

*obserwator Luenbergera, system rozmyty,  
układ dwumasowy, tłumienie drgań*

Than TRAN VAN\*, Marcin KAMIŃSKI\*,  
Krzysztof SZABAT\*

## **ROZMYTY OBSERWATOR LUENBERGERA DLA UKŁADU NAPĘDOWEGO Z POŁĄCZENIEM SPRĘŻYSTYM**

W pracy przedstawiono zagadnienia związane z estymacją niemierzalnych zmiennych stanu układu dwumasowego. Jako układ estymujący zastosowano rozmyty obserwator Luenbergera. Po krótkim wstępie przedstawiono sposób projektowania klasycznego obserwatora Luenbergera. Kolejno przedstawiono sposób rozmytego doboru współczynników wzmocnień obserwatora Luenbergera. W badaniach symulacyjnych oceniono jakość estymacji zmiennych stanu rozmytego obserwatora Luenbergera w porównaniu do rozwiązania klasycznego.

### **1. WPROWADZENIE**

Nowoczesnym układom napędowym stawiane są coraz większa wymagania dotyczące ich właściwości dynamicznych [1]–[5]. Pociąga to za sobą konieczność stosowania zaawansowanych struktur sterowania efektywnie regulujących napędem w obecności zakłóceń pomiarowych i parametrycznych. Jednym z kluczowych elementów wymaganym przez zaawansowany algorytm sterowania jest informacja o niemierzalnym wektorze zmiennych stanu sterowanego obiektu. Problem ten jest szczególnie istotny w przypadku układów o złożonej części mechanicznej (napędy robotów, serwonapędy, maszyny przemysłu papierniczego i tekstylnego) [1]–[7].

W literaturze wymienia się szereg metod estymacji zmiennych stanu układu napędowego z połączeniem sprężystym. Do najpopularniejszych zalicza się obserwator Luenbergera [1]. Charakteryzuje się on prostą strukturą która umożliwi implementację na tanim układzie mikroprocesorowym. Również dobór współczynników wzmocnień obserwatora jest relatywnie prosty (istnieją zależności analityczne). Do wad

---

\* Instytut Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, Politechnika Wroclawska, marcin.kaminski@pwr.wroc.pl, krzysztof.szabat@pwr.wroc.pl,

obserwatora można zaliczyć skończoną odporność na zakłócenia pomiarowe i parametryczne. W takim przypadku dobór wzmacnień jest kompromisem pomiędzy odpornością obserwatora na zmiany (niedokładność identyfikacji) parametrów obiektu a wzmacnianiem szumów pomiarowych. Filtr Kalmana jest obserwatorem optymalnym zapewniającym lepszą jakość estymowanych zmiennych stanu. Do jego wad można zaliczyć złożony algorytm obliczeniowy jak również brak prostych metod doboru współczynników macierzy kowariancji. Z tych powodu jest on rzadziej stosowanych w układach rzeczywistych. W literaturze istnieją prace ukazujące zastosowanie estymatorów bazujących na sztucznych sieciach neuronowych lub systemach rozmytych. Nie są one jednak popularne w zastosowanych przemysłowych.

W artykule zaproponowano modyfikację klasycznego algorytmu Luenbergera przez wprowadzenie do niego rozmytego systemu doboru wzmacnień obserwatora. Układ ten dopasowuje wartości współczynników wzmacnień do aktualnego punktu pracy obserwatora poprawiając tym samym właściwości dynamiczne estymatora. Stabilność systemu odtwarzającego jak i całego układu sterowania może być dowiedziona na drodze analitycznej.

## 2. MODEL MATEMATYCZNY OBIEKTU BADAŃ

Przedmiotem badań jest układ napędowy z połączeniem sprężystym. Składa się on mas skupionych silnika i obciążenia rozmieszczonych na końcach sprężystego wału. Do rozważań przyjęto model układu mechanicznego z bezinercyjnym połączeniem sprężystym [4]. Badany obiekt opisany jest następującym równaniem stanu (w jednostkach względnych):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega_1(t) \\ \omega_2(t) \\ m_s(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d & d & -1 \\ T_1 & T_1 & T_1 \\ d & -d & 1 \\ T_2 & T_2 & T_2 \\ 1 & -1 & 0 \\ T_c & T_c & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1(t) \\ \omega_2(t) \\ m_s(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ T_1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & T_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_e \\ m_L \end{bmatrix}. \quad (1)$$

gdzie:  $m_e$  – moment elektromagnetyczny,  $\omega_1$  – prędkość silnika,  $\omega_2$  – prędkość maszyny obciążającej,  $m_s$  – moment skrętny,  $m_L$  – moment obciążenia,  $T_1$  – mechaniczna stała czasowa silnika,  $T_2$  – mechaniczna stała czasowa maszyny obciążającej,  $T_c$  – stała czasowa elementu sprężystego,  $d$  – współczynnik tłumienia wewnętrznego.

