

*układy z opóźnieniem, regulacja rozmyta,
model Mamdaniego, model Takagi–Sugeno,
regulacja klasyczna, jakość sterowania*

Kinga GÓRNIAK*

WPLYW OPÓŹNIENIA NA DYNAMIKĘ UKŁADÓW Z REGULACJĄ KLASYCZNĄ I ROZMYTĄ

W pracy badane są układy sterowania wykorzystujące regulację klasyczną oraz rozmytą. Analizowany jest wpływ opóźnienia na dynamikę omawianych układów. Przy jednoczesnym zachowaniu parametrów regulatorów, zwiększany jest czas opóźnienia. W przeprowadzonych badaniach testowano regulatory rozmyte o różnych parametrach strojenia. Zaprojektowane zostały regulatory typu Mamdaniego oraz Takagi–Sugeno. Zbadano wpływ zwiększenia liczby funkcji przynależności na jakość sterowania układów z regulacją rozmytą, przy występowaniu opóźnienia.

1. WSTĘP

Często w regulacji automatycznej spotykane są modele obiektów zawierające opóźnienie. Układy te są trudniejsze do regulacji, ponieważ wraz ze zwiększaniem czasu opóźnienia, przy zachowaniu tych samych parametrów regulatorów, ich odpowiedź skokowe stają się funkcjami oscylacyjnymi. W końcu układy tracą stabilność [4].

W pracy analizowano odporność układów z różnymi rodzajami regulatorów w strukturze sterowania, na zmiany czasu opóźnienia. Została zbadana dynamika układów z regulatorem klasycznym PI oraz rozmytym typu PI. Podstawowa różnica między regulatorami rozmytymi a klasycznymi polega na tym, że algorytm regulacji rozmytej opisany jest w formie reguł lingwistycznych, a nie tak jak w przypadku regulatorów klasycznych, w postaci równań matematycznych [7]. Regulatory rozmyte wykorzystywane są najczęściej do obiektów trudno definiowalnych, niestacjonarnych i nieliniowych. Nie oznacza to jednak, że nie powinno się ich stosować do obiektów

* Politechnika Wroclawska, Instytut Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, ul. Smoluchowskiego 19, 50-372 Wrocław.

liniowych [7]. Zawierają one bowiem dużo większą liczbę stopni swobody niż regulatory klasyczne. Zwykły regulator PID ma ich trzy: k_p , T_i i T_d , natomiast rozmyty może mieć ich znacznie więcej, ponieważ zależy ona od liczby wejść, funkcji przynależności, ich rodzaju itp. Większa liczba stopni swobody ułatwia optymalizację wielokryterialną [1], [7].

W pracy analizowany był układ z regulatorem klasycznym PI, w którym do wyznaczenia nastaw posłużono się metodą reduktów [4]. Opracowano cztery układy regulacji z regulatorami rozmytymi PI. Badane były układy z regulatorem rozmytym typu Mamdaniego oraz Takagi–Sugeno. W każdym z nich zastosowano po dwie różne bazy reguł, gdzie sygnały wejściowe i wyjściowe mogą przyjmować inne wartości lingwistyczne. W ten sposób badany jest wpływ zwiększenia liczby wartości lingwistycznych funkcji przynależności na odporność układów rozmytych, przy zmianie czasu opóźnienia. Analizowany był wpływ poszczególnych parametrów regulatorów na jakość sterowania w układach z opóźnieniem.

2. STRUKTURA REGULATORA ROZMYTEGO

Działanie regulatorów rozmytych oparte jest na teorii zbiorów rozmytych, w której definiowana jest tzw. funkcja przynależności, przyporządkowująca każdemu elementowi x wartość od 0 do 1 [4], [7].

Struktura regulatora rozmytego składa się z trzech elementów: fuzyfikacji, inferencji i defuzyfikacji [7]. Fuzyfikacja, polega na wyznaczeniu stopni przynależności do poszczególnych zbiorów rozmytych [1]. Mechanizm inferencji (wnioskowania) oblicza na podstawie wejściowych funkcji przynależności tzw. wynikową funkcję przynależności $\mu_{wyn}(x)$. Aby przeprowadzić obliczenia inferencyjne blok ten musi zawierać zdefiniowaną bazę reguł [7]. Baza reguł zawiera reguły logiczne określające zależności przyczynowo-skutkowe istniejące w systemie, pomiędzy zbiorami rozmytymi wejść i wyjść. Za pomocą metod defuzyfikacji obliczana jest ostra wartość wyjścia.

