

Modele stochastyczne zanieczyszczeń powietrza w aglomeracjach przemysłowych

*Tadeusz Tumidajski, Dariusz Foszcz, Tomasz Niedoba
Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków*

*Jarosław Siewior
Wojewódzki Inspektorat Ochrony Środowiska, Katowice*

1. Wstęp

Modele matematyczne propagacji zanieczyszczeń powietrza (modele dyspersji) są podstawowym środkiem prognozowania (oceny) jakości powietrza i mogą odgrywać znaczącą rolę w projektowaniu lokalizacji zakładów przemysłowych oraz być podstawą programów ochrony środowiska, a przede wszystkim są doskonałym środkiem interpretacji i rozumienia zjawisk oraz czynników sterujących rozprzestrzenianiem się zanieczyszczeń pyłowych i gazowych.

Generalnie rzecz biorąc modele propagacji zanieczyszczeń powietrza można podzielić na modele deterministyczne, oparte na zastosowaniu, ogólnie rzecz biorąc, równań ciągłości masy, ruchu i pędu (uwzględnienie konwekcji i dyfuzji) oraz modele empiryczne (nazywane także modelami stochastycznymi). Wśród modeli deterministycznych można wyróżnić modele objętościowe (modele Eulera, zwane modelami pudełkowymi), w których człony dyfuzyjne modeli deterministycznych są pomijane [5, 9].

Najpełniejszym opisem matematycznym dyspersji zanieczyszczeń powietrza są modele oparte na prawach konwekcji i dyfuzji, uwzględniające wiele charakterystyk atmosfery oraz struktury źródeł i terenu, nad którym następuje propagacja. Modele objętościowe rozpatrują propagację zanieczyszczeń jako mieszanie gazów w ograniczonej objętości powietrza określoną warstwą mieszania, prędkością wiatru i innymi czynnikami. Modele statystyczne (stochastyczne) uwzględniają autokorelację stężeń oraz wpływ tzw. czynników atmosferycznych na stężenie zanieczyszczeń w danym (wybranym) obszarze. Jak łatwo zauważyć, te trzy

rodzaje modeli traktują zanieczyszczenia powietrza w różnych ujęciach przestrzennych (punkt, objętość) i czasowych (chwila, odcinek czasu).

Modele grupy konwekcji i dyfuzji mają najlepszą podbudowę teoretyczną oraz dużą dokładność przewidywania stężeń w punktach, jeżeli rozpatruje się wpływ pojedynczych źródeł we względnie nieskomplikowanej przestrzeni (teren odkryty, niezabudowany itp.). Stosowanie tych modeli w warunkach wielkomiejskich przy wielu istotnych źródłach zanieczyszczeń jest trudno weryfikowalne i może służyć do oszacowań lub wskazywania kierunków albo obszarów podwyższonych nanosów, czy koncentracji stężeń.

Te ostatnie z wymienionych wyżej zadań potrafią realizować także modele stochastyczne, które mogą być pewną odmianą modeli objętościowych [1, 2, 6, 10, 17]. Modele stochastyczne nie wiążą zanieczyszczeń powietrza bezpośrednio z ich emisją ze źródeł i uzależniają poziom zanieczyszczeń od warunków meteorologicznych i charakterystyk terenu [7, 8, 13, 14, 16].

Modele stosowane w opisie propagacji zanieczyszczeń powodowanej transportem ludzi i materiałów są, w pewnym sensie, także stochastyczne, przy czym uwzględniają potencjał źródła, czyli obciążenie ruchem wybranego odcinka dróg [3, 4, 11].

W Polsce do niedawna obszarami o bardzo wysokiej koncentracji zanieczyszczeń gazowych i pyłowych powietrza były trzy obszary: Górnośląski Okręg Przemysłowy (znany jako GOP), okolice Turoszowa i Bogatyni (tzw. Czarny Trójkąt) oraz Kraków. Taka sytuacja była wynikiem koncentracji przemysłu w wymienionych obszarach oraz ich usytuowania topograficznego [10, 18].