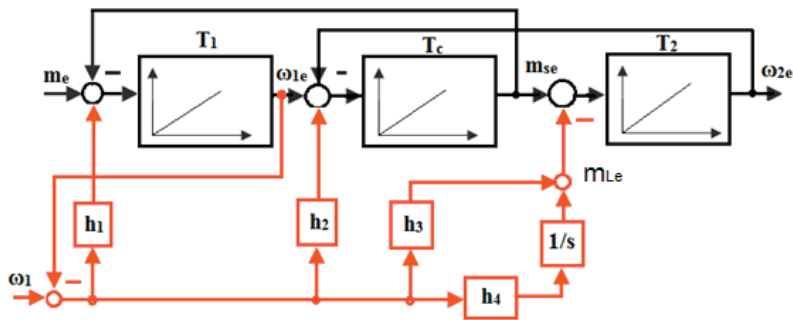
Ze względu na niewielką wartość współczynnika  $d$  pomija się go w dalszej analizie układu napędowego.

## 3. OBSERWATOR LUENBERGERA

W niniejszej sekcji omówiono metodykę projektowania obserwatora Luenbergera oraz metodę adaptacji wzmacnień korekcyjnych. Za wielkość wejściową układu przyjmuje się moment elektromagnetyczny  $m_e$ , natomiast wielkość wyjściową stanowi prędkość silnika  $\omega_1$ . Estymacji podlegają pozostałe zmienne stanu układu: moment skrzętny  $m_s$  i prędkość maszyny obciążającej  $\omega_2$ . Dodatkowo, aby poprawić jakość estymacji, odtwarza się również niedostępny pomiarowo moment obciążenia  $m_L$ , który traktuje się jako dodatkową zmienną stanu. Równanie obserwatora w przestrzeni stanu przyjmuje następującą postać:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\omega}_1(t) \\ \hat{\omega}_2(t) \\ \hat{m}_s \\ \hat{m}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{T_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_2} & -\frac{1}{T_2} \\ \frac{1}{T_c} & -\frac{1}{T_c} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\omega}_1(t) \\ \hat{\omega}_2(t) \\ \hat{m}_s \\ \hat{m}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot m_e + \begin{bmatrix} \frac{h_1}{T_1} \\ \frac{h_3}{T_2} \\ \frac{h_2}{T_c} \\ \frac{h_4}{h_c} \end{bmatrix} \cdot (\omega_1 - \hat{\omega}_1) \quad (2)$$

Schemat blokowy obserwatora odpowiadający powyższym równaniom przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Schemat blokowy klasycznego obserwatora Luenbergera  
Fig. 1. The block diagram of the classical Luenberger observer

Na właściwości dynamiczne układu regulacji wykorzystującego zmienne stanu pochodzące z obserwatora decydujący wpływ ma jakość pracy estymatora. Właściwości estymatora zależą od wartości współczynników wzmacnień korekcyjnych. Można je wyznaczyć za pomocą metody rozłożenia biegunów równania charakterystycznego. Zgodnie z nią przyrównuje się wielomian odniesienia do równania charakterystycznego obserwatora. Jako wynik porównania otrzymuje się następujące wyrażenia analityczne:

$$h_1 = 4apT_1 \quad (3)$$

$$h_2 = \frac{T_1}{T_2} + 1 - T_1T_c(4a^2 + 2)p^2 \quad (4)$$

$$h_3 = 4apT_1(T_cT_2p^2 - 1) \quad (5)$$

$$h_4 = -T_1T_2T_cp^4 \quad (6)$$

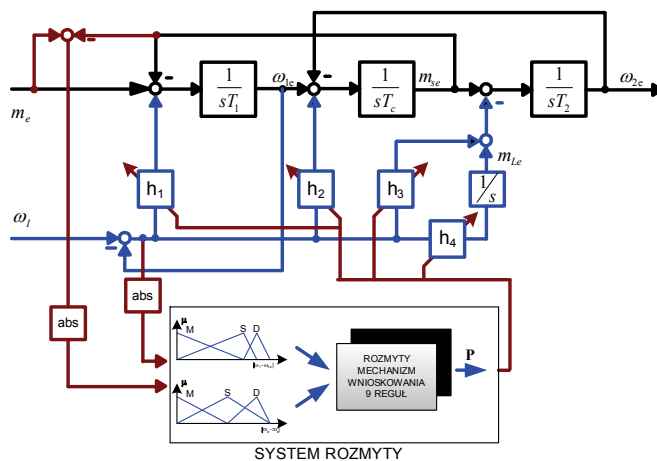
Dobór wartości współczynników korekcyjnych jest kompromisem pomiędzy wzmacnianiem szumów pomiarowych (małe wzmocnienia) a odpornością na zakłócenia parametryczne (duże wzmocnienia). W typowych zastosowaniach zaleca się, aby szybkość obserwatora była od 2 do 5 razy większa od szybkości układu regulacji.

Poprawę właściwości dynamicznych estymatora można uzyskać przez adaptację współczynników wzmocnień do aktualnego punktu pracy. W niniejszej pracy proponuje się zmianę wartości współczynników przez system rozmyty. Wejściami układu rozmytego są: moduł błędu obserwacji ( $\omega_1 - \omega_{1e}$ ) oraz moduł różnicy pomiędzy momentem elektromagnetycznym a momentem skrętnym ( $m_e - m_{se}$ ). Uzależnienie wartości współczynników od wejścia pierwszego jest podejściem klasycznym. Układ adaptacyjny zwiększa szybkość estymatora w stanach dynamicznych (minimalizując błędy estymacji), a zmniejsza w ustalonych (zmniejsza wpływ szumów). Wprowadzenie drugiego wejścia do układu zdecydowanie poprawia jakość estymacji zmiennych stanu. Wynika to z faktu, że w stanach dynamicznych moment elektromagnetyczny i skrętny różnią się od siebie znacząco. W stanie ustalonym obie zmienne posiadają identyczną wartość. Wyjściem układu rozmytego jest wartość będąca miarą szybkości obserwatora –  $p$  (3)–(6). Ograniczenie wartości  $p$  (pomiędzy wartością minimalną a maksymalną) umożliwi przedstawienie dowodu stabilności zarówno estymatora jak i całego układu regulacji. Baza reguł systemu rozmytego składa się z 9 elementów. W celu obliczenia stopnia spełnienia przesłanek zastosowano operator  $t$ -normy typu *prod*. Wartość wyjściowa wyznaczana jest za pomocą metody wysokości (singletonów). Na rys. 3 przedstawiono schemat rozmytego obserwatora Luenbergera.