Wykorzystywane w pracy modele Mamdaniego oraz Takagi–Sugeno, różnią się postacią reguł. W modelach typu Sugeno, konkluzja reguł zawiera funkcję $f(x)$, a w modelu Mamdaniego konkluzją jest zbiór rozmyty.

2.1. ROZMYTY REGULATOR PID

W rozmytym regulatorze typu PID wyróżnia się wersję bezpośrednią i przyrostową. W wersji bezpośredniej regulator oblicza w każdym kroku próbkowania pełną wartość sygnału sterującego $u(k)$. W wersji przyrostowej obliczana jest wartość $\Delta u(k)$ o jaką sygnał sterujący należy zmienić [7].

Rozmyty regulator PID w wersji bezpośredniej opisany jest następującym równaniem [7]:

$$u(k) = k_p e(k) + T_d \cdot \Delta e(k) + \frac{1}{T_i} \delta e(k), \quad (1)$$

gdzie:

k – k -ta chwila próbkowania,

$e(k) = y_0 - y(k)$ jest błędem w chwili próbkowania k ,

$\Delta e(k) = e(k) - e(k-1)$ jest zmianą błędu,

$$\delta e(k) = T_s \sum_{i=1}^{k-1} e(i).$$

Rozmyty regulator PID w wersji przyrostowej przyjmuje postać [7]

$$\Delta u(k) = k_p \Delta e(k) + T_d \cdot \Delta(\Delta e(k)) + \frac{1}{T_i} e(k), \quad (2)$$

gdzie:

$$\Delta(\Delta e(k)) = \Delta e(k) - \Delta e(k-1) = e(k) - 2e(k-1) + e(k-2),$$

$\Delta u(k)$ jest zmianą sterowania od stanu $u(k-1)$ do stanu $u(k)$.

3. BADANIA SYMULACYJNE

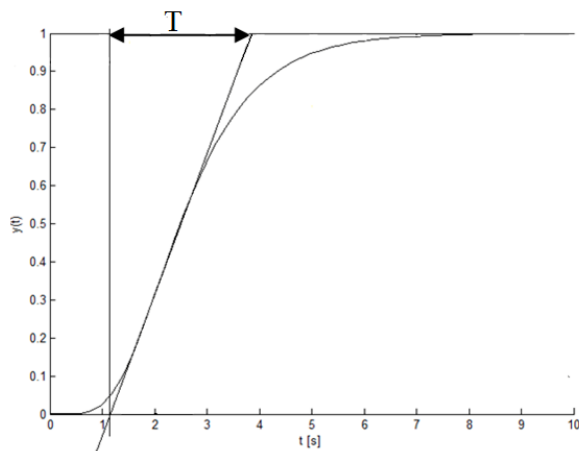
Transmitancja funkcji przesuniętej (opóźnionej) $f(t-t_0)$, gdzie $f(t)=0$, dla $t < 0$ i $t_0 \geq 0$ jest postaci [4]

$$G(s) = e^{-st_0}. \quad (3)$$

Do symulacji członu opóźniającego posłużono się blokiem *transport delay*. Badano wpływ opóźnień na dynamikę układów regulacji z modelem obiektu opisanym transmitancją

$$G(s) = \left(\frac{1}{s+1} \right) \left(\frac{2}{s+2} \right) \left(\frac{3}{s+3} \right) \left(\frac{4}{s+4} \right) \left(\frac{5}{s+5} \right) \left(\frac{6}{s+6} \right) \left(\frac{7}{s+7} \right) \left(\frac{8}{s+8} \right). \quad (4)$$

Przy zachowaniu jednakowych parametrów regulatorów zwiększano czas opóźnienia. Wartości czasu opóźnienia t_0 dobierane są następująco: $t_0 = 0,5 T$, $t_0 = 1 T$, $t_0 = 5 T$, gdzie wartość T została wyznaczona z odpowiedzi skokowej obiektu opisanego transmitancją (4), zgodnie z rys. 1.