Prezentowany artykuł jest poświęcony dokładniejszej prezentacji modeli stochastycznych uzyskiwanych w oparciu o wyniki pomiarów uzyskiwanych w Górnośląskim Okręgu Przemysłowym (Polska) wraz z ich oceną uwzględniającą zmianę poziomów zanieczyszczeń powietrza w badanym obszarze wielkomiejskim.

2. Ogólna analiza modeli stochastycznych propagacji gazowych zanieczyszczeń powietrza

Prowadzone wieloletnie pomiary i badania w GOP-ie pozwoliły na określenie podstawowej formy modelu matematycznego pozwalającego na prognozę średniodobowych stężeń SO_2 w obszarach (miastach) reprezentowanych przez rozważaną stację pomiarową.

W okresach grzewczych w miastach GOP-u obserwuje się wiatry o niedużych prędkościach (z reguły <5 m/s). Świadczy to o słabym przewietrzaniu obszaru, co prowadzi do koncentracji i zalegania SO_2 w powietrzu miast. Zależność średniodobowych stężeń SO_2 od prędkości wiatru można uznać za paraboliczną lub hiperboliczną. Podobna w charakterze jest zależność średniodo-

bowego stężenia SO_2 z temperaturą średniodobową. Dobrym modelem matematycznym opisującym średniodobowe stężenie SO_2 w miastach (stacjach pomiarowych) GOP-u byłby model o postaci:

$$S(t) = a + bS(t-1) + c(T - T_0)^2 + d(v - v_0)^2, \quad (1)$$

gdzie $S(t)$ oznacza stężenie średniodobowe SO_2 w dobie o numerze t , T – temperaturę średniodobową dla tej doby, v – prędkość średnią wiatru w dobie o numerze t , T_0 i v_0 – lokalizacje parabol (współrzędnych wierzchołka) dla T i v .

Odmiany takich modeli były stosowane dla Madrytu, Wiednia i Mediolanu [1, 2, 6].

Stężenie zanieczyszczenia $S(t)$ w ciągu doby jest stosunkiem sumy masy zanieczyszczenia emitowanego w danym obszarze, masy zanieczyszczenia nanoszonego z emitorów sąsiednich oraz masy zanieczyszczenia występującego już wcześniej, do objętości powietrza atmosferycznego, w którym te masy zanieczyszczeń są rozprzodzone.

Przyjmując (dla wybranego kierunku napływu powietrza), że masa dwóch pierwszych składników zależy od temperatury (z większych ilości spalonego węgla związanego z zapotrzebowaniem cieplnym wynikającym z niskich temperatur) oraz od przemian chemicznych związanych z wilgotnością powietrza możemy zapisać $m = AW^a T^b$, gdzie A jest wielkością stałą a wykładniki a i b charakteryzują odpowiednio wpływ wilgotności na zmianę ilości SO_2 w zależności od temperatury.

Objętość warstwy powietrza, w której występuje mieszanie można wyrazić równaniem $V = BH^c v^d$ – w którym: B – stała charakteryzująca szerokość warstwy mieszania (stała dla danego kierunku); H – wysokość warstwy mieszania; v – prędkość wiatru; c , d – wykładniki odpowiadające poprawkom związanym z wysokościami lub prędkościami. Wielkości H , T i W traktujemy jako funkcje zmiennej t .

Jeżeli uwzględnimy aspekt autokorelacji stężeń zanieczyszczenia (inercja – utrzymywanie się zanieczyszczenia, towarzysząca szczególnie w przypadku małych prędkości wiatru lub jego braku) możemy wprowadzić do modelu poprawkę $kS(t-1)+p$, która będzie korygować aktualne stężenie $S(t)$. Mamy więc

$$\hat{S}(t) = \frac{AW^a T^b}{BH^c v^d} + kS(t-1) + p. \quad (2)$$

Podobny model, nie uwzględniający jednak wilgotności względnej i autokorelacji stężeń SO_2 przedstawił Bringfelt [2].

