

*silnik indukcyjny dwuklatkowy,  
rozruch, stan nieustalony, zjawiska termiczne,*

Jan MRÓZ\*

## **ZNACZENIE ZJAWISK TERMICZNYCH W NIEUSTALONYCH STANACH ELEKTROMECHANICZNYCH SILNIKÓW DWUKLATKOWYCH**

W artykule zwrócono uwagę na znaczenie zjawisk termicznych towarzyszących długotrwałym nieustalonym stanom elektromechanicznym występującym w eksploatacji silników dwuklatkowych. Silniki indukcyjne dwuklatkowe, dzięki swym parametrom rozruchowym, są stosowane w napędach o trudnym rozruchu. Wykazano, że analiza układu napędowego powinna uwzględniać termiczny aspekt zagadnienia. Nieuwzględnienie zjawisk termicznych w analizie nieustalonych stanów elektromechanicznych opisujących trudne warunki pracy silnika dwuklatkowego może prowadzić do błędnych wniosków.

### **1. WSTĘP**

Silniki indukcyjne dwuklatkowe, dzięki swym parametrom rozruchowym, są stosowane w napędach o trudnym rozruchu. Producenci silników gwarantują określone parametry charakterystyki mechanicznej silnika, jak początkowy moment rozruchowy, moment krytyczny, moment minimalny. Jednak są one najczęściej określone dla stałej temperatury, zwykle dopuszczalnej ze względu na klasę izolacji silnika. Tymczasem, w warunkach trudnego rozruchu, szczególnego znaczenia nabierają nieustalone zjawiska termiczne, a temperatura uzwojenia wirnika może osiągać wartości, które w sposób istotny zmieniają rezystancję wirnika i rozwijany przez silnik moment [1]. Dochodzi do zmniejszenia minimalnego momentu silnika. Nieuwzględnienie tego faktu w projektowaniu napędu, wobec specyficznego kształtu mechanicznej charakterystyki silnika dwuklatkowego, z wyraźnie zaznaczonym siodłem charakterystyki, może być powodem utknięcia silnika podczas długotrwałego rozruchu.

---

\* Politechnika Rzeszowska im. I. Łukasiewicza, al. Powstańców Warszawy 12, 35-959 Rzeszów.

## 2. POWIĄZANIE ZJAWISK ELEKTROMAGNETYCZNYCH I CIEPLNYCH W SILNIKU INDUKCYJNYM DWUKŁATKOWYM

Zjawiska elektromagnetyczne i ciepłne w maszynie elektrycznej uzależnia wzajemnie moc jednostkowa objętościowych źródeł ciepła  $\dot{q}_v$  występująca w równaniu przewodzenia ciepła (1), opisującym pole temperatury silnika  $\mathcal{G}(\mathbf{r}, t)$ :

$$c(\mathcal{G})d(\mathcal{G})\frac{\partial \mathcal{G}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\nabla \cdot \dot{\mathbf{q}} + \dot{q}_v(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

$c$  – ciepło właściwe,  $d$  – gęstość,  $\mathbf{r}$  – wektor pozycyjny,  $t$  – czas,  $\dot{\mathbf{q}}$  – wektor gęstości strumienia ciepła. Nie jest możliwe analityczne rozwiązanie nieustalonego, wzajemnie uwarunkowanego, zagadnienia elektromechanicznego i cieplnego w obszarze 3D. Numeryczne rozwiązanie tak powiązanych zjawisk nieliniowych można przeprowadzić w trybie interaktywnym, ale pod warunkiem, że uda się je rozdzielić i rozwiązywać jako następujące naprzemiennie po sobie. Odseparowanie zjawisk elektromagnetycznego i termicznego jest możliwe, gdyż ich stałe czasowe znacznie się różnią. Można rozwiązać problem elektromagnetyczny w określonej chwili czasowej dla znanego pola temperatury, a w następnym kroku czasowym znaleźć nowe pole temperatury jako wynik procesu termicznego zachodzącego w czasie tego kroku pod wpływem właśnie obliczonego zagadnienia elektromagnetycznego.

## 3. OBLICZENIA ELEKTROMECHANICZNE

Do określenia  $\dot{q}_v$  w obszarze uzwojeń niezbędne jest obliczenie rozkładu gęstości prądu  $J(\mathbf{r}, t)$ . Wówczas:

$$\dot{q}_v = J^2(\mathbf{r}, t) \frac{1}{\gamma(\mathcal{G})} = J^2(\mathbf{r}, t) \rho(\mathcal{G}) \quad (2)$$