Rys. 1. Wykres odpowiedzi skokowej modelu opisanego transmitancją (4)
 Fig. 1. Diagram of step response of a model described by transmittance (4)

Badano układy regulacji z regulatorem klasycznym PI oraz rozmytymi regulatorami PI. Analizowano pięć układów, które różniły się między sobą rodzajem regulatora. W układach z regulatorem rozmytym przyjmowane były dwa sygnały wejściowe: błąd e i zmiana błędu Δe .

Na rysunkach 2–4 przyjęto następujące oznaczenia przebiegów odpowiedzi układów regulacji: $y_{\text{klasyczny}}(t)$, $y_{1\text{rozmyty_mamdani}}(t)$, $y_{2\text{rozmyty_mamdani}}(t)$, $y_{1\text{rozmyty_sugeno}}(t)$, $y_{2\text{rozmyty_sugeno}}(t)$. Dokładny opis parametrów badanych układów, przedstawiono poniżej.

1) $y_{\text{klasyczny}}(t)$ – przebieg odpowiedzi układu regulacji z regulatorem klasycznym PI, nastawy wyznaczone zostały metodą reduktów [4] i wynoszą $k_p = 0,91$, $T_i = 1,22$ s.

2) $y_{1\text{rozmyty_mamdani}}(t)$ – przebieg odpowiedzi układu regulacji z regulatorem rozmytym PI, typu Mamdaniego. Założono, że sygnały wejściowe – błąd $e(k)$ i zmiana błędu $\Delta e(k)$ oraz sygnał wyjściowy $\Delta u(k)$ mogą przyjmować następujące wartości lingwistyczne: N (negative), Z (zero), P (positive). Wówczas baza reguł typu Mamdaniego dla rozmytego regulatora PI wygląda następująco [4]:

1. if $e(k)$ is N and $\Delta e(k)$ is N then $\Delta u(k)$ is N ,
2. if $e(k)$ is N and $\Delta e(k)$ is Z then $\Delta u(k)$ is N ,
3. if $e(k)$ is N and $\Delta e(k)$ is P then $\Delta u(k)$ is Z ,
4. if $e(k)$ is Z and $\Delta e(k)$ is N then $\Delta u(k)$ is N ,
5. if $e(k)$ is Z and $\Delta e(k)$ is Z then $\Delta u(k)$ is Z ,
6. if $e(k)$ is Z and $\Delta e(k)$ is P then $\Delta u(k)$ is P ,
7. if $e(k)$ is P and $\Delta e(k)$ is N then $\Delta u(k)$ is Z ,

(5)

8. if $e(k)$ is P and $\Delta e(k)$ is Z then $\Delta u(k)$ is Z ,

9. if $e(k)$ is P and $\Delta e(k)$ is P then $\Delta u(k)$ is P .

Przyjęto trójkątne funkcje przynależności. Poziom przecięcia funkcji jest równy 0,5, natomiast współczynnik przecięcia równy 1. Uchyb i zmiana uchybu określone są na znormalizowanym odcinku $[-1, 1]$. Jako metodę defuzyfikacji przyjęto metodę środka ciężkości.

3) $y_{2rozmyty_mamdani}(t)$ – przebieg odpowiedzi układu regulacji z regulatorem rozmytym PI, typu Mamdaniego, przy zastosowaniu kolejnej bazy reguł z Tabeli 1. Teraz wartości stanu sygnałów wejściowych ($e(k)$ i $\Delta e(k)$) i sygnału wyjściowego ($\Delta u(k)$) wyrażone są następująco: NB – duża ujemna, NM – średnia ujemna, NS – mała ujemna, Z – zero, PB – duża dodatnia, PS – mała dodatnia [2]. Pozostałe parametry przyjęto jak w układzie w punkcie 2.