Ponieważ nie jest możliwe przeniesienie modelu (1) z jednego okresu na drugi (na sezony grzewcze) konieczne jest aktualizowanie wartości współczynników w oparciu o wyniki rejestrowane na bieżąco. Jeżeli przyjmie się, że model prognoz zanieczyszczeń powietrza ma postać

$$S(t) = f(X, C) = \sum_{j=1}^k c_j \varphi_j(x), \quad (3)$$

gdzie X jest wektorem zmiennych niezależnych, C – wektorem współczynników, $j=1, \dots, k$; $\varphi_j(x)$ – wyspecyfikowanym układem funkcji wielu zmiennych niezależnych liniowo to na i -tym etapie metody adaptacyjnej, wykorzystując nowy zestaw danych $(X_{i+1}, S(i+1))$, zastępujemy metodą „antygradientową” współczynniki C_i przez współczynniki $C_{i+1} = C_i + \Delta C_{i+1}$. Procedura taka umożliwia realistyczne prognozowanie stężeń zanieczyszczeń powietrza [12].

3. Statystyczna ocena transportu zanieczyszczeń powietrza

Podstawowym składnikiem systemu wspomagania decyzji w zakresie sterowania emisją są modele transportu zanieczyszczeń atmosferycznych. Rodzaj zastosowanego modelu zależy od przeznaczenia systemu, rozmiarów obszaru, rodzaju zmiennych opisujących stan środowiska (wartości chwilowe stężeń zanieczyszczeń, poziomów krytycznych itp.) oraz skali czasowej analizy. Z punktu widzenia modeli stochastycznych propagacji zanieczyszczeń charakterystykę transportu zanieczyszczeń w otoczeniu stacji pomiarowych można zastosować:

- wykresy kołowe percentyli stężeń sektorowych;
- trajektorie wsteczne pozwalające na lokalizację źródeł emisji zanieczyszczeń;
- modele matematyczne uwzględniające kierunki napływu powietrza na stację pomiarową.

Podstawą analizy są dane odnośnie zanieczyszczeń w odpowiednich odcinkach czasowych oraz charakterystyk średniego wektora wiatru (kierunku i siły napływu powietrza).

Klasę stężeń S dla kierunku α (po wprowadzeniu przedziałów o środku α° i przyjęciu odchylenia $\Delta\alpha^\circ$) tworzą stężenia np. 30-minutowe, dla których średni kierunek napływu powietrza różnił się od kierunku α o mniej niż $\Delta\alpha$. Zbiór stężeń S_α jest realizacją zmiennej losowej S_α . Do badań napływów stężeń stosuje się percentyle zmiennej losowej S_α oznaczane przez $S(\alpha, p)$, które poda-

ją wartości stężeń zanieczyszczenia na kierunku α , od których jest mniejsze p procent obserwowanych wartości S_α .

Wielkością dobrze charakteryzującą przepływ zanieczyszczeń jest średnia gęstość pędu cząsteczek zanieczyszczenia, definiowana jako iloczyn stężenia zanieczyszczenia i wektora prędkości cząsteczek zanieczyszczenia (czyli wektora napływu zanieczyszczenia). Długość wektora napływu zanieczyszczenia jest równa natężeniu przepływu masy zanieczyszczenia przez jednostkę powierzchni prostopadłą do wektora wiatru.

O zmianach kierunku przepływu mas powietrza wpływających na meandrowanie smugi zanieczyszczeń świadczą wahania wektora wiatru w czasie uśredniania dłuższym niż jedna minuta. Przyjmuje się zwykle 3-minutowy czas uśredniania.

Jeżeli znane są odchylenia 3-minutowego wektora wiatru od średniego wektora wiatru w okresie 30-minutowym (jest to niezgodne z konwencją unijną, która przewiduje uśrednianie w okresie jednej godziny), można oszacować kąt, w którym zmieniał się kierunek smugi zanieczyszczeń kierowanych na stację. Można więc dzięki temu wskazać potencjalne miejsca, gdzie zanieczyszczenie zostało wprowadzone do atmosfery.