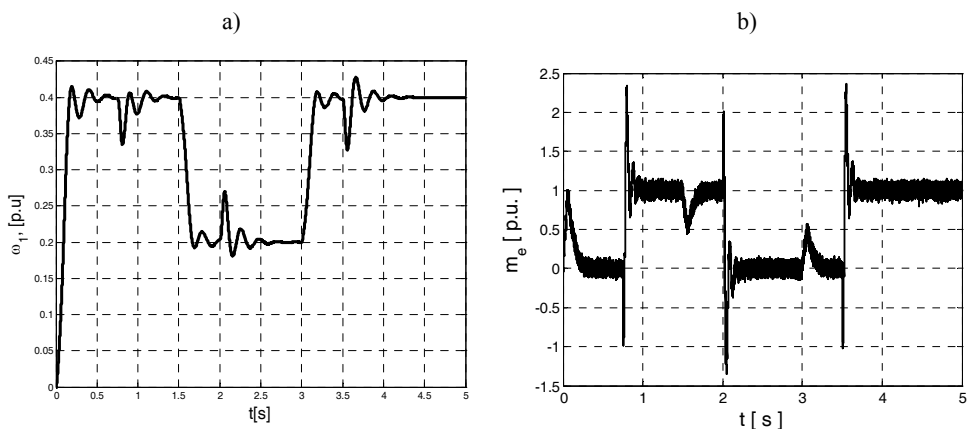
#### 4. WYNIKI BADAŃ

W niniejszym rozdziale przedstawiono wyniki badań ukazujących wpływ zastosowania systemu rozmytego na jakość estymacji zmiennych stanu obserwatora Luenbergera. Sygnały wejściowe estymatorów, tj. moment elektromagnetyczny i prędkość silnika, pobrano z zamkniętego układu regulacji (struktura z regulatorem stanu) i zakłócono szumami białymi odwzorowującymi szumy występujące w układzie rzeczywistym (rys. 3) o wartości średniej 2.5% dla prędkości i 8% dla momentu elektroma-

gnetycznego. Znamionowe parametry układu napędowego (dla którego został zaprojektowany obserwator) wynosiły  $T_1 = 203$  ms  $T_2 = 406$  ms,  $T_c = 2,6$  ms. W celu sprawdzenia działania obserwatora w obecności zakłóceń parametrycznych wartość stałej czasowej maszyny roboczej zmniejszono pięciokrotnie.

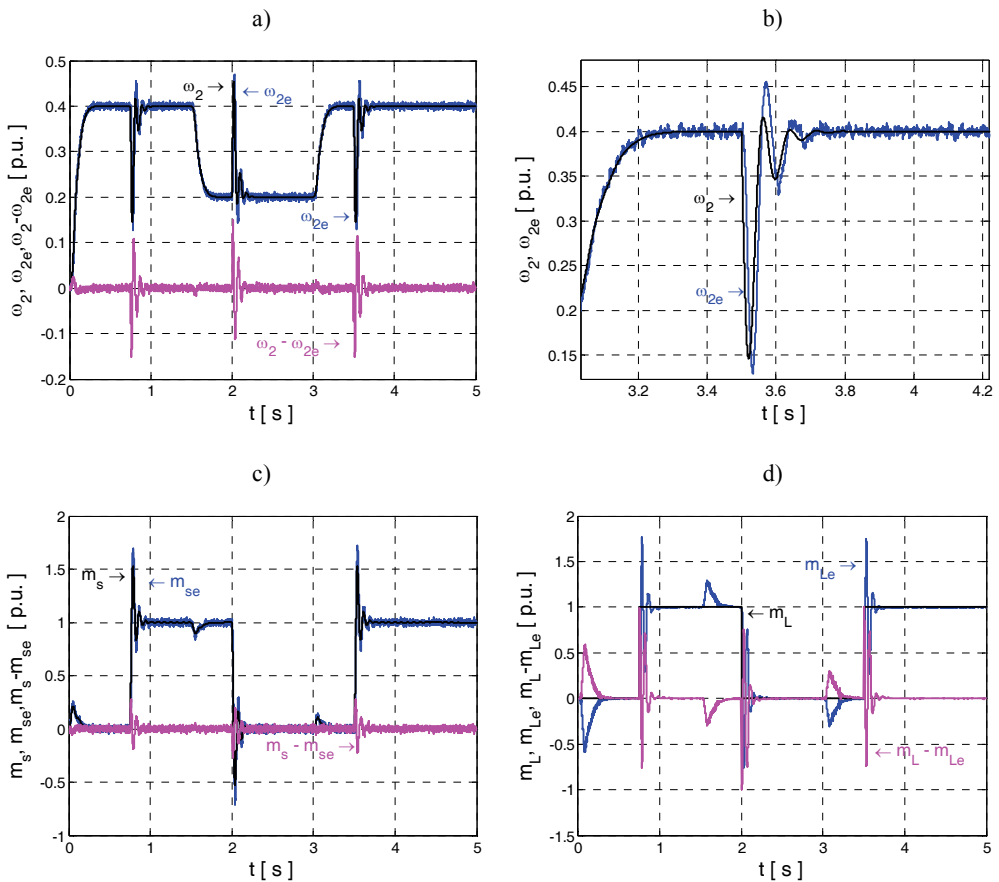


Rys. 2. Schemat blokowy rozmytego obserwatora Luenbergera  
Fig. 2. The block diagram of the fuzzy Luenberger observer



Rys. 3. Sygnały wejściowe obserwatora: prędkość silnika (a), moment elektromagnetyczny (b)  
Fig. 3. Input signal of the observer: motor speed (a), electromagnetic torque (b)

Jako pierwszy przebadano klasyczny obserwator Luenbergera. Na rys. 4 przedstawiono przebiegi wielkości w układzie w przypadku gdy szybkość obserwatora jest pięciokrotnie większa od szybkości obiektu.

