

*diagnostyka, turbogeneratory, odkształcenia stojana,  
funkcje sklejjane, interpolacja, aproksymacja*

Sławomir WRÓBLEWSKI\*, Andrzej BYTNAR\*\*

## **ANALIZA ODKSZTAŁCEŃ STOJANA TURBOGENERATORA WYWOŁYWANYCH ZJAWISKAMI MAGNETYCZNYMI I ELEKTROMAGNETYCZNYMI**

W artykule przedstawiono estymację eliptycznych odkształceń stojana turbogeneratora w jego przekrojach poprzecznych. W estymacji wykorzystano interpolację funkcjami sklejjanymi trzeciego stopnia. Przeprowadzono symulacje teoretyczne i oszacowano błędy interpolacji w zależności od liczby czujników pomiarowych. Dane empiryczne uzyskano z czujników przyspieszenia rozmieszczonych równomiernie na obwodzie stojana (4 punkty pomiarowe wzajemnie przesunięte o kąt 90 [deg]. W pomiarach uwzględniono przemieszczenia elementów stojana w kierunku promieniowym i stycznym.

### 1. WSTĘP

Elementy stojana turbogeneratora podczas eksploatacji maszyny podlegają ciągłym odkształceniom, które mogą stopniowo pogarszać ich stan techniczny. Podstawowe odkształcenia można obserwować, w danym przekroju poprzecznym stojana, przy pomocy dwóch czujników wibracji oddalonych od siebie o kąt 90 [deg] umieszczonych w kierunku promieniowym na obwodzie stojana. Taki sposób pomiaru jest stosowany do wyznaczania trajektorii i orbity szyjki wału w łożysku maszyny. Stojan turbogeneratora jest jednakże zbyt wielką (średnica zewnętrzna ok. 4 m, długość ok. 9 m) i niejednorodną pod względem sztywności bryłą, aby tak proste obserwacje odzwierciedlały rzeczywiste jego zniekształcenia.

Lepsze efekty można uzyskać stosując większą liczbę wielokierunkowych czujników pomiarowych oraz eksploatacyjną analizę formy odkształceń (ang. Operational Deflection Shape, ODS). Badania opisane w niniejszym artykule są pierwszym etapem budowy systemu analizy ODS dla stojana dużego turbogeneratora.

---

\* Katedra Mikroelektroniki i Technik Informatycznych Politechniki Łódzkiej.

\*\* Instytut Energetyki, Warszawa.

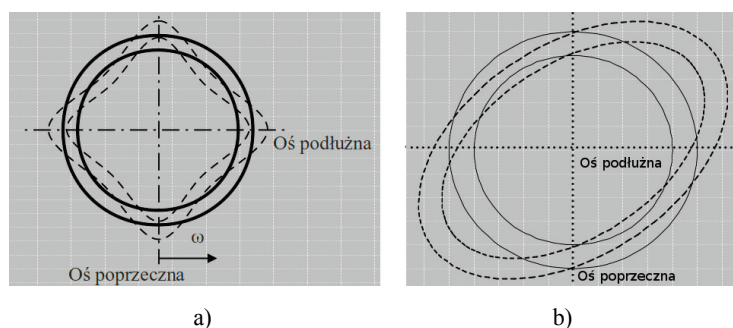
## 2. SIŁY WYMUSZAJĄCE ODKSZTAŁCENIA I DRGANIA STOJANA

Deformacje rdzenia, korpusu oraz koszyków połączeń czołowych uzwojenia stojana wywoływane są siłami pochodzącymi od zjawisk magnetycznych i elektromagnetycznych we wnętrzu generatora [1]. Największy udział w deformacji mają siły oddziaływania magnetycznego wirnika i stojana. Można wyróżnić dwie składowe tych sił:

- pochodzącą od oddziaływań pól magnetycznych w szczelinie przywirnikowej wzdłuż beczki stojana
- pochodzącą od oddziaływań strumieni rozproszenia w obszarze połączeń czołowych.

Pierwsza z nich ma największy wpływ na odkształcenia (wibracje) rdzenia i obudowy (korpusu) stojana, druga powoduje głównie odkształcenia (wibracje) skrajnych elementów rdzenia i koszyków połączeń czołowych uzwojenia stojana generatora. Trzeba tutaj podkreślić, że wibracje generowane w rdzeniu i obudowie są również przenoszone na połączenia czołowe uzwojenia i odwrotnie z połączeń czołowych na rdzeń i obudowę.

