

*mikromaszyny, jednofazowe, indukcyjne
silniki, generatory, modelowanie obwodowe*

Krzysztof MAKOWSKI*, Wojciech SUCHAŃSKI**,
Aleksander LEICHT*

SYMULACJA PRACY SILNIKOWEJ I GENERATOROWEJ JEDNOFAZOWEJ MASZyny INDUKCYJNEJ Z POMOCNICZYM UZWOJENIEM KONDENSATOROWYM

W artykule przedstawiono wyniki obliczeń symulacyjnych jednofazowej maszyny indukcyjnej pracującej jako silnik i generator. W przypadku pracy silnikowej badano wpływ pojemności kondensatora pracy, który włączono szeregowo w uzwojenie pomocnicze, w celu uzyskania momentu rozruchowego. Rozruchu dokonywano bez obciążenia, następnie po ustaleniu się prędkości kątowej, załączano moment znamionowy. Analizy pracy generatorowej dokonano przy różnych wartościach prędkości kątowej, powyżej prędkości synchronicznej maszyny dwubiegunowej. Wyprowadzone równania modelu matematycznego maszyny zostały zaimplementowane w programie Matlab/Simulink.

1. WPROWADZENIE

W większości domów oraz małych gospodarstw nie ma dostępu do sieci trójfazowej. Dla tego typu lokalizacji urządzenia elektryczne muszą być napędzane za pomocą silników jednofazowych. Jednofazowe silniki indukcyjne mogą znaleźć różne zastosowanie w zależności od rozwiązania konstrukcyjnego. Silniki z kondensatorem pracy używane są w urządzeniach wymagających częstego rozruchu, maszyny z kondensatorem rozruchowym stosuje się w małych pompach, przenośnikach taśmowych, wentylatorach, małych systemach napędów przemysłowych, natomiast do bardziej wymagających aplikacji używa się silników z kondensatorem pracy i rozruchowym. Jednofazowe maszyny indukcyjne mogą być również wykorzystywane w przydomowych elektrowniach jako źródło energii oświetlenia

* Instytut Maszyn Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, ul Smoluchowskiego 19, 50-372 Wrocław, e-mail: krzysztof.makowski@pwr.wroc.pl; aleksander.leicht@pwr.wroc.pl

** Wydział Elektryczny Politechniki Wrocławskiej, e-mail: 156809@pwr.wroc.pl

punktowego reklam, zasilania bramy wjazdowej, jak również może zasilac odborniki radiowo-telewizyjne.

W artykule podano zaleznosci opisujace model matematyczny dq jednofazowej maszyny indukcyjnej dla pracy silnikowej i generatorowej. Maszynie zasilano znamionowym napieciem z sieci, przy czym po rozruchu bez obciazenia (praca silnikowa) maszyna zostala napedzona przez liniowo rosnacy moment napedowy (praca generatorowa), az do osiagniecia zadanej prędkosci.

2. SYMULACJA PRACY SILNIKOWEJ

W badaniach symulacyjnych wykorzystano jednofazowy silnik indukcyjny ogolnego przeznaczenia typu SEg 56-2A produkcji BESEL w Brzegu. Silnik ten posiada pomocnicze uzwojenie kondensatorowe z kondensatorem pracy. Kondensator ten poprzez szeregowe wlaczenie z uzwojeniem pomocniczym stojana pozwala uzyskac moment rozruchowy, a takze poprawia warunki pracy znamionowej. Dane znamionowe badanej jednofazowej maszyny indukcyjnej z pomocniczym uzwojeniem kondensatorowym zamieszczono w tabeli 1.