Tabela 1. Baza reguł rozmytego regulatora PI, typu Mamdaniego
Table 1. Rule base of a PI fuzzy controller, Mamdani type

$e(k) \backslash \Delta e(k)$	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	Z
NM	NB	NB	NB	NM	NS	Z	PS
NS	NB	NB	NM	NS	Z	PS	PM
Z	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
PS	NM	NS	Z	PS	PM	PB	PB
PM	NS	Z	PS	PM	PB	PB	PB
PB	Z	PS	PM	PB	PB	PB	PB

4) $y_{1rozmyty_sugeno}(t)$ – przebieg odpowiedzi układu regulacji z regulatorem rozmytym PI, typu Sugeno. Sygnały wejściowe $x_1 = e$ i $x_2 = \Delta e$ mogą przyjmować trzy wartości: N, Z, P. Natomiast sygnały wyjściowe wyrażone są jako funkcje $f_i(x) = \text{const}$. Baza reguł przyjmuje postać:

1. if $e(k)$ is N and $\Delta e(k)$ is N then $u(k) = f_N(e, \Delta e)$,

2. if $e(k)$ is N and $\Delta e(k)$ is Z then $u(k) = f_M(e, \Delta e)$,

3. if $e(k)$ is N and $\Delta e(k)$ is P then $u(k) = f_Z(e, \Delta e)$,

4. if $e(k)$ is Z and $\Delta e(k)$ is N then $u(k) = f_M(e, \Delta e)$,

5. if $e(k)$ is Z and $\Delta e(k)$ is Z then $u(k) = f_Z(e, \Delta e)$, (6)
6. if $e(k)$ is Z and $\Delta e(k)$ is P then $u(k) = f_P(e, \Delta e)$,
7. if $e(k)$ is P and $\Delta e(k)$ is N then $u(k) = f_Z(e, \Delta e)$,
8. if $e(k)$ is P and $\Delta e(k)$ is Z then $u(k) = f_Z(e, \Delta e)$,
9. if $e(k)$ is P and $\Delta e(k)$ is P then $u(k) = f_P(e, \Delta e)$.

gdzie:

$$f_N(e, \Delta e) = \text{const} = -1,$$

$$f_Z(e, \Delta e) = \text{const} = 0,$$

$$f_P(e, \Delta e) = \text{const} = 1.$$

Zastosowano trójkątne funkcje przynależności. Podobnie jak w przypadku regulatorów typu Mamdaniego, poziom przecięcia funkcji jest równy 0,5, natomiast współczynnik przecięcia równy 1. Do defyzufikacji wykorzystano metodę wysokości.

5) $y_{2\text{rozmyty_sugeno}}(t)$ – przebieg odpowiedzi układu regulacji z regulatorem rozmytym PI, typu Sugeno, w którym zastosowano bazę reguł przedstawioną w Tabeli 2. Pozostałe parametry przyjęto jak w układzie w punkcie 4.

Tabela 2. Baza reguł rozmytego regulatora PI, typu Takagi–Sugeno
Table 2. Rule base of a PI fuzzy controller, Takagi–Sugeno type

$e(k) \backslash \Delta e(k)$	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	$f_{NB}(e, \Delta e)$	$f_{NB}(e, \Delta e)$	$f_{NB}(e, \Delta e)$	$f_{NB}(e, \Delta e)$	$f_{NM}(e, \Delta e)$	$f_{NS}(e, \Delta e)$	$f_Z(e, \Delta e)$
NM	$f_{NB}(e, \Delta e)$	$f_{NB}(e, \Delta e)$	$f_{NB}(e, \Delta e)$	$f_{NM}(e, \Delta e)$	$f_{NS}(e, \Delta e)$	$f_Z(e, \Delta e)$	$f_{PS}(e, \Delta e)$
NS	$f_{NB}(e, \Delta e)$	$f_{NB}(e, \Delta e)$	$f_{NM}(e, \Delta e)$	$f_{NS}(e, \Delta e)$	$f_Z(e, \Delta e)$	$f_{PS}(e, \Delta e)$	$f_{PM}(e, \Delta e)$
Z	$f_{NB}(e, \Delta e)$	$f_{NM}(e, \Delta e)$	$f_{NS}(e, \Delta e)$	$f_Z(e, \Delta e)$	$f_{PS}(e, \Delta e)$	$f_{PM}(e, \Delta e)$	$f_{PB}(e, \Delta e)$
PS	$f_{NM}(e, \Delta e)$	$f_{NS}(e, \Delta e)$	$f_Z(e, \Delta e)$	$f_{PS}(e, \Delta e)$	$f_{PM}(e, \Delta e)$	$f_{PB}(e, \Delta e)$	$f_{PB}(e, \Delta e)$
PM	$f_{NS}(e, \Delta e)$	$f_Z(e, \Delta e)$	$f_{PS}(e, \Delta e)$	$f_{PM}(e, \Delta e)$	$f_{PB}(e, \Delta e)$	$f_{PB}(e, \Delta e)$	$f_{PB}(e, \Delta e)$
PB	$f_Z(e, \Delta e)$	$f_{PS}(e, \Delta e)$	$f_{PM}(e, \Delta e)$	$f_{PB}(e, \Delta e)$	$f_{PB}(e, \Delta e)$	$f_{PB}(e, \Delta e)$	$f_{PB}(e, \Delta e)$