Deformacje elementów stojana uwiadcniają się w przekrojach poprzecznych generatora jako wirujące „elipso-podobne” odkształcenia. W zależności od liczby par biegunów wirnika odkształcenia elementów stojana przybierają różne kształty (rys. 1). Odkształcenie ma kształt eliptyczny przy jednej parze biegunów (4-węzłowa forma odkształcenia) lub ma kształt odkształconych elips jako wypadkowa sumy oddziaływania każdej pary biegunów (np. dwie pary biegunów – 8-węzłowa forma odkształcenia).



Rys. 1. Poprzeczne zniekształcenia stojana a) – dwie pary biegunów, b) jedna para biegunów  
Fig. 1. Cross-section stator deformations a) – two pairs of poles, b) one pair of pole

Osie omawianych form odkształceń wirują z prędkością obrotową równą prędkości obrotowej wirników tych maszyn. Powoduje to powstawanie wibracji elementów stojana o częstotliwości 100 Hz.

### 3. INTERPOLACJA ODKSZTAŁCENÍ FUNKCJAMI SKLEJANYMI TRZECIEGO STOPNIA

W badaniu odkształcenia elementów stojana dokonano interpolacji elipsy za pomocą funkcji sklejaných trzeciego stopnia [2]. Idea tej interpolacji polega na wyznaczeniu pomiędzy punktami empirycznymi  $x_k$  – w określonych przedziałach – takich wielomianów trzeciego stopnia  $S_k(x)$ , aby:

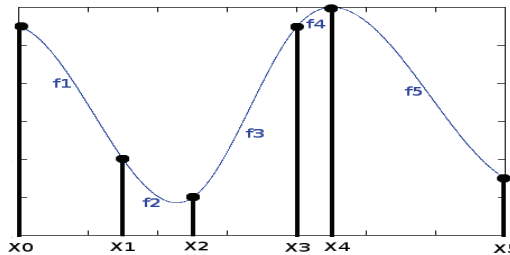
$$S(x) = S_k(x) = \sum_1^3 S_{k,s}(x - x_k)^i \quad \forall x \in [x_k, x_{k+1}] \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (1)$$

$$S(x_{k+1}) = S_{k+1}(x_{k+1}) \quad 0 \leq k \leq N-2 \quad (2)$$

$$S'(x_{k+1}) = S'_{k+1}(x_{k+1}) \quad 0 \leq k \leq N-2 \quad (3)$$

$$S''(x_{k+1}) = S''_{k+1}(x_{k+1}) \quad 0 \leq k \leq N-2 \quad (4)$$

Równanie (1) jest równaniem funkcji sklejaných umożliwiającą interpolację przyjętych przedziałów. Równania (2)–(4) zapewniają odpowiednio ciągłość, tę samą stromość (pierwsza pochodna) i krzywiznę (druga pochodna) sąsiadujących funkcji w punktach  $x_k$ . Na rysunku 2 przedstawiono przykładową interpolację funkcjami sklejanymi wartości odkształceń w sześciu punktach empirycznych.



Rys. 2. Interpolacja funkcjami sklejanymi trzeciego stopnia

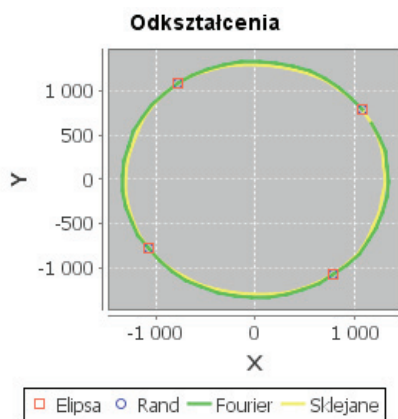
Fig. 2. Cubic spline interpolation

### 4. METODOLOGIA BADAŃ

Siły powodujące odkształcenia stojana mają przebieg sinusoidalny. Ich działanie na dwa przeciwległe obszary przekroju poprzecznego, rozpatrywanego elementu stojana, powodują jego odkształcenia eliptyczne. W praktyce, w wyniku różnych sztywności diagnozowanego elementu (wzdłuż obwodu stojana), na skutek pogarszającego się jego stanu technicznego, spodziewana jest odchyłka od kształtu eliptycznego – w przypadku jednej pary biegunów w maszynie.