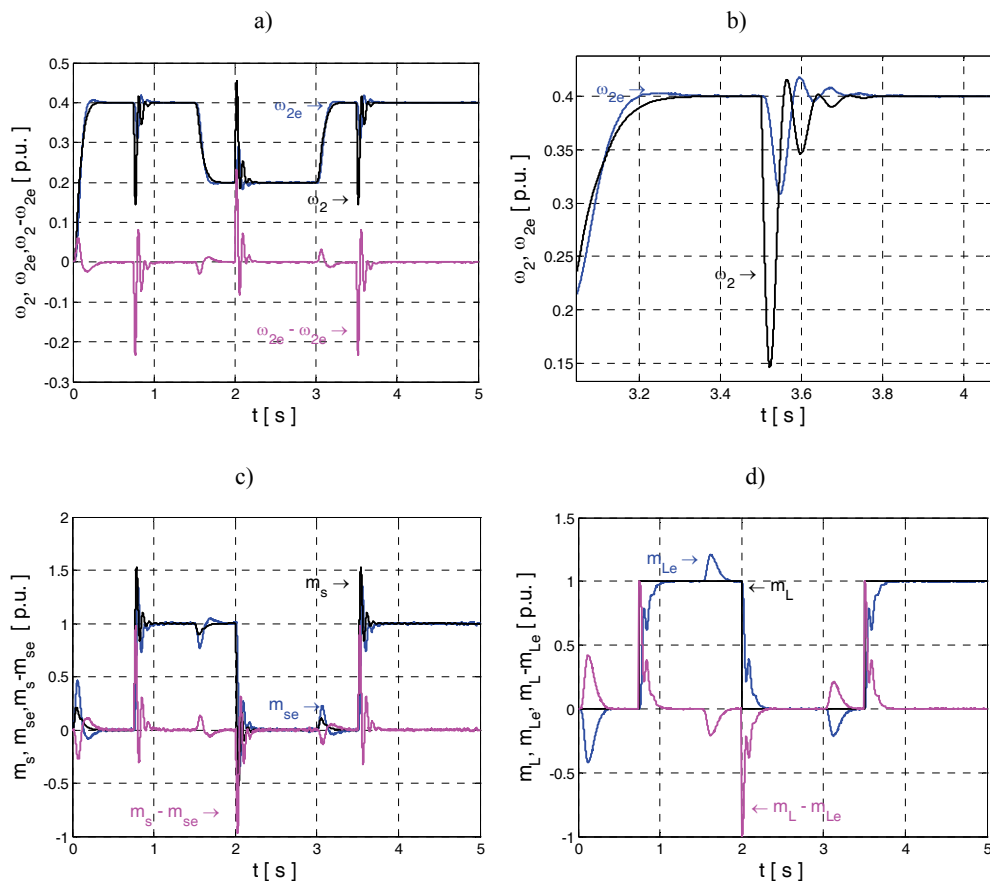


Rys. 4. Przebiegi rzeczywistych i estymowanych zmiennych stanu: prędkości obciążenia (a, b), momentu skrętnego (c) oraz momentu obciążenia (d) dla pięciokrotnej szybkości obserwatora

Fig. 4. Real and estimated transients: load speed (a,b), shaft torque (c) and load torque (d) for quintuple of the observer speed

Jak wynika z analizy przebiegów przedstawionych na rys. 4 obserwator o dużych wartościach współczynników wzmocnień działa w sposób poprawny. W stanach dynamicznych dość szybko podąża za zmiennymi rzeczywistymi (rys. 4b). Jego wadą jest duża zawartość szumów w estymowanych przebiegach. Jest to widoczne zwłaszcza w stanach ustalonych.