Tabela 1. Parametry eksploatacyjne badanej maszyny
Table 1. Data of the tested machine

Moc znamionowa [kW]	0,09
Prędkość znamionowa [obr/min]	2840
Napiecie znamionowe [V]	230
Częstotliwość [Hz]	50
Prąd przy napieciu znamionowym [A]	0,9
Sprawność znamionowa [%]	55
Moment maks./moment znamion.	1,6
Prąd rozruch/prąd znamion.	2,8
Moment rozruch./moment znamion.	0,5
Moment znamionowy [Nm]	0,3
Liczba biegunów	2
Prędkość synchroniczna [obr/min]	3000
Współczynnik mocy znamionowy [-]	0,83
Rozruch	bezpośredni

Model matematyczny badanej maszyny opisujacy dynamike silnika w ukkladzie odniesienia dq wirujacym z dowolna prędkością, dla ktorego prądy stojana i wirnika, napiecie na kondensatorze pracy, prędkość i przesuniecie katowe wirnika sa zmiennymi stanu jest okreslony nastepujacymi rownaniami[1, 2]:

$$\begin{aligned}
i_{qs} &= \frac{1}{L_{\Sigma}S + L'_{r1}r'_s} \left[L_{ms}r'_s i'_{qr} + (L_{ms}^2 - L_{s1}L'_{r1})\omega i_{ds} - L_{ms}(L_{ms}i_{ds} + L'_{r1}i'_{dr})\omega_r \right. \\
&\quad \left. + L'_{r1}u_{qs} - L_{ms}u'_{qr} \right] \\
i_{ds} &= \frac{1}{L_{\Sigma}S + L'_{r1}r'_s} \left[-(L_{ms}^2 - L_{s1}L'_{r1})\omega i_{qs} + L_{ms}r'_s i'_{dr} + L_{ms}(L_{ms}i_{qs} + L'_{r1}i'_{qr})\omega_r \right. \\
&\quad \left. + L'_{r1}u_{ds} - L_{ms}u'_{dr} \right] \\
i'_{gr} &= \frac{1}{L_{\Sigma}S + L_{s1}r'_r} \left[L_{ms}r'_s i_{qs} + (L_{ms}^2 - L_{s1}L'_{r1})\omega i'_{dr} + L_{s1}(L_{ms}i_{ds} + L'_{r1}i'_{dr})\omega_r \right. \\
&\quad \left. - L_{ms}u_{qs} + L_{s1}u'_{qr} \right] \\
i'_{dr} &= \frac{1}{L_{\Sigma}S + L_{s1}r'_r} \left[L_{ms}r'_s i_{ds} - (L_{ms}^2 - L_{s1}L'_{r1})\omega i'_{qr} - L_{s1}(L_{ms}i_{qs} + L'_{r1}i'_{qr})\omega_r \right. \\
&\quad \left. - L_{ms}u_{ds} + L_{s1}u'_{dr} \right] \\
u_{qC} &= \frac{1}{sC} i_{qA}
\end{aligned} \tag{1}$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{P^2}{4J} L_{ms} \cdot (i_{qs} \cdot i'_{dr} - i_{ds} \cdot i'_{qr}) - \frac{B_m}{J} \cdot \omega_r - \frac{P}{2J} \cdot T_L$$

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r$$

gdzie:

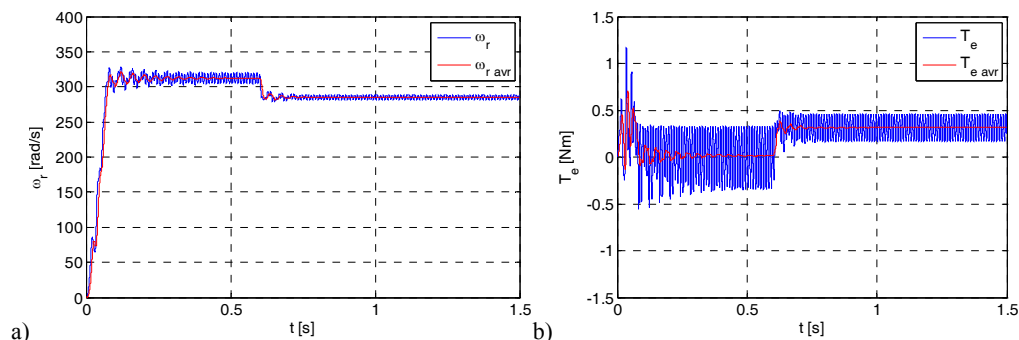
$$L_{\Sigma} = L_{s1} \cdot L'_{r1} - L_{ms}^2$$