W pierwszym etapie badań opracowano model matematyczny umożliwiający przeprowadzenie symulacji w zakresie interpolacji i aproksymacji eliptycznej krzywej odkształceń.

Na rysunku 3 przedstawiono elipsę *Fourier* i figurę *Sklejane* oraz dwa zbiory punktów *Elipsa* i *Rand*. *Elipsa* reprezentuje elipsę idealną, względem której w czterech punktach (czerwone kwadraty) wygenerowano punkty *Rand* (niebieskie okręgi). Długość połowy wielkiej i małej osi elipsy wynosi odpowiednio: 1335,042 mm i 1334,958 mm. Wartości te wynikają z empirycznego wyznaczenia amplitud odchyłeń ( $\pm 0,042$  mm) przemieszczeń punktów pomiarowych w miejscu ich mocowania (1335 mm od środka przekroju stojana). Punkty *Rand* symulują przemieszczenie rzeczywiste poprzez przesunięcie punktów *Elipsy* o losową wartość w kierunku  $x$  i  $y$  z zakresu  $\pm 0,060$  mm względem długości odpowiednio osi wielkiej i osi małej *Elipsy*. Daje to przemieszczenie w linii łączącej punkt *Elipsy* z jej środkiem w zakresie  $\pm 0,042$  mm. Jest to zakres wartości przemieszczeń, jakie mogą pojawić się w rzeczywistych pomiarach (czujniki zainstalowane na obwodzie stojana turbogeneratora).

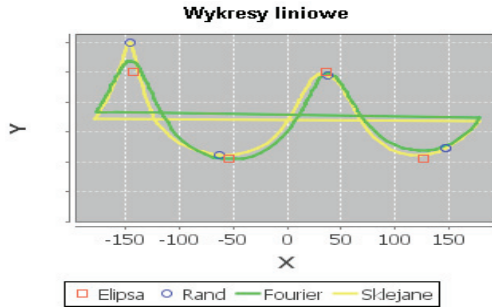


Rys. 3. Interpolacja elipsy za pomocą funkcji sklepanych trzeciego stopnia  
Fig. 3. Ellipse interpolation with cubic splines

Z wartości przemieszczeń punktów pomiarowych można wyznaczyć aproksymującą elipsę teoretyczną. Elipsę aproksymującą wyznaczono za pomocą przekształcenia Fouriera przemieszczeń punktów *Rand*. Po dokonaniu przekształcenia Fouriera punktów *Rand*, w dziedzinie częstotliwości, pozostawiono jedynie składową o największej wartości i wykonano przekształcenie odwrotne. W wyniku tych operacji otrzymano elipsę *Fourier* aproksymującą elipsę teoretyczną.

Dla umożliwienia wizualizacji odkształceń, punkty *Rand* interpolowano za pomocą funkcji sklepanych trzeciego stopnia i otrzymano figurę *Sklejane*.

Położenie punktów obwodu figur i zbiorów punktów przekształcono z współrzędnych kartezjańskich do biegunowych względem środka elipsy *Fourier* i otrzymano wykres jak na rys. 4.



$x$  – stopnie [deg] względem godz. 12 zgodnie z ruchem wskazówek zegara  
 $y$  – przemieszczenie [mm]

Rys. 4. Długość promienia wodzącego w funkcji kąta położenia względem środka elipsy aproksymującej.  
 Fig. 4. Radius vector length in the function of placement angle with respect to the center of the approximating ellipse.

Prezentacja figur w postaci ww. wykresu pozwala wyznaczyć różnicę odległości (odchyłkę) między wybranymi figurami zgodnie z równaniem 5.

$$d = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (f(i) - s(i))^2}{N}} \quad (5)$$

gdzie:

$d$  – różnica odległości,  $f(i)$  – punkty figury  $f$ ,  $s(i)$  – punkty figury  $s$ ,  $N$  – liczba punktów.

Powyższy wzór wykorzystano do określenia odchyłki pomiędzy elipsą aproksymującą, a jej odwzorowaniem za pomocą funkcji sklepanych dla zmiennej liczby równoodległych punktów rozmieszczonych na obwodzie elipsy. W tabeli 1 podano średnie odchyłki dla 512 symulacji dla określonej liczby punktów.

