2\omega^2 \right) \right]^{-n} \quad (20)$$

przy czym  $T_1 = RC/4n^2$ ,  $T_2 = LC/4n^2$ .

Błąd modelowania  $\eta(\omega)$  w tym przypadku

$$\eta(\omega) = \left| K_T(\omega) - \left\{ \left[ \left( -T_2^2 \omega^4 - T_1^2 \omega^2 \right)^2 + 4T_1^2 \omega^2 \right]^{0,5n} \left[ \left( -T_2 \omega^2 \right)^2 + T_1^2 \omega^2 \right]^{-n} \right\} \right| \frac{1}{K_T(\omega)} 100\% \quad (21)$$

Wykres charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej odcinka toru przewodowego w stanie jałowym i dopasowania falowego, w zakresie pulsacji  $0 \div 500 \cdot 10^3$  Hz, jest przedstawiony na rysunku 2.

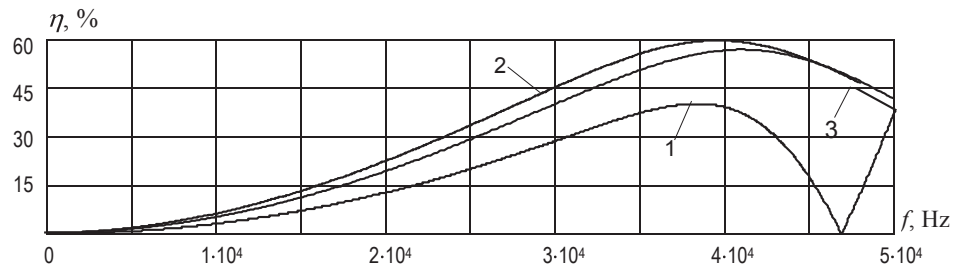


**Rys. 2.** Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa toru przewodowego ( $R_j = 70 \Omega/\text{km}$ ,  $L_j = 0,7 \text{ mH}/\text{km}$ ,  $C_j = 50 \text{ nF}/\text{km}$ ): 1 – w stanie dopasowania falowego, 2 – w stanie jałowym

**Fig. 2.** Attenuation-frequency diagram of a metallic circuit ( $R_j = 70 \Omega/\text{km}$ ,  $L_j = 0,7 \text{ mH}/\text{km}$ ,  $C_j = 50 \text{ nF}/\text{km}$ ): 1 – in the state of impedance matching, 2 – and in the idle state

Jak widać dokładne odwzorowanie  $K_T(f)$  w zakresie pulsacji  $0 \div 500 \cdot 10^3$  Hz za pomocą jednego czwórnika pasywnego nie jest możliwe, szczególnie w stanie jałowym. Natomiast odwzorowanie  $K_T(f)$  za pomocą kaskadowo połączonych czwórników pasywnych jest możliwe tylko przy dużej liczbie takich czwórników, idealnie przy  $n \rightarrow \infty$ .

Na rysunku 3 przedstawiono wykresy funkcji  $\eta(f)$  przy modelowaniu jednostkowego odcinka toru przewodowego telekomunikacyjnego kabla górniczego, o parametrach jednostkowych  $R_j = 70 \Omega/\text{km}$ ,  $L_j = 0,7 \text{ mH}/\text{km}$ ,  $C_j = 50 \text{ nF}/\text{km}$ , w stanie jałowym w zakresie pulsacji  $0 \div 50 \cdot 10^3$  Hz.



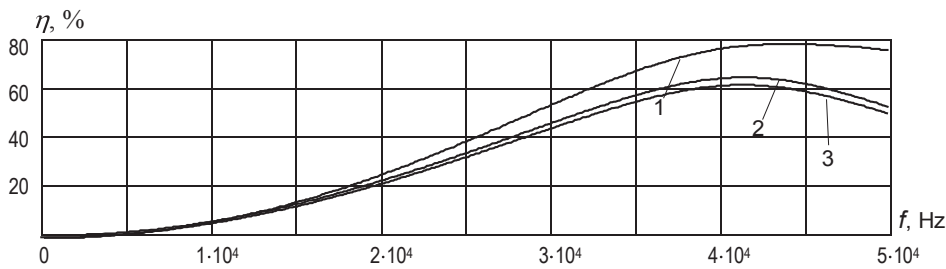
**Rys. 3.** Wykresy zależności  $\eta(f)$  przy modelowaniu jednostkowego odcinka toru przewodowego w stanie jałowym za pomocą pasywnych czwórników typu „T”: 1 –  $n = 10$ , 2 –  $n = 5$ , 3 –  $n = 1$