Wybrane wykresy percentyli oraz róży wiatrów przedstawiono na rys. 1a i 1b.

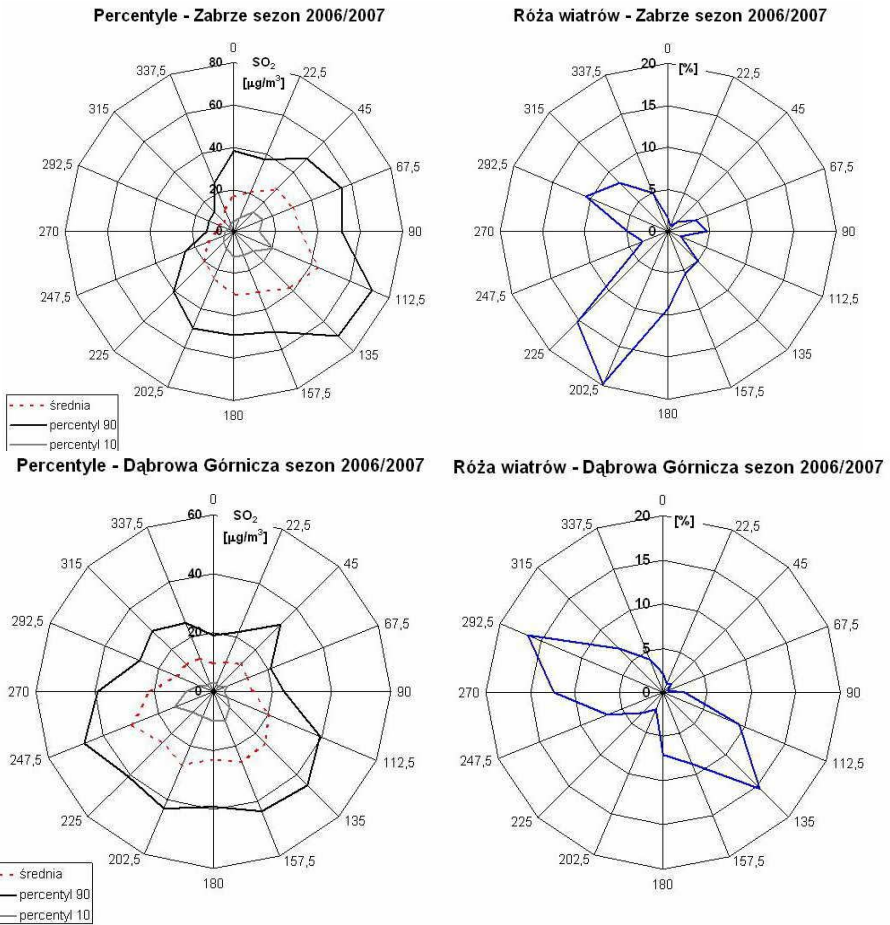
Percentyle dla podstawianych stacji przedstawiają się inaczej. Można zauważyć zależność od nanosów zanieczyszczeń z otaczających je zakładów, których położenie przedstawia rys. 2.

Inną możliwością charakteryzowania napływów zanieczyszczeń mogą być modele regresyjne, które wykorzystują tzw. zmienne pozorne związane z kierunkami napływu powietrza na stację pomiarową [8].

Dobrym modelem matematycznym opisującym średniodobowe stężenie SO_2 w miastach (stacjach pomiarowych) jest model o postaci

$$S(t) = a + bS(t-1) + c(T - T_0)^2 + d(v - v_0)^2 + eQ_1 + fQ_2, \quad (4)$$

gdzie Q_1 – zmienna pozorna równa 1 dla kierunku wiatru z wybranego kierunku o dużym nanosie zanieczyszczenia i 0 w przeciwnym przypadku; Q_2 – zmienna pozorna równa 1 dla kierunku wiatru z wybranego kierunku o znikomym nanosie zanieczyszczenia i 0 w przeciwnym przypadku; pozostałe oznaczenia jak we wzorze (1) [7, 8, 15, 16].