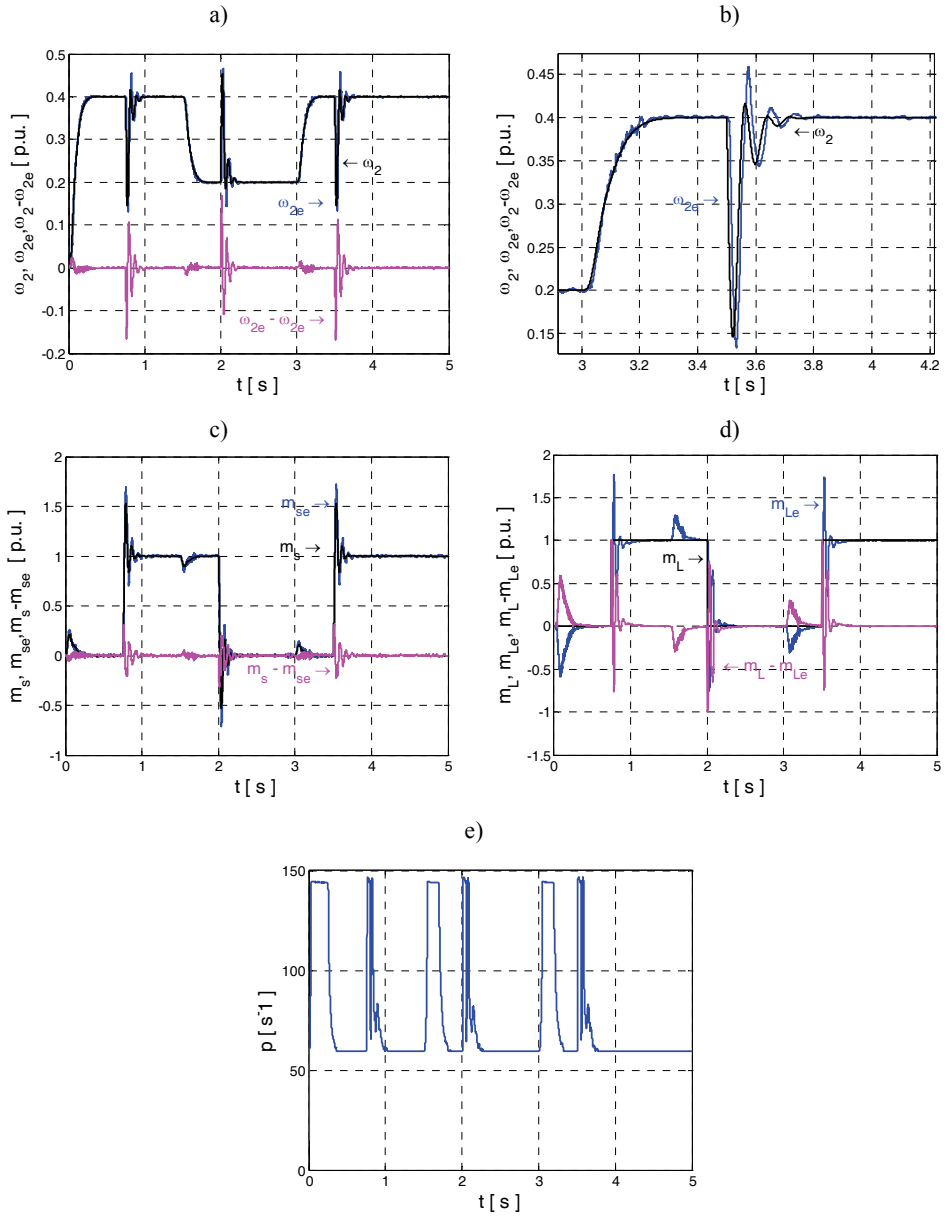
Kolejnym sprawdzono właściwości klasycznego obserwatora Luenbergera dla wartości wzmocnień zapewniających dwukrotnie większą szybkość estymatora w stosunku do szybkości obiektu (zamkniętej struktury sterowania). Uzyskane przebiegi przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Przebiegi rzeczywistych i estymowanych zmiennych stanu: prędkości obciążenia (a,b), momentu skrętnego (c) oraz momentu obciążenia (d) dla dwukrotnej szybkości obserwatora  
 Fig. 5. Real and estimated transients: load speed (a,b), shaft torque (c) and load torque (d) for double of the observer speed

Zmniejszenie szybkości obserwatora prowadzi do powstania większych błędów estymacji w stanach dynamicznych. Odtwarzane przebiegi podążają za rzeczywistymi ze znacznie większymi błędami chwilowymi. Przyłożenie zmiennego momentu obciążenia prowadzi do powstanie dużego błędu estymacji wszystkich zmiennych stanu. W stanach ustalonych wzmacnianie zakłóceń pomiarowych jest niewidoczne w przedstawionej skali (rys. 5d).