**Fig. 3.** Diagram of  $\eta(f)$  relationship in unitary metallic circuit modeling by passive two-terminal-pair networks of “T” type in the idle state, for: 1 –  $n = 10$ , 2 –  $n = 5$ , 3 –  $n = 1$

Przy zastępowaniu, w stanie jałowym, jednokilometrowego odcinka toru przewodowego jednym pasywnym czwórnikiem typu „T”, błąd modelowania fizycznego jest mniejszy od 10% tylko w zakresie  $0 \div 15 \cdot 10^3$  Hz. Natomiast zwiększenie liczby czwórników zastępczych powoduje zmniejszenie dokładności modelowania fizycznego toru w stanie jałowym. W zakresie pulsacji powyżej  $15 \cdot 10^3$  Hz błąd modelowania fizycznego osiąga kilkanaście procent.

Podobne wyniki uzyskuje się również w przypadku zastępowania jednokilometrowego odcinka toru przewodowego, w stanie jałowym, za pomocą pasywnych czwórników typu „Π”.

Wykresy funkcji  $\eta(f)$  w przypadku modelowania jednostkowego odcinka toru przewodowego w stanie jałowym za pomocą pasywnych czwórników typu „X” są przedstawione na rysunku 4.



**Rys. 4.** Wykresy zależności  $\eta(f)$  przy modelowaniu jednostkowego odcinka toru przewodowego w stanie jałowym za pomocą pasywnych czwórników typu „X” 1 –  $n = 1$ , 2 –  $n = 5$ , 3 –  $n = 10$

**Fig. 4.** Diagram of  $\eta(f)$  relationship in unitary metallic circuit modeling by passive two-terminal-pair networks of “X” type in the impedance matching state, for: 1 –  $n = 1$ , 2 –  $n = 5$ , 3 –  $n = 10$

Z powyższego wynika, że modelowanie jednostkowego odcinka toru przewodowego kabla telekomunikacyjnego w stanie jałowym za pomocą pasywnych symetrycznych czwórników typów „T”, „Π” i „X” z dokładnością powyżej 10% jest osiągalne tylko w zakresie pulsacji  $0 \div 20 \cdot 10^3$  Hz. Przy czym, zwiększenie liczby kaskadowo połączonych czwórników zastępczych praktycznie nie zapewnia widocznego zwiększenia dokładności modelowania w zakresie pulsacji do  $20 \cdot 10^3$  Hz, a powyżej tego zakresu w niektórych przypadkach nawet pogarsza dokładność modelowania. Wynika to z tego, że charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa toru przewodowego w stanie jałowym jest rezonansową (rys. 2) wskutek zjawiska odbicia fal, przy czym pierwszy szczyt tej charakterystyki występuje przy pulsacji około  $40 \cdot 10^3$  Hz.

Transmitancję napięciową  $K_{czT}^n(p)$  kaskady z  $n$  jednakowych czwórników typu „T” w stanie dopasowania falowego określa się wzorem

$$K_{czT}^n(p) = \left[ \frac{2n^2}{LCp^2 + RCp + 2n^2 + \sqrt{L^2C^2p^4 + 2RLC^2p^3 + (n^2LC + R^2C^2)p^2 + 4n^2RCp}} \right]^n \quad (22)$$

lub

$$K_{cz_T}^n(j\omega) = \left[ \frac{2n^2}{\rho_1 e^{-\varphi_1} + \sqrt{\rho_2} e^{-j\frac{\varphi_2}{2}}} \right]^n \quad (23)$$

gdzie

$$\rho_1 = \sqrt{(n^2 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2} \quad (24)$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{RC\omega}{2n^2 - LC\omega^2} \quad (25)$$

$$\rho_2 = \sqrt{(L^2C^2\omega^4 - 4n^2LC\omega^2 - R^2C^2\omega^2)^2 + (n^2RC\omega - 2RLC^2\omega^3)^2} \quad (26)$$