Rys. 1. Rozkład percentyli (10, 90) i wartości średniej oraz róża wiatrów - sezon 2006/2007; a) stacja Zabrze, b) stacja Dąbrowa Górnicza

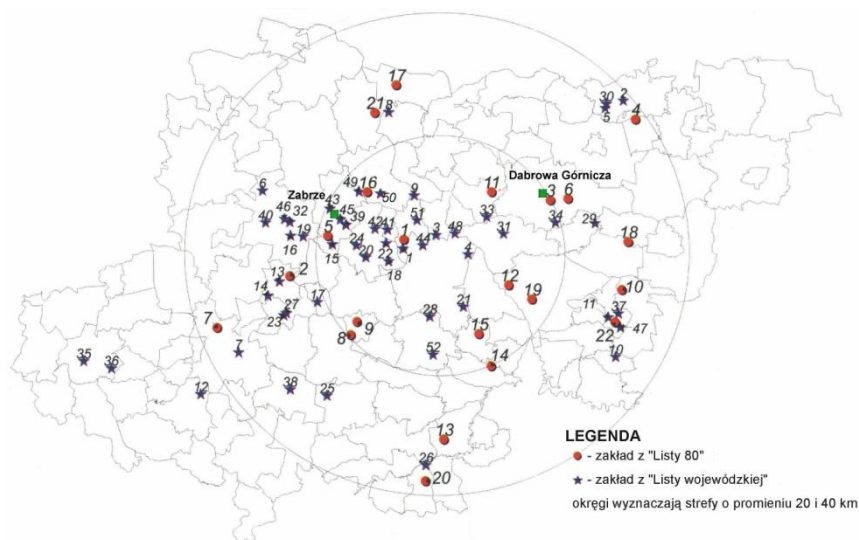
Fig. 1. Distribution of percentiles (10,90) and mean value and wind rose – season 2006/2007; a) station Zabrze; b) station Dąbrowa Górnicza

Model regresji ze zmiennymi pozornymi dla stacji Zabrze sezon 2006/2007

$$S(t) = -1,13625 + 0,76845 \cdot S(t-1) + 0,00474 \cdot (T-T_0)^2 + 0,08060 \cdot (v-v_0)^2 + 3,45137 \cdot Q_1 - 3,15640 \cdot Q_2 \quad (5)$$

(0,871416) (0,009705) (0,000920) (0,684186)
 (0,819307) (0,718881)

$R^2 = 74,90\%$, $S_r = 9,063$, Q_1 – wartość 1 dla kierunków wiatru z zakresu $0^\circ-225^\circ$, Q_2 – wartość 1 dla kierunków wiatru z zakresu $250^\circ-337,5^\circ$, $v_0 = 6$, $T_0 = 20$.



Rys. 2. Stacje pomiarowe i zakłady przemysłu ciężkiego w rejonie GOP-u z zaznaczeniem wybranych stacji

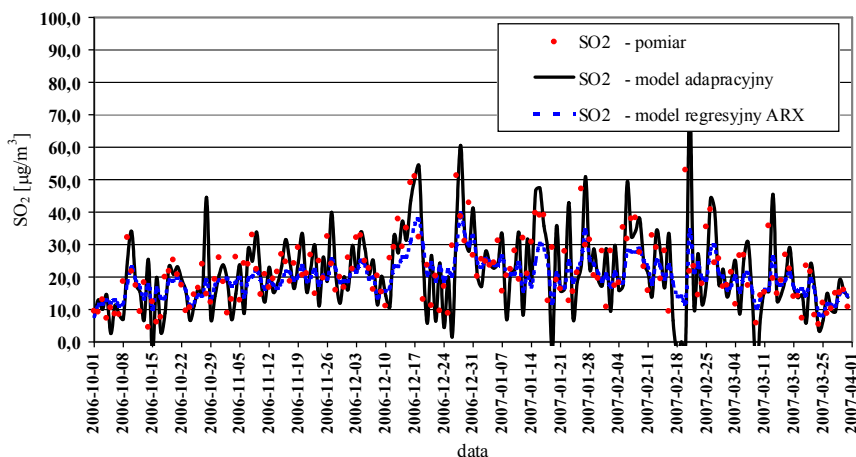
Fig. 2. Monitoring stations and heavy industrial plants in GOP area with pointed chosen stations