gdzie:  $\gamma$  – konduktywność,  $\rho$  – rezystywność. W silnikach dwukłatkowych, często pręty uzwojenia klatki rozruchowej, jak i klatki pracy mają przekrój kołowy. W [1] wykazano, że dla potrzeb obliczeń cieplnych uzasadnione jest założenie jednorodnego rozkładu gęstości prądu w przekroju takich prętów. Prądy płynące w uzwojeniach silnika, niezbędne do obliczenia  $\dot{q}_v$ , można obliczyć, wykorzystując model elektromagnetyczny obwodowy silnika. W dwuosiowym układzie współrzędnych wirującym z prędkością  $\omega_x$  otrzymujemy [2]:

$$\mathbf{U} = \frac{d}{dt} \boldsymbol{\Psi} + \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Psi} + \mathbf{R} \mathbf{I}, \quad \boldsymbol{\Psi} = \mathbf{L} \mathbf{I} \quad (3)$$

$$J \frac{1}{p} \frac{d\omega}{dt} = p \operatorname{Re} (j \underline{\Psi}_1 \underline{L}_1^*) + T_1(\omega), \quad \frac{d\vartheta_2}{dt} = \omega_x - \omega$$

gdzie:  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{L}$  – macierze rezystancji, indukcyjności [2],  $\vartheta_2$  – kąt przemieszczenia wirnika,  $\mathbf{U} = [\underline{U}_1, 0, 0]^T$ ,  $\mathbf{I} = [\underline{I}_1, \underline{I}_{2(1)}, \underline{I}_{2(2)}]^T$ ,  $\boldsymbol{\Psi} = [\underline{\Psi}_1, \underline{\Psi}_{2(1)}, \underline{\Psi}_{2(2)}]^T$ ,  $\omega$  – elektryczna prędkość kątowna wirnika,  $\boldsymbol{\Omega} = \operatorname{diag}[j\omega_x, j(\omega_x - \omega), j(\omega_x - \omega)]$ . Rezystancje wirnika zostaną obliczone na podstawie znajomości strat mocy. Rezystancja pręta (pierścienia) klatki:

$$R = \frac{1}{A^2} \sum_i [V_{(i)} \rho_{(i)20} (1 + \alpha_{\text{th}R} \Delta \vartheta_{(i)})] \quad (4)$$

gdzie:  $\alpha_{\text{th}R}$  – temperaturowy współczynnik zmiany rezystancji Sumowanie przebiega po wszystkich elementach składających się na obszar pręta klatki w badanym modelu.

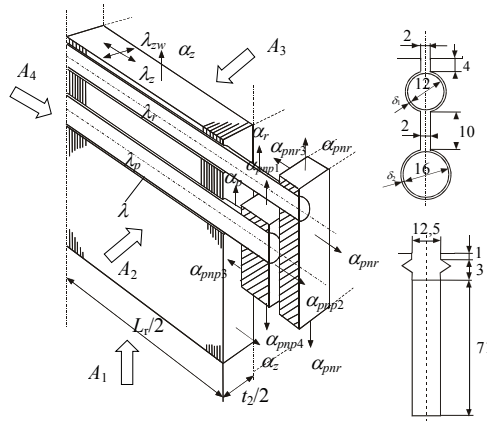
#### 4. OBLICZENIA CIEPLNE

Obszar przyjęty do obliczeń cieplnych wirnika silnika, z uwagi na symetrię wykonania i obciążenia, obejmuje połowę długości silnika  $L_r$  oraz pozapakietową część uzwojenia dwuklatkowego jak na rysunku 1. Warunek brzegowy I rodzaju występuje na powierzchni  $A_1$  wirnika (rys. 1). Na powierzchniach  $A_2, A_3, A_4$  (rys. 1) – zerowy warunek brzegowy II rodzaju. Pozostałe powierzchnie analizowanego obszaru są omywane medium chłodzącym (powietrze) – warunek brzegowy III rodzaju. Do obliczenia pola temperatury zastosowano metodę bilansów elementarnych. W analizowanym obszarze można wydzielić dowolny element o objętości  $V_c$ , z wewnętrznym źródłem ciepła o wydajności  $\dot{q}_{v(i)}$  skupionym w środku ciężkości elementu. Wtedy otrzymuje się [4]:

$$\int_{V_c} c d \frac{\partial \vartheta}{\partial t} dV \approx V_{(i)} c_{(i)} d_{(i)} \frac{d\vartheta_{(i)}}{dt}, \quad - \int_{A_c} \mathbf{n} \cdot \dot{\mathbf{q}} dA \approx \sum_j \dot{Q}_{(i,j)} + \sum_k \dot{Q}_{A(i,k)} \quad (5)$$

$$\int_{V_c} \dot{q}_{v(i)} dV \approx V_{(i)} \dot{q}_{v(i)}$$

gdzie:  $\mathbf{n}$  – wektor jednostkowy normalny do powierzchni, skierowany na zewnątrz elementu,  $\dot{Q}_{(i,j)}$  – strumień ciepła dopływającego do węzła  $i$  z elementu sąsiedniego  $j$  – droga z przewodnością  $\Lambda_{(i,j)}$ ,  $\dot{Q}_{A(i,k)}$  – strumieniem ciepła dopływającego z  $k$ -tej powierzchni zewnętrznej do węzła  $i$  – drogi z przewodnością  $\Lambda_{A(i,k)}$ ,  $\Lambda_{a(i,m)}$ .