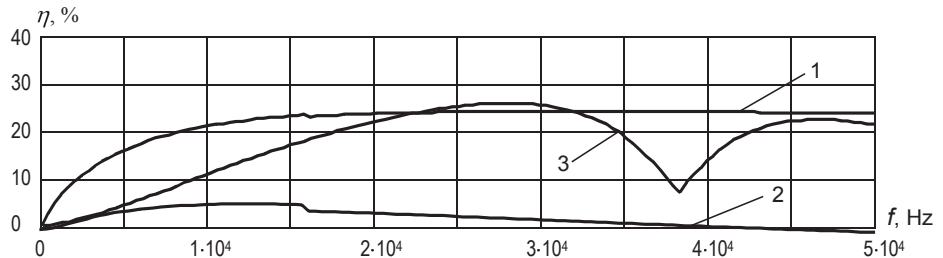
$$\varphi_2 = \arctg \frac{4n^2RC\omega - 2RLC^2\omega^3}{L^2C^2\omega^4 - 4n^2LC\omega^2 - R^2C^2\omega^2} \quad (27)$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa  $K_{cz_T}^n(\omega)$  kaskady z  $n$  pasywnych czwórników typu „T” w stanie dopasowania falowego wyrażona jest zależnością

$$K_{cz_T}^n(\omega) = 2n^{2n} \cdot \left[ \left( \rho_1 \cos \varphi_1 + \sqrt{\rho_2} \cos \frac{\varphi_2}{2} \right)^2 + \left( \rho_1 \sin \varphi_1 + \sqrt{\rho_2} \sin \frac{\varphi_2}{2} \right)^2 \right]^{-0,5n} \quad (28)$$

przy czym współczynniki  $\rho_1, \rho_2, \varphi_1$  i  $\varphi_2$  określa się odpowiednio wzorami (24)÷(27).

Wykresy funkcji  $\eta(f)$  w przypadku modelowaniu jednostkowego odcinka toru przewodowego w stanie dopasowania falowego za pomocą pasywnych czwórników typu „T” są przedstawione na rysunku 5.



**Rys. 5.** Wykresy zależności  $\eta(f)$  przy modelowaniu jednostkowego odcinka toru przewodowego w stanie dopasowania falowego za pomocą pasywnych czwórników typu „T”: 1 –  $n = 100$ , 2 –  $n = 25$ , 3 –  $n = 1$

**Fig. 5.** Diagram of  $\eta(f)$  relationship in unitary metallic circuit modeling by passive two-terminal-pair networks of “T” type in the impedance matching state, for: 1 –  $n = 100$ , 2 –  $n = 25$ , 3 –  $n = 1$

Transmitancja napięciowa  $K_{cz\Pi}^n(p)$  kaskady z  $n$  jednakowych czwórników typu „ $\Pi$ ” w stanie dopasowania falowego określa się wzorem

$$K_{cz\Pi}^n(p) = \left[ \frac{2n^2}{LCp^2 + RCp + 2n^2 + \sqrt{2} \cdot \sqrt{L^2C^2p^4 + 2RLC^2p^3 + (L^2LC + R^2C^2)p^2 + n^2RCp}} \right]^n \quad (29)$$

lub

$$K_{cz\Pi}^n(j\omega) = \left[ \frac{2n^2}{\rho_1 e^{-\varphi_1} + \sqrt{2\rho_2} e^{j\frac{\varphi_2}{2}}} \right]^n \quad (30)$$

gdzie

$$\rho_1 = \sqrt{(n^2 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2} \quad (31)$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{RC\omega}{2n^2 - LC\omega^2} \quad (32)$$

$$\rho_2 = \sqrt{(L^2C^2\omega^4 - n^2LC\omega^2 - R^2C^2\omega^2)^2 + (RC\omega - 2RLC^2\omega^3)^2} \quad (33)$$