gdzie:

$$f_{NB}(e, \Delta e) = \text{const} = -2,$$

$$f_{NM}(e, \Delta e) = \text{const} = -1,$$

$$f_{NS}(e, \Delta e) = \text{const} = -0,5,$$

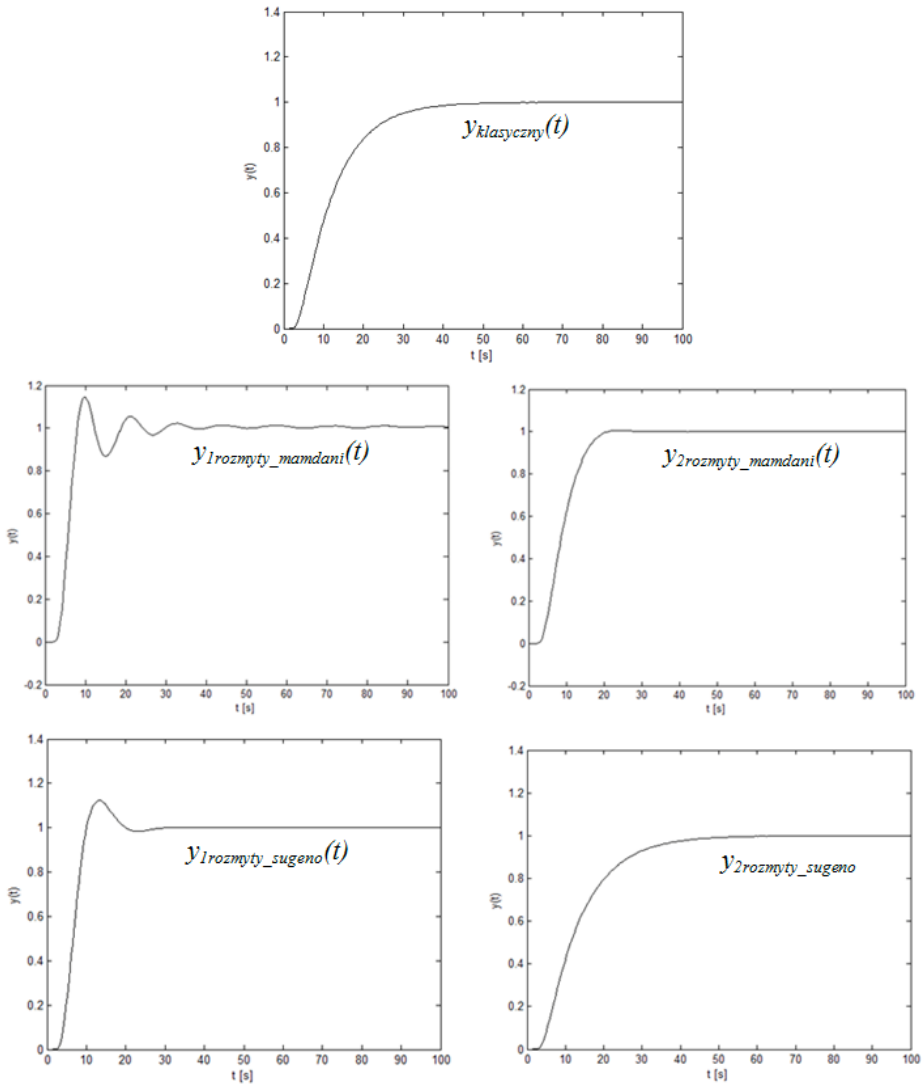
$$f_Z(e, \Delta e) = \text{const} = 0,$$