Tabela 1. Wartości odchyłki odwzorowania elipsy za pomocą funkcji sklepanych  
 Table 1. Deviation values of the mapping of an ellipse using spline functions

Liczba punktów	Odchyłka [mm]
4	26,982
8	1,133
16	0,064
32	0,004
64	mniej niż 0,001

Przy liczbie punktów pomiarowych równej 32 błąd odwzorowania elipsy przy pomocy funkcji sklepanych wynosi 0,004 mm. Dla dokładnego odwzorowania kształtu elipsy należy więc użyć co najmniej 32 czujników w przypadku rdzenia stojana generatora (dobry stan techniczny, gdy przemieszczenia jego elementów  $S_{p-p} < 35 \mu\text{m}$ ) [6].

W tabeli 2 zebrano średnie odchyłki punktów figury *Sklejane* od punktów figury *Fourier* dla 512 symulacji dla określonej liczby czujników.

Tabela 2. Odległości figur *Sklejane* i *Fourier*  
Table 2. Distances between "Splines" and "Fourier" curves

Liczba czujników	Odchyłka [mm]
4	26,982
8	1,135
16	0,101
32	0,077
64	0,078

Z przeprowadzonych symulacji wynika, że również odchyłka odległości figur *Sklejane* i *Fourier* praktycznie nie ulega zmianie przy zastosowaniu podobnej liczby czujników ( $\geq 32$ ).

## 5. POMIARY EMPIRYCZNE

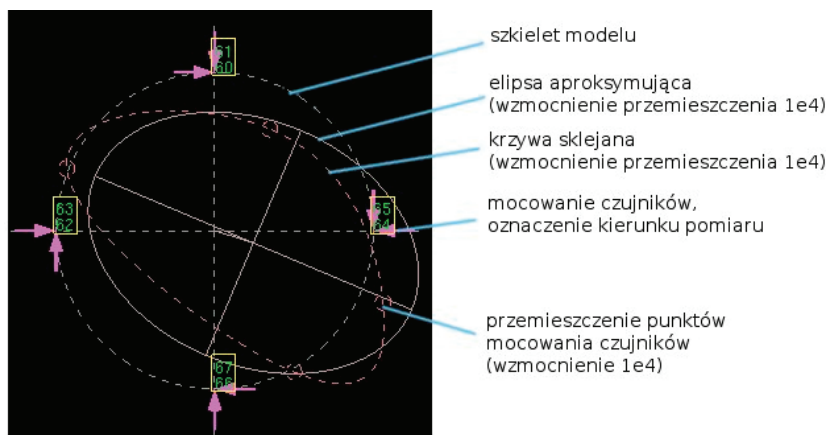
Pomiary wykonano na turbogeneratorze o mocy 560 MW z wykorzystaniem systemu pomiarowego monitoringu wibracji [3, 4]. Dane empiryczne uzyskano z czterech punktów pomiarowych z czujnikami ów przyspieszenia wibracji rozmieszczonymi równomiernie na obwodzie stojana. Były to czujniki piezoelektryczne PCB PIEZOTRONICS. Przyspieszenia przeliczono na przemieszczenia wykorzystując arytmetykę omega (Omega Arithmetic) [5]. W pomiarach uwzględniono przemieszczenia w kierunkach promieniowym i stycznym (2 czujniki na punkt pomiarowy – rys. 5).

W celu uwidocznienia kierunku powstających odkształceń powiększono 10 000 razy przemieszczenia wyznaczone z sygnałów czujników. Wartość ta dobrana została tak, aby można było zaobserwować kierunki przemieszczania się punktów elementu rdzenia. Następnie wyznaczono elipsę aproksymującą i wykorzystano krzywe sklepane do wykreślenia linii między punktami przemieszczenia. W efekcie otrzymano obraz elipsy aproksymującej oraz krzywej sklepanej jak na rysunku 5.

Dysponując czterema punktami pomiarowymi i wykorzystując funkcje sklepane uzyskano wizualizację deformacji wybranego elementu rdzenia stojana, a pośrednio również kierunku występujących przemieszczeń.