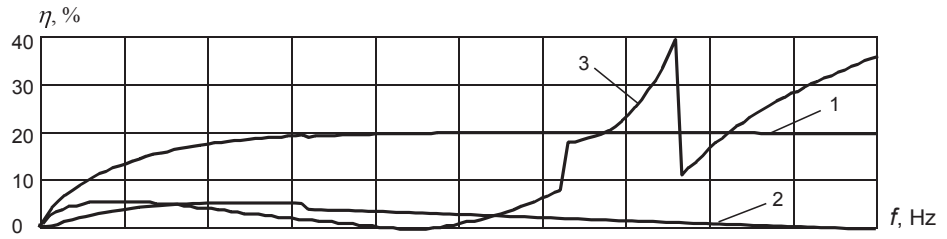
$$\varphi_2 = \arctg \frac{n^2RC\omega - 2RLC^2\omega^3}{L^2C^2\omega^4 - n^2LC\omega^2 - R^2C^2\omega^2} \quad (34)$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa  $K_{cz\Pi}^n(\omega)$  kaskady z  $n$  pasywnych czwórników typu „ $\Pi$ ” w stanie dopasowania falowego wyrażana jest zależnością

$$K_{cz\Pi}^n(\omega) = 2n^{2n} \cdot \left[ \left( \rho_1 \cos \varphi_1 + \sqrt{2\rho_2} \cos \frac{\varphi_2}{2} \right)^2 + \left( \rho_1 \sin \varphi_1 + \sqrt{2\rho_2} \sin \frac{\varphi_2}{2} \right)^2 \right]^{-0,5n} \quad (35)$$

przy czym współczynniki  $\rho_1, \rho_2, \varphi_1$  i  $\varphi_2$  określają się odpowiednio wzorami (31)-(34).

Wykresy funkcji  $\eta(f)$  w przypadku modelowaniu jednostkowego odcinka toru przewodowego w stanie dopasowania falowego za pomocą pasywnych czwórników typu „ $\Pi$ ” są przedstawione na rysunku 6.



**Rys. 6.** Wykresy zależności  $\eta(f)$  przy modelowaniu jednostkowego odcinka toru przewodowego w stanie dopasowania falowego za pomocą pasywnych czwórników typu „ $\Pi$ ”: 1 –  $n = 100$ , 2 –  $n = 25$ , 3 –  $n = 1$

**Fig. 6.** Diagram of  $\eta(f)$  relationship in unitary metallic circuit modeling by passive two-terminal-pair networks of “ $\Pi$ ” type in the impedance matching state, for: 1 –  $n = 100$ , 2 –  $n = 25$ , 3 –  $n = 1$

Transmitancję napięciową  $K_{czx}^n(p)$  kaskady z  $n$  pasywnych czwórników typu „X” w stanie dopasowania falowego opisuje wzór

$$K_{czx}^n(p) = \left( \frac{4n^2 - LCp^2 - RCp}{4n^2 + LCp^2 + RCp + 4n\sqrt{LCp^2 + RCp}} \right)^n \quad (36)$$

lub

$$K_{czx}^n(j\omega) = \left( \frac{\rho_1 e^{j\varphi_1}}{\rho_2 e^{j\varphi_2} + 4n\sqrt{\rho_3} e^{j\frac{\varphi_3}{2}}} \right)^n \quad (37)$$

gdzie:

$$\rho_1 = \sqrt{(n^2 + LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2} \quad (38)$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{-RC\omega}{4n^2 + LC\omega^2} \quad (39)$$

$$\rho_2 = \sqrt{(n^2 - LC\omega^2)^2 + (RC\omega)^2} \quad (40)$$

$$\varphi_2 = \arctg \frac{RC\omega}{4n^2 - LC\omega^2} \quad (41)$$

$$\rho_3 = \sqrt{(C\omega^2)^2 + (RC\omega)^2} \quad (42)$$

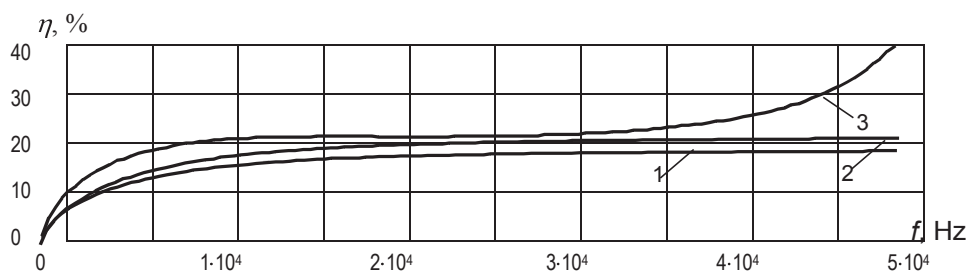
$$\varphi_3 = \arctg \frac{-R}{L\omega} \quad (43)$$

Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa  $K_{cz_X}^n(\omega)$  kaskady z  $n$  pasywnych czwórników typu "X" w stanie dopasowania falowego ma postać

$$K_{cz_X}^n(\omega) = \left[ \frac{\sqrt{\rho_1^2 \rho_2^2 + \rho_1^2 \rho_3^2 + 2\rho_1^2 \rho_2 \rho_3 \cos(\varphi_3 - \varphi_2)}}{\rho_2^2 + \rho_3^2 + 2\rho_2 \rho_3 \cos(\varphi_3 - \varphi_2)} \right]^n \quad (44)$$

przy czym współczynniki  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \varphi_1, \varphi_2$  i  $\varphi_3$  określają się odpowiednio wzorami (38) ÷ (43).

Wykresy funkcji  $\eta(f)$  w przypadku modelowaniu jednostkowego odcinka toru przewodowego w stanie dopasowania falowego za pomocą pasywnych czwórników typu "X" są przedstawione na rysunku 7.



Rys. 7. Wykresy funkcji  $\eta(f)$  przy modelowaniu jednostkowego odcinka toru przewodowego w stanie dopasowania falowego za pomocą pasywnych czwórników typu „X”: 1 –  $n = 100$ , 2 –  $n = 25$ , 3 –  $n = 1$

Fig. 7. Diagram of  $\eta(f)$  relationship in unitary metallic circuit modeling by passive two-terminal-pair networks of “X” type in the impedance matching state, for: 1 –  $n = 100$ , 2 –  $n = 25$ ; 3 –  $n = 1$

#### 4. WNIOSKI

Przy zastępowaniu jednostkowego (jednokilometrowego) odcinka toru przewodowego za pomocą kaskadowego połączenia pasywnych czwórników, zbudowanych ze skupionych elementów  $R, L, C$ , pod uwagę mogą być brane symetryczne czwórniki typu „T” i „Π”. Zastępowanie jednostkowego odcinka toru przewodowego jednym czwórnikiem nie odwzorowuje parametrów falowych toru macierzystego kabla w stanie jałowym i dopasowania falowego, co jest konieczne przy badaniach, za pomocą iskiernika, zapalności obwodu elektrycznego z torem przewodowym, ponieważ podczas wyładowania elektrycznego rezystancja kanału wyładowania zmienia się od 0 do  $\infty$  (przy awaryjnym rozwarciu obwodu) lub od  $\infty$  do 0 (przy awaryjnym zwarciu).

Modelowanie toru przewodowego za pomocą pasywnych czwórników wymaga spełnienia dwóch kryteriów:

- sumaryczna wartość elektromagnetycznej energii zgromadzonej w elementach reaktancyjnych czwórników zastępczych powinna być adekwatna do wartości energii zgromadzonej w naturalnym torze przewodowym,
- charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe kaskady czwórników zastępczych i toru przewodowego powinny być zbieżne w wymaganym paśmie pulsacji, tak w stanie jałowym, jak i w stanie dopasowania falowego.

Zakres pulsacji, dla którego wymagana jest zbieżność charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych toru przewodowego i kaskady czwórników zastępczych powinien być określany dla każdego konkretnego przypadku z uwzględnieniem parametrów źródła zasilania, zabezpieczenia przeciwwybuchowego i środowiska wybuchowego.

#### **Literatura**

1. Frączek J.: *Aparatura przeciwwybuchowa w wykonaniu iskrobezpiecznym*. Katowice, Śląskie Wydawnictwo Techniczne 1995.
2. Krzystolik P.: *Iskrobezpieczeństwo obwodów z liniami elektrycznymi w kopalniach metanowych*. Katowice, Główny Instytut Górnictwa 1999.
3. Skoropacki W.: *Problemy zwielokrotnienia torów naturalnych kopalnianej sieci telekomunikacyjnej*. Prace Naukowe GIG Katowice 1999, nr 837.
4. Osowski J., Szabatin J.: *Podstawy teorii obwodów*. Warszawa, WNT 1995.

**Recenzent:** dr inż. Stanisław Trzcionka