$$f_{PB}(e, \Delta e) = \text{const} = 2,$$

$$f_{PM}(e, \Delta e) = \text{const} = 1,$$

$$f_{PS}(e, \Delta e) = \text{const} = 0,5.$$

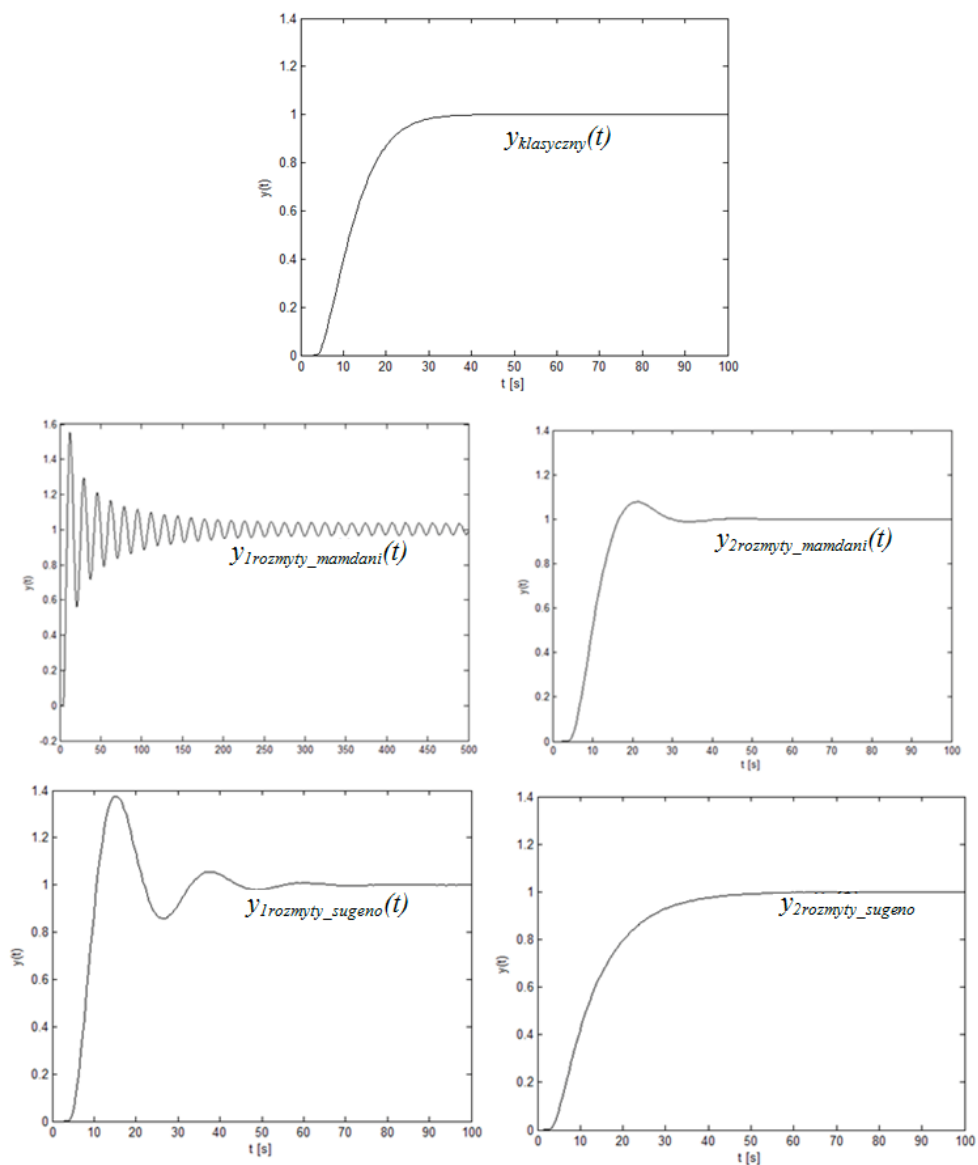
Na rysunku 2 pokazano przebiegi odpowiedzi układów regulacji z regulatorem klasycznym PI i regulatorami rozmytymi PI, gdy $t_0 = 1,4$ s.