4. Metodyka prognozowania stężeń wybranych zanieczyszczeń powietrza

Prognozowanie stężeń SO_2 i pyłu zawieszonego $<20 \mu\text{m}$ dla okresów grzewczych (zimowych) można przeprowadzić stosując modele adaptacyjne ich propagacji w powietrzu (przy uśrednieniu stężeń w odcinkach 24-godzinnych). Procedura adaptacji współczynników modelu (1) wymaga podania ich początkowych wartości (z poprzedniego okresu lub dowolnych innych) oraz bieżącej serii obserwacji 24-godzinnych stężeń SO_2 (pyłu), średniej prędkości wiatru i średniej temperatury powietrza. Zgodnie z opracowanym programem komputerowym wyznacza się kolejne wartości współczynników (metodą „antygradientową”) [7, 8, 14] poprawiając dokładność prognozy (rys. 3).

Aby rozpocząć procedurę adaptacji modelu wyznaczono najpierw modele regresyjne dla stężeń SO_2 notowanych w stacji Dąbrowa Górnicza w miesiącu październiku a także dla całego sezonu 2006/2007 (dla celów porównania współczynników równania regresji). Przebiegi notowanych i obliczanych wartości dla modelu adaptacyjnego oraz modelu regresyjnego, opartych na współczynnikach modelu określonego na bazie danych z października przedstawiono na rysunku 3. Określone odchylenia resztowe s_r dla tych modeli (11,66 dla modelu regresyjnego oraz 7,53 dla modelu adaptacyjnego) wskazują, że modele adaptacyjne lepiej

prognozują wartości stężeń zanieczyszczeń (dzięki zdolności adaptacji do zmiennych warunków pogodowych). Otrzymane wyniki trudno jest porównywać z innymi, analogicznymi modelami, które były opracowywane w przeszłości ze względu na fakt, że modele stochastyczne cechują się swoistą oryginalnością.



Rys. 3. Przebiegi zgodności modeli stężeń SO₂ dla Dąbrowy Górniczej w wybranym okresie sezonu 2006/2007

Fig. 3. Courses of adequacy of SO₂ concentrations models for Dąbrowa Górnicza in chosen period of season 2006/2007.

Zabrze 2006/2007

$$S(t) = -2,908 + 0,516 \cdot S(t-1) + 0,011 \cdot (T-T_0)^2 + 0,559 \cdot (v-v_0)^2 \quad (6)$$

(3,6963) (0,0609) (0,00511) (0,1347)

$$R^2 = 33,25\%, S_r = 9,944, v_0 = 6, T_0 = 20$$

Dąbrowa Górnicza 2006/2007

$$S(t) = -0,006 + 0,365 \cdot S(t-1) + 0,015 \cdot (T-T_0)^2 + 0,356 \cdot (v-v_0)^2 \quad (7)$$

(2,764) (0,063) (0,004) (0,090)

$$R^2 = 32,22\%, S_r = 7,69, v_0 = 6, T_0 = 20$$

Dąbrowa Górnicza 2006/2007 – model wyznaczony dla danych z października 2006 roku

$$S(t) = -0,166 + 0,453 \cdot S(t-1) + 0,013 \cdot (T-T_0)^2 + 0,253 \cdot (v-v_0)^2 \quad (8)$$

(10,848) (0,185) (0,012) (0,397)

$$R^2 = 15,60\%, S_r = 6,25, v_0 = 6, T_0 = 20$$

Tabela 1. Statystyki opisowe zmiennych: ditlenek siarki (SO₂), prędkość wiatru oraz temperatura, dla stacji w Zabrze i Dąbrowie Górniczej w sezonach 2005/2006 i 2006/2007