Rys. 1. Fragment wirnika silnika dwuklatkowego i kształt żłobków silnika

Fig. 1. The analyzed part of the rotor of a double-squirrel cage motor and the shape of motor slots

Uwzględniając warunki brzegowe, otrzymuje się:

$$\sum_j \Lambda_{(i,j)} \mathcal{G}_{(j)} - \left( \sum_k \Lambda_{A(i,k)} + \sum_m \Lambda_{a(i,m)} + \sum_j \Lambda_{(i,j)} \right) \mathcal{G}_{(i)} + \sum_l A_{(i,l)} \dot{q}_{A(i,l)} + \quad (6)$$

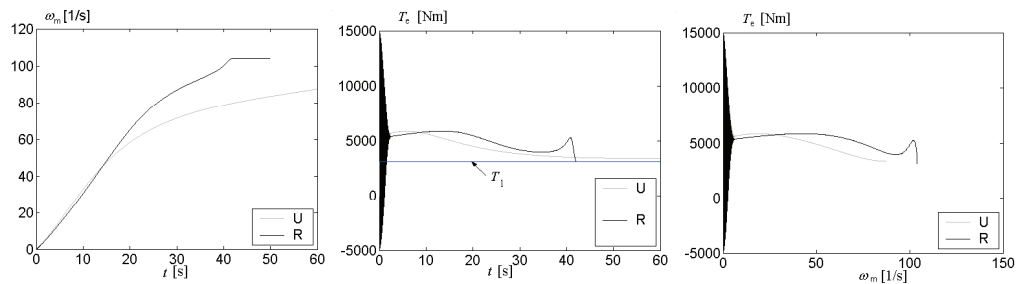
$$\sum_k \Lambda_{A(i,k)} \mathcal{G}_{A(i,k)} + \sum_m \Lambda_{a(i,m)} \mathcal{G}_{a(i)} + V_{c(i)} \dot{q}_{v(i)} = V_{c(i)} c_{(i)} d_{(i)} \frac{d\mathcal{G}_{(i)}}{dt}$$

przy czym  $i = 1, 2, \dots, n_n$ , gdzie  $n_n$  jest liczbą elementów na które podzielono rozpatrywany obszar,  $\mathcal{G}_{A(i,k)}$  – znana temperatura  $k$ -tego brzegu elementu  $i$ ,  $\mathcal{G}_{a(i)}$  – temperatura powietrza chłodzącego  $k$ -tą powierzchnię elementu  $i$ ,  $A_{(i,j)}$  – pole powierzchni wspólnej elementów  $i$  oraz  $j$ ,  $\dot{q}_{A(i,k)}$  – znana wartość gęstości strumienia ciepła na powierzchni  $A_{(i,k)}$ . Zapisując równanie (6) dla wszystkich elementów otrzymuje się układ  $n_n$  równań różniczkowych zwyczajnych.

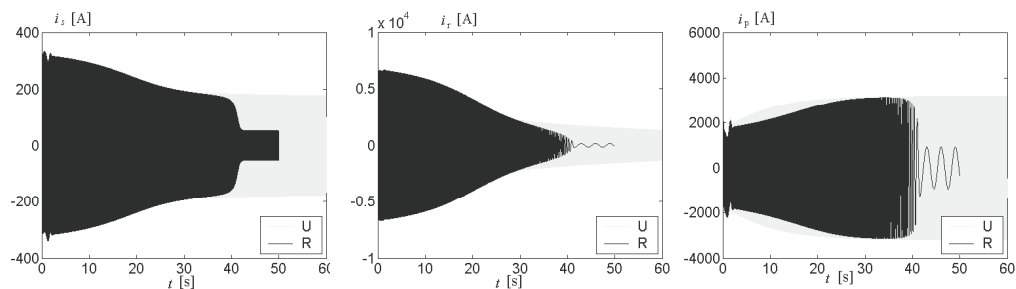
## 5. WYNIKI OBLICZEŃ

Obliczenia rozruchu przeprowadzono dla silnika dwuklatkowego 320 kW, 6000 V o trzech parach biegunów. Założono, że w czasie rozruchu silnik jest obciążony stałym momentem o znamionowej wartości 3080 N·m. Wydłużenie czasu rozruchu osiągnięto przez odpowiedni dobór momentu bezwładności układu. Analizowano przypadek rozruchu przy założeniu, że temperatura uzwojeń silnika ma stałą wartość odpowiadającą temperaturze dopuszczalnej dla klasy izolacji silnika (krzywe  $R$  na