Rys. 2. Przebiegi odpowiedzi skokowych układów regulacji z regulatorami rozmytymi i regulatorem klasycznym, gdy $t_0 = 1,4$ s

Fig. 2. Step response transients of a fuzzy and classically controlled systems, when $t_0 = 1,4$ s

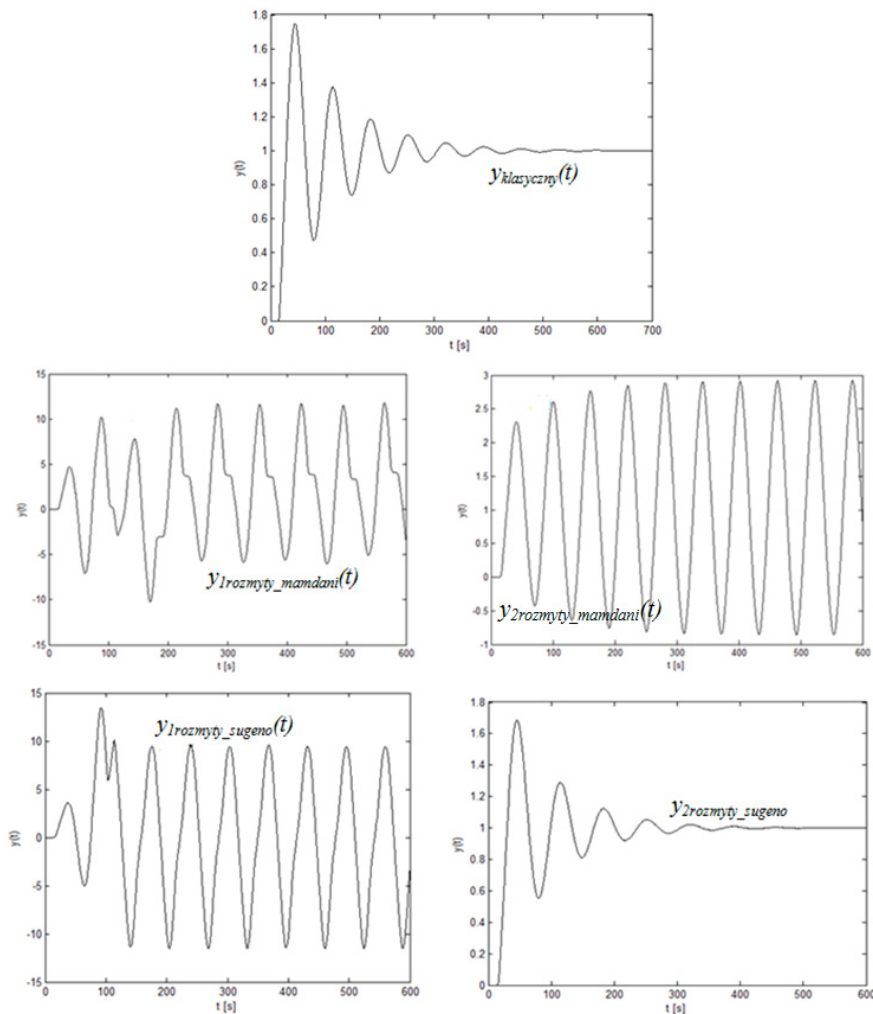
Odpowiedzi układów gdy $t_0 = 2,8$ s, przedstawione są na rys. 3.