$$u_{qs} = -u(t) + u_{qC}$$

przy czym i_{qs} , i_{ds} – prądy stojana, i'_{qr} , i'_{dr} – składowe prądu wirnika, u_{qs} , u_{ds} – napięcia stojana, u'_{qr} , u'_{dr} – napięcia wirnika, u_{qC} – napięcie kondensatora pracy, r_s , r'_r – rezystancja stojana i wirnika, L_{s1} , L_{r1} – indukcyjności własne odpowiednio stojana i wirnika, L_{ms} – indukcyjność magnesująca stojana, ω , ω_r , θ_r – prędkość synchroniczna, prędkość oraz przesunięcie kątowe wirnika, p – liczba biegunów, J – moment bezwładności, B_m – współczynnik tarcia lepkiego, T_L – moment obciążenia. Parametry przyjętego modelu symulacyjnego, czyli rezystancje i indukcyjności silnika są stałe.

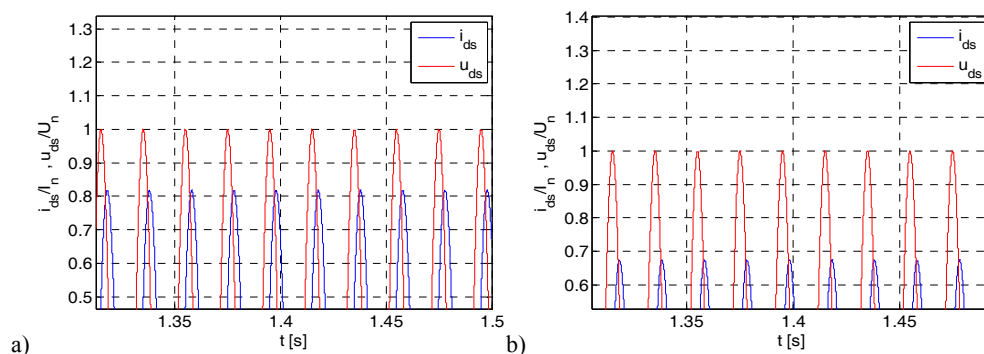
Przedstawione poniżej wyniki badań symulacyjnych dotyczą jednofazowej maszyny indukcyjnej z pomocniczym uzwojeniem kondensatorowym pracującej jako silnik przy różnych pojemnościach kondensatora pracy. W początkowym etapie symulacji

dokonywano rozruchu bez obciążenia, a po ustaleniu się prędkości wirnika (bieg jałowy), po czasie 0.6 s obciążano maszynę momentem nominalnym. Pojemność kondensatora zmieniano z wartości nominalnej (3 μF) na 4 μF i 5 μF .



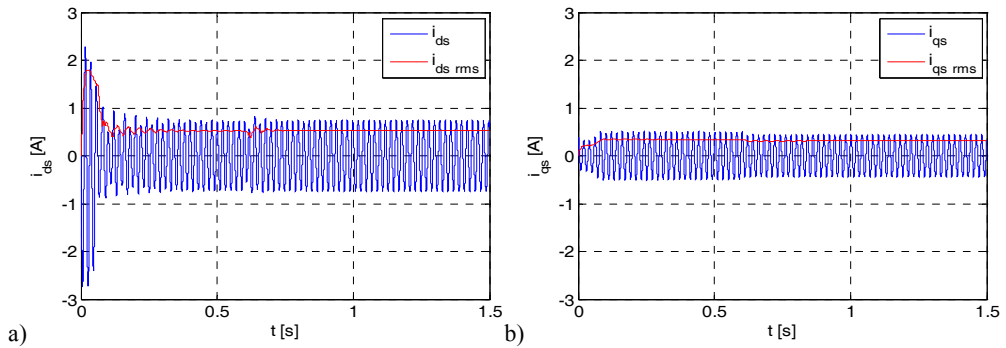
Rys. 1. Przebiegi czasowe a) prędkości kątowej ω_r , b) momentu elektromagnetycznego T_e dla $C = 3 \mu\text{F}$
 Fig. 1. a) The angular speed ω_r and b) the electromagnetic torque T_e for $C = 3 \mu\text{F}$