Następnie przetestowano, proponowany w pracy, rozmyty obserwator Luenbergera. Na rys. 6 przedstawiono przebiegi rzeczywistych i estymowanych zmiennych stanu układu dwumasowego. Dodatkowo na rys. 6e zaprezentowano wyjście systemu rozmytego którym jest szybkość obserwatora  $p$ .



Rys. 6. Przebiegi rzeczywistych i estymowanych zmiennych stanu: prędkości obciążenia (a, b), momentu skrętnego (c) momentu obciążenia (d) oraz wyjścia systemu rozmytego – szybkości obserwatora (e) dla rozmytego obserwatora Luenbergera

Fig. 6. Real and estimated transients: load speed (a,b), shaft torque (c) load torque (d) and output of the fuzzy system – observer speed (e) for fuzzy Luenberger observer



Jak wynika z analizy przebiegów przestawionych na rysunkach rozmyty obserwator Luenbergera charakteryzuje się dobrymi właściwościami dynamicznymi. W stanach dynamicznych układ rozmyty prowadzi do zwiększenia szybkości estymatora prowadząc tym do szybkiej eliminacji błędów dynamicznych. W stanach ustalonych wartości wzmocnień są niewielkie zapobiegając wzmocnieniu szumów pomiarowych.

## 5. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono algorytm rozmytego obserwatora Luenbergera. Na podstawie przeprowadzonych badań można wyciągnąć następujące wnioski końcowe:

– Dobór wartości współczynników korekcyjnych w klasycznym obserwatorze Luenbergera jest kompromisem pomiędzy odpornością na zakłócenia parametryczne a wzmocnieniem szumów pomiarowych. W zastosowaniach przemysłowych zaleca się aby szybkość obserwatora była większa od 2 do 5 od szybkości zamkniętej struktury sterowania.

– Wprowadzenie rozmytego algorytmu doboru wartości współczynników wzmocnień pozwala na zmniejszenie wartości błędów estymacji. W stanach dynamicznych uzyskuje się duża wartość wzmocnień przez co ulega zwiększeniu odporność na zakłócenia parametryczne, w stanach ustalonych małe wartości współczynników korekcyjnych redukują wzmocnienie szumów pomiarowych.

– Zastosowanie dodatkowego wejścia systemu rozmytego w postaci modułu błędu pomiędzy momentem elektromagnetycznym a skrętnym pozwala na znaczącą poprawę właściwości dynamicznych estymatora.

## LITERATURA

- [1] SZABAT K., *Struktury sterowania elektrycznych układów napędowych z połączeniem sprężystym*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, nr 61, Wrocław 2008.
- [2] VALENZUELA M.A., BENTLEY J.M., LORENZ R.D., *Evaluation of torsional oscillations in paper machine sections*, IEEE Trans. Ind. Appl., March/April 2005, Vol. 41, No. 2, 493–501.
- [3] VAŠAK M., BAOTIĆ M., PETROVIĆ I., PERIĆ N., *Hybrid Theory-Based Time-Optimal Control of an Electronic Throttle*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2007, Vol. 43, No. 3, 1483–1494.
- [4] YOSHIOKA Y., HANAMOTO T., *Estimation of a Multimass System Using the LWTLs and a Coefficient Diagram for Vibration-Controller Design*, IEEE Trans. on Industrial Applications, 2008, Vol. 44, No. 2, 566–574.
- [5] MOLINAS M., SUUL J.A., UNDELAND T., *Extending the Life of Gear Box in Wind Generators by Smoothing Transient Torque With STATCOM*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2010, Vol. 57, No. 2, 476–484.
- [6] MUSZYNSKI R., DESKUR J., *Damping of Torsional Vibrations in High-Dynamic Industrial Drives*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2010, Vol. 57, No. 2, 544–552.
- [7] HACE A., JEZERNIK K., SABANOVIC A., *SMC with disturbance observer for a linear belt drive*, IEEE Trans. Ind. Electron., Dec. 2007, Vol. 54, No. 6, 3402–3412.