Table 1. Statistical data for variables: sulphur dioxide (SO₂), wind velocity and temperature, for stations in Zabrze and Dąbrowa Górnicza, seasons 2005/2006 and 2006/2007

sezon		n	Średnia	Minimum	Maksimum	Odchylenie Standardowe
Zabrze						
2006/2007	Ditlenek siarki (SO ₂) [µg/m ³]	182	23,20861	3,95455	57,26087	12,16163
	Prędkość wiatru [m/s]	182	1,60646	0,40417	4,24583	0,69321
	Temperatura [°C]	182	3,58616	-7,87917	16,01667	4,59523
Dąbrowa Górnicza						
2006/2007	Ditlenek siarki (SO ₂) [µg/m ³]	178	21,79113	4,45455	52,90000	9,673012
	Prędkość wiatru [m/s]	151	1,18806	0,37917	3,46250	0,561915
	Temperatura [°C]	179	2,86028	-8,30870	15,06250	4,472751
Dąbrowa Górnicza – październik 2006						
2006/2007	Ditlenek siarki (SO ₂) [µg/m ³]	31	15,04947	4,45455	32,13333	6,773375
	Prędkość wiatru [m/s]	31	0,79638	0,37917	1,86667	0,308380
	Temperatura [°C]	31	8,58883	-2,05833	15,06250	3,866390

Model adaptacyjny jest mniej stabilny w okresach nagłych zmian pogody lub kierunków nanosu zanieczyszczeń. Jeżeli pogoda jest stabilna, zgodność z wynikami rzeczywistymi jest wysoka. Warto nadmienić, że modele adaptacyjne są w pewnym stopniu zbliżone pod względem metodyki konstruowania modeli do sieci neuronowych, które uważa się za dobre narzędzie prognozy uśrednianych zanieczyszczeń powietrza na danym obszarze.

Ponadto, analizując wyprowadzone modele można zauważyć, że zależność aktualnego stężenia określonego rodzaju zanieczyszczenia od stężenia z poprzedniego okresu maleje wraz z długością odcinka czasu uśredniania pomiaru (doba, godzina, 30 minut). Oznacza to, że stan zanieczyszczenia sprzed np. godziny wpływa na aktualny stan w znacznie większym stopniu niż uśredniony wynik np. z poprzedniego dnia.

Literatura

1. **Bolzern P., Fronza G., Runze E., Uberhuber C.:** *Statistical analysis of winter sulphur dioxide concentration data in Vienna*, Atmosph. Envir., vol. 16 no 8, 1899-1906, 1982.
2. **Bringfelt B.:** *Important factors for the sulphur dioxide concentration in central Stockholm*. Atmosph. Envir. vol. 5, 949-972, 1971.
3. **Carach V., Mačala J.:** *Modelovanie znečistenia ovzdušia z cestnej dopravy*, Ochrana ovzdušia 2008, Vysoke Tatry – Strbske Pleso, 173-180, Bratislava, 2008.
4. **Carach V., Mačala J.:** *Road traffic NO_x emissions from passenger cars*, Transport and Logistics, vol. 12, 37-54, Košice, 2007.
5. **Juda J., Chróściel S.:** *Ochrona powietrza atmosferycznego*, WNT, Warszawa, 1974.
6. **Finzi G., Tebaldi G.:** *A mathematical model for air pollution forecast and alarm in an urban area*. Atmosph. Envir., vol. 16, no 9, 2055-2090, 1982.
7. **Foszcz D., Niedoba T., Siewior J., Tumidajski T.:** *Stochastic models of air pollutants spreading as the method of emission amount management allowing elimination of high pollution concentrations in ecosystems*, Environmental Management Accounting and Cleaner Production Conference, CD, Graz, Austria, 2006.
8. **Foszcz D., Niedoba T., Siewior J.:** *The methods of forecasting of SO₂ and suspended dust concentrations for warning purposes in the example of selected polluted regions in Poland*, in Ecosystems and Sustainable Development V, red. E. Tiezzi, C.A. Brebbia, S.E. Jorgensen and D. Almorza Gomar, 477-491, WIT Press, Southampton, Boston, Great Britain, 2005.
9. **Markiewicz M.T.:** *Podstawy modelowania rozprzestrzeniania się zanieczyszczeń w powietrzu atmosferycznym*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2004.
10. **Morawska-Horawska M.:** *Stochastyczne modele prognozy średniego dobowego stężenia SO₂ dla Krakowa*, Wiadomości IMGW, t. IX, z. 3, 1988.