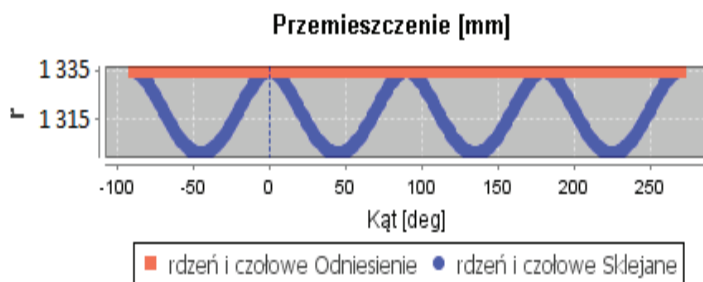
Na rysunku 5 widać, że funkcje sklepane sprawdzają się w przypadku wizualnej obserwacji odkształceń w obrazie wzmocnionym. Z ich pomocą można odczytać kie-

runki działania sił deformacji. Daje to możliwość zgrubnego określenia obszarów o największych odkształceniach. W przypadku pomiarów ciągłych możliwe jest odтворzenie odkształceń w postaci animacji, dzięki czemu można obserwować odkształcenia zmienne w czasie.



Rys. 5. Lokalizacja punktów pomiarowych oraz ich przemieszczenia  
 Fig. 5. Measurement point placement and their displacements

Przemieszczenie, bez powiększenia, przedstawiono także w biegunowym układzie współrzędnych – względem środka elipsy aproksymującej (rys. 6).



Rys. 6. Obwody figur w biegunowym układzie współrzędnych. Elipsa aproksymująca (czerwone kwadratowe markery), krzywa sklejana (niebieskie okrągłe markery)

Fig. 6. Perimeters of the figures in the polar coordinate system. Approximating ellipse (red square markers), cubic spline (blue round markers)

Wyznaczone odchyłki interpolacji funkcjami sklejanymi obarczone są dużym błędem. Zatem funkcje sklepane przy małej liczbie punktów pomiarowych (do 32) nie będą dobrze aproksymować odkształceń.

## 6. WNIOSKI

Typowe badania wibracji elementów stojana turbogeneratora (o jednej parze biegunów), nie umożliwiają wyznaczenie formy powstających ich odkształceń (elipsy) powstających pod wpływem wewnętrznych sił magnetycznych i elektromagnetycznych. Elipsa rzeczywista (aproksymowana) może być wyznaczona z widm przyspieszeń (przemieszczeń) zarejestrowanych jednocześnie w co najmniej czterech punktach pomiarowych równomiernie rozmieszczonych na obwodzie stojana (przesuniętych o kąt 90 [deg]).

Przemieszczenia (co najmniej w czterech punktach pomiarowych oraz krzywe sklepane mogą zostać wykorzystane do prezentacji odkształceń stojana, oraz identyfikacji obszarów największych odkształceń.

Pomiar przemieszczeń w kierunku promieniowym i stycznym zwiększa dokładność pomiaru odkształceń.

Zastosowanie 32 lub więcej czujników pozwala na dokonywanie pomiarów, w których błąd interpolacji funkcjami sklejanymi praktycznie nie zmienia się.

## LITERATURA

- [1] LATEK W., *Turbogeneratory*, WNT, Warszawa 1973.
- [2] KICIAK P., *Podstawy modelowania krzywych i powierzchni: zastosowania w grafice komputerowej*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2000, ISBN 83-204-2464-X.
- [3] WRÓBLEWSKI S., BYTNAR A., PIETRZAK P., *Wielokanałowy system pomiarowo-analityczny on-line do diagnostyki wibracyjnej turbogeneratora*, Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne, 2011, rocznik 92, nr 4, s. 127–132.
- [4] WRÓBLEWSKI S., NAPIERALSKI A., *Komputerowy system diagnostyki wibracyjnej maszyn wirujących*, Podstawowe Problemy Energoelektroniki Elektromechaniki i Mechatroniki, XII Sympozjum PPEE '2007, Wisła, 9–12 grudnia 2007, ISBN 978-83-922242-3-5.
- [5] <http://signalprocessing.prosig.com/OmegaArithmetic.pdf>
- [6] WRÓBLEWSKI S., *Vibration diagnostics of technical condition of synchronous machine*, TUL, Łódź 2008.

### DEFLECTION ANALYSIS OF TURBOGENERATOR STATOR INDUCED BY MAGNETIC AND ELECTROMAGNETIC PHENOMENA

The paper presents estimation of elliptical deformation of a turbogenerator stator in a horizontal cross-sections with cubic spline interpolation. Theoretical simulations were carried out and errors of estimation with the spline interpolation were calculated, depending on the number of sensors located on the perimeter of the turbogenerator stator. Empirical data was obtained from four measurement points from the acceleration sensors evenly spaced on the circumference of the stator. The measurements included displacement in the radial and tangential directions (two sensors in a measurement point). Spline functions are going to be applied in the future in visualization of the operational deflection shape analysis.