- [8] HORI Y., SAWADA H., CHUN Y., *Slow resonance ratio control for vibration suppression and disturbance rejection in torsional system*, IEEE Trans. on Ind. Electronics, 1999, Vol. 46, No. 1, 162–168.
- [9] GUZINSKI J., ABU-RUB H., DIGUET M., KRZEMINSKI Z., LEWICKI A., *Speed and Load Torque Observer Application in High-Speed Train Electric Drive*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2010, Vol. 57, No. 2, 565–574.
- [10] SERKIES P.J., SZABAT K., *Predykcyjne sterowanie pozycją w napędzie elektrycznym z połączeniem sprężystym*, Przegląd Elektrotechniczny, 2011, Vol. 87, No. 2, 276–279.
- [11] CYCHOWSKI M., SZABAT K., *Efficient real-time model predictive control of the drive system with elastic transmission*, Control Theory & Applications, IET, 2010, Vol. 4, No. 1.
- [12] SZABAT K., SERKIES P.J., *Zastosowanie sterowania predykcyjnego w napędzie elektrycznym*, Przegląd Elektrotechniczny, 2010, Vol. 86, No. 2, 380–383.
- [13] SZABAT K., ORLOWSKA-KOWALSKA T., *Vibration Suppression in Two-Mass Drive System using PI Speed Controller and Additional Feedbacks – Comparative Study*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2007, Vol. 54, No. 2, 1193–1206.
- [14] THOMSEN S., HOFFMANN N., FUCHS F.W., *PI Control, PI-Based State Space Control, and Model-Based Predictive Control for Drive Systems With Elastically Coupled Loads – A Comparative Study*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2011, Vol. 58, No. 8, 3647–3657.
- [15] FUENTES E., SILVA C., YUZ J., *Predictive Speed Control of a Two-Mass System Driven by a Permanent Magnet Synchronous Motor*, accepted to IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2011.
- [16] CYCHOWSKI M.T., SZABAT K., ORLOWSKA-KOWALSKA T., *Constrained Model Predictive Control of the Drive System with Mechanical Elasticity*, IEEE Trans. Ind. Electronics, 2009, Vol. 56, No. 6, 1963–1973.
- [17] ORŁOWSKA-KOWALSKA T., KAMINSKI M., SZABAT K., *Implementation of the Sliding Mode Controller with an Integral Function and Fuzzy Gain Value for Electrical Drive with Elastic Joint*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2010, Vol. 57, No. 4, 1309–1317.
- [18] LEONAND A.E., SOLSONA J.A., *On state estimation in electric drives*, Energy Conversion and Management, 2010, Vol. 51, No. 3, 600–605.
- [19] ORLOWSKA-KOWALSKA T., SZABAT K., *Neural-Network Application for Mechanical Variables Estimation of a Two-Mass Drive System*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2007, Vol. 54, No. 3, 1352–1364.
- [20] SZABAT K., ORLOWSKA-KOWALSKA T., *Performance Improvement of Industrial Drives with Mechanical Elasticity Using Nonlinear Adaptive Kalman Filter*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, 2008, Vol. 55, No. 3, 1075–1084.
- [21] ERENTURK K., *Gray-fuzzy control of a nonlinear two-mass system*, Journal of the Franklin Institute, 2010, Vol. 347, No. 7, 1171–1185.
- [22] KAMIŃSKI M., *Implementacja neuronowego estymatora prędkości napędu dwumasowego w układzie FPGA*, Przegląd Elektrotechniczny, 2010, Vol. 86, No. 2, 225–230.
- [23] ERENTURK K., *Gray-fuzzy control of a nonlinear two-mass system*, Journal of the Franklin Institute, 2010, Vol. 347, No. 7, 1171–1185.
- [24] SZABAT K., ORLOWSKA-KOWALSKA T., DYBKOWSKI M., *Indirect Adaptive Control of Induction Motor Drive System With an Elastic Coupling*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, Vol. 56, No. 10, 4038–4042.

#### FUZZY LUENBERGER OBSERVER FOR THE DRIVE SYSTEM WITH ELASTIC JOINT

In the paper issues related to design of the fuzzy Luenberger observer for the drive system with elastic joint is presented. After short introduce the methodology of the design of the classical Luenberger observer is shown. Then the idea of the fuzzy selection of the Luenberger observer is introduced. The effectiveness of the proposed approach is shown in the simulation study.