Rys. 3. Przebiegi odpowiedzi skokowych układów regulacji z regulatorami rozmytymi i regulatorem klasycznym, gdy $t_0 = 2,8$ s

Fig. 3. Transients of step response of a fuzzy and classically controlled systems, when $t_0 = 2,8$ s

Wpływ dalszego zwiększania opóźnienia ($t_0 = 14$ s) przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Przebiegi odpowiedzi skokowych układów regulacji z regulatorami rozmytymi i regulatorem klasycznym, gdy $t_0 = 14$ s

Fig. 4. Step response transients of a fuzzy and classically controlled systems, when $t_0 = 14$ s

Przy zachowaniu parametrów regulatorów i zwiększaniu czasu opóźnienia t_0 , odpowiedzi skokowe analizowanych układów regulacji stają się funkcjami oscylacyjnymi. Jeżeli odpowiedzią na wymuszenie skokowe są drgania o stałej amplitudzie, wówczas układ znajduje się na granicy stabilności [4]. Przy zbyt dużej wartości t_0 układ staje się niestabilny.

Z rysunków 2–4, wynika, że w układach z regulacją rozmytą wraz ze zwiększeniem liczby reguł poprawia się odporność układu na zmiany czasu opóźnienia. Przy zastosowaniu regulatorów typu Takagi–Sugeno uzyskano lepszą jakość regulacji niż w przypadku regulatorów typu Mamdaniego. Okazuje się, że najbardziej odporny na zmianę czasu opóźnienia jest regulator klasyczny oraz regulator rozmyty typu Sugeno, w którym zastosowano bazę reguł z Tabeli 2, przy czym regulator rozmyty zapewnia lepsze tłumienie oscylacji niż klasyczny.

4. PODSUMOWANIE

W pracy analizowano wpływ opóźnienia na dynamikę układów z regulacją klasyczną i rozmytą. Przy jednoczesnym zachowaniu parametrów poszczególnych regulatorów zwiększano czas opóźnienia t_0 . Układy z opóźnieniem często występują w automatyce i są stosunkowo trudne w regulacji. Powodują pojawianie się oscylacji w układzie, a nawet utratę stabilności. Analizowano układy z regulatorem klasycznym PI i rozmytymi PI, typu Mamdaniego i Takagi–Sugeno.

W regulacji rozmytej znaczący wpływ na jakość sterowania i odporność na zmianę opóźnienia ma zwiększanie liczby reguł lingwistycznych. Jednak komplikuje to również strukturę regulatora rozmytego i zwiększa nakład obliczeniowy. W literaturze [2], [4], [7] zalecane jest postępowanie polegające na maksymalnym upraszczaniu regulatora rozmytego, przy zachowaniu stawianych mu wymagań dokładnościowych.

LITERATURA

- [1] BRZÓZKA J., *Regulatory i układy automatyki*, MIKOM, Warszawa 2004.
- [2] DRIANKOV D., HELLENDORRN H., REINFRANK, *Wprowadzenie do sterowania rozmytego*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996.
- [3] ESPINOSA J., VANDEWALLE J., WERZT V., *Fuzzy logic, Identyfikation and Predictive Control*, Springer-Verlag, 2005.
- [4] HALAWA J., *Symulacyjne i komputerowe projektowanie dynamiki układów sterowania*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2007.
- [5] GÓRNIAK K., *Badania symulacyjne dynamiki układów z regulatorem klasycznym i rozmytym*, praca magisterska, Politechnika Wroclawska, Wrocław 2011,
- [6] JOHANSON M.A., MORADIM.H., *PID Control Technology*, Springer-Verlag, London 2005.
- [7] PIEGAT A., *Modelowanie i sterowanie rozmyte*, Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 1999.

THE INFLUENCE OF TIME DELAY ON CLASSICALLY AND FUZZY CONTROLLED SYSTEM DYNAMICS

The influence of time delay on classically and fuzzy controlled system dynamics is under investigation. Here, the time delay is increased while the parameters of the controller remains unchanged.

The systems with classical PI controller and fuzzy PI controller were compared in a case of the same multi-inertial object in order to facilitate reliable comparison. The investigation have been performed with aid of Mamdani and Takagi–Sugeno type fuzzy controller. Moreover, the influence of increasing number of rules on fuzzy controlled system's operation quality, with occurrence of delayed function, was analyzed.