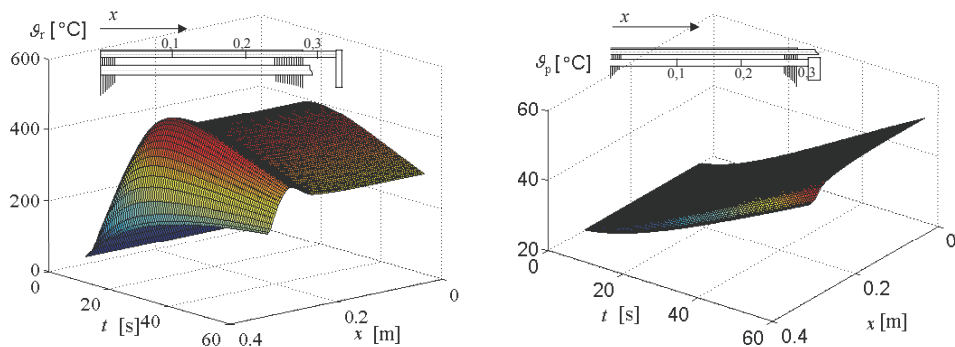
rysunkach 2 do 4) oraz przypadek rozruchu z uwzględnieniem naturalnych zmian temperatury uzwojeń silnika począwszy od stanu zimnego (krzywe  $U$ ).



Rys. 2. Przebieg prędkości, momentu silnika i momentu obciążenia  
Fig. 2. The speed curve, electromagnetic torque and the load torque curve



Rys. 3. Przebieg prądu stojana, prądu klatki rozruchowej i prądu klatki pracy  
Fig. 3. The stator current, rotor current in outer and inner bar



Rys. 4. Temperatura wzdłuż pręta klatki rozruchowej i pręta klatki pracy w czasie nieudanego rozruchu  
Fig. 4. Temperature distribution in the outer and inner cage bar during startup failure

Na rysunku 2 przedstawiono przebieg prędkości w czasie rozruchu oraz zmiany momentu silnika i momentu obciążenia w funkcji czasu i w funkcji prędkości silnika.

Przebieg prądu stojana, prądu pręta klatki rozruchowej i pręta klatki pracy ilustruje rysunek 3. Rysunek 4 przedstawia czasowo-przestrzenny obraz temperatury pręta klatki rozruchowej i pręta klatki pracy dla przypadku utknięcia silnika. Z przedstawionych wyników obliczeń widać, że w przypadku symulacji zakładającej stałą temperaturę uzwojeń, rozruch kończy się powodzeniem. Gdy w obliczeniach uwzględnia się zmiany temperatury i towarzyszące im zmiany rezystancji uzwojeń, wtedy dochodzi do utknięcia silnika (krzywe  $U$ ).

## 6. WNIOSKI

Zjawiska termiczne w silniku indukcyjnym mają zasadniczy wpływ na pewność pracy silnika, szczególnie w niustalonych stanach elektromechanicznych, które są z nimi wzajemnie powiązane. Znajomość pola temperatury silnika jest niezbędna, zarówno w etapie projektowania napędów, jak i w czasie ich eksploatacji (dobór zabezpieczeń podejmujących decyzje o pracy z przeciążeniem, czas długiego rozruchu, możliwość wykonania w krótkim czasie kolejnego rozruchu). Nieuwzględnienie zjawisk termicznych w analizie niustalonych stanów elektromechanicznych opisujących trudne warunki pracy silnika dwuklatkowego może prowadzić do błędnych wniosków.

## LITERATURA

- [1] MRÓZ J., *Temperature field of double squirrel-cage motor during startup*, IEE Proc. – Electr. Power Appl., 152, 2005, No. 6, 1531–1538.
- [2] PASZEK W., *Stany niustalone maszyn elektrycznych prądu przemiennego*, WNT, Warszawa 1986.
- [3] ŚLIWIŃSKI T., GŁOWACKI A., *Parametry rozruchowe silników indukcyjnych*, PWN, Warszawa 1982.
- [4] TALER J., DUDA P., *Rozwiązywanie prostych i odwrotnych zagadnień przewodzenia ciepła*, WNT, Warszawa 2003.

### IMPORTANCE OF THERMAL PHENOMENA IN DOUBLE SQUIRREL-CAGE INDUCTION MOTORS IN ELECTROMECHANICAL TRANSIENT OPERATIONS

Double squirrel-cage induction motors are employed in applications with difficult startup conditions. It has been shown that the analysis of the drive system should take into account the thermal aspect of the problem. Excluding thermal phenomena from the analysis of electromechanical transient operations in difficult operating conditions might lead to wrong conclusions.