11. **Pomorska K., Duda A.:** *Porównanie poziomu stężeń tlenków azotu w powietrzu na wybranych skrzyżowaniach ulic miasta Lublina w latach 2004 i 2005*, Zeszyty Naukowe Wydziału Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Koszalińska, 209-219, Koszalin-Darłówek, 2007.
12. **Rastrigin L. A.:** *Contemporary principles to control complex objects*, Mir Publishers, Moscow, 1983.
13. **Skrzypski J.:** *Analiza i modelowanie pól imisji zanieczyszczeń powietrza w dużych miastach*, Polska Akademia Nauk, Łódź, 2001.
14. **Tumidajski T., Foszcz D., Gawenda T.:** *The principles of the building of average daily gas pollutants stochastic models for municipal agglomeration*, VI Conference on Environment and Mineral Processing, Czech Republic, Ostrava, 2002.
15. **Tumidajski T., Foszcz D., Niedoba T., Siewior J.:** *Ocena napływu zanieczyszczeń powietrza różnymi metodami statystycznymi*, Zeszyty Naukowe Wydziału Budownictwa i Inżynierii Środowiska, no 23, Koszalin – Darłówek, Wydawnictwo Uczelniane PK, 2007.
16. **Tumidajski T., Foszcz D., Siewior J.:** *Wpływ lokalizacji stacji pomiarowych na efekty modelowania stochastycznego stężeń SO₂ w Górnośląskim Okręgu Przemysłowym*, Zeszyty Naukowe Wydziału Budownictwa i Inżynierii Środowiska, no 22, Koszalin – Ustronie Morskie, Wydawnictwo Uczelniane PK, 2005.
17. **Walczewski J.:** *Charakterystyka warstwy granicznej atmosfery nad miastem (na przykładzie Krakowa)*, Materiały badawcze IMGW, Seria Meteorologia, no 22, 1994.
18. **Zwoździak J.:** *Prognozy i analizy stężeń zanieczyszczeń w powietrzu w regionie Czarnego Trójkąta*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1998.

Stochastic Models of Air Pollution in Industrial Agglomerations

Abstract

The Upper Silesian Industrial Region (GOP) is one of the most polluted regions in Poland. Because of the location of several important heavy industrial plants it is necessary to permanently monitor the various sort of dust and gas pollutants concentrations in this area. The paper presents the possibilities of stochastic air pollution modeling on the basis of data collected by monitoring stations. Several types of models were shown, including models applied in regions of big cities, like Stockholm, Vienna and Madrid, with special impact to so-called adaptive models. It was statistically proved that the formulae of the SO₂ propagation model for the GOP region is $S(t) = a + bS(t-1) + c(T - T_0)^2 + d(v - v_0)^2 + eQ_1 + fQ_2$. This equation was applied practically on the basis of the empirical data collected by selected monitoring stations. For the chosen monitoring station the directions of pollution flows and winds were shown graphically (fig. 1). Next step was derivation of the SO₂ propagation model by

traditional regressive techniques (models from equations 6, 7 and 8), taking into consideration directions of air flows, and adaptive models (fig. 3) basing on the previous model formulae. The obtained models were statistically evaluated. It occurred that the models considering air flows directions show changes of pollution propagation characteristics. The advantage of adaptive models, which take into consideration data from previous periods of time, was proved, as they forecast concentration of pollution far better than the traditional regressive models.