Na rysunku 1 można zauważyć wpływ momentu obciążenia na pracę silnika – następuje spadek prędkości kątowej, natomiast moment elektromagnetyczny wzrasta. Zarówno pojemność kondensatora jak i obciążenie wirnika mają wpływ na kształt pola magnetycznego w szczelinie powietrznej silnika, wytwarzanego przez oba uzwojenia. Eliptyczny charakter pola wirującego powoduje oscylacje momentu i prędkości kątowej. Jak można zauważyć w dalszej części prezentowanych symulacji, zmiana pojemności kondensatora w badanym zakresie wywołuje niewielkie różnice w amplitudzie oscylacji tych wielkości. Aby wartość tych oscylacji była minimalna należałoby osiągnąć przez zmianę parametrów uzwojeń i pojemności kondensatora jednakowe amplitudy obydwu pól pulsujących oraz także przesunięcie fazowe wynoszące $\pi/2$.

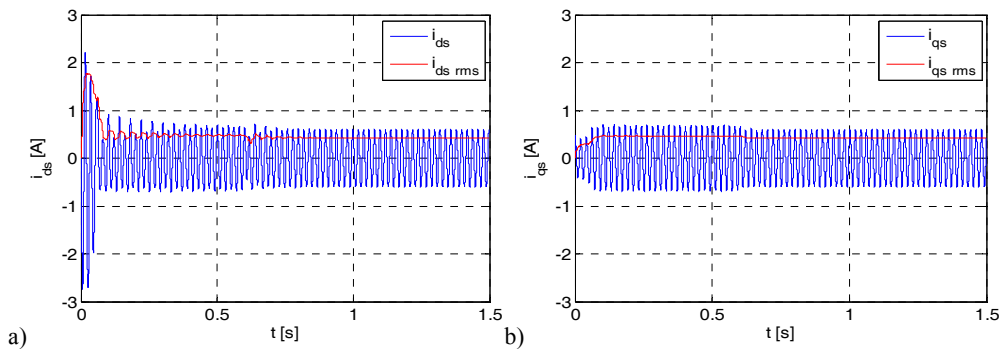


Rys. 2. Przebieg prądu i napięcia uzwojenia głównego w j. względnych dla a) $C = 3 \mu\text{F}$, b) $C = 4 \mu\text{F}$
 Fig. 2. Per unit voltage and main winding current for a) $C = 3 \mu\text{F}$, and b) $C = 4 \mu\text{F}$

Przy pracy silnikowej maszyny w uzwojeniu głównym stojana napięcie wyprzedza prąd. Dla pojemności $C = 3 \mu\text{F}$ czas opóźnienia prądu względem napięcia i wynosi 3 ms, co jest równoważne kątowi przesunięcia fazowego 54° . Zatem współczynnik mocy przy takich parametrach maszyny $\cos\varphi = 0,588$. Zwiększenie pojemności kondensatora pracy powoduje zwiększenie czasu opóźnienia $t = 3,3 \text{ ms}$, co odpowiada kątowi fazowemu $\varphi = 59,4^\circ$, dla którego współczynnik mocy $\cos\varphi = 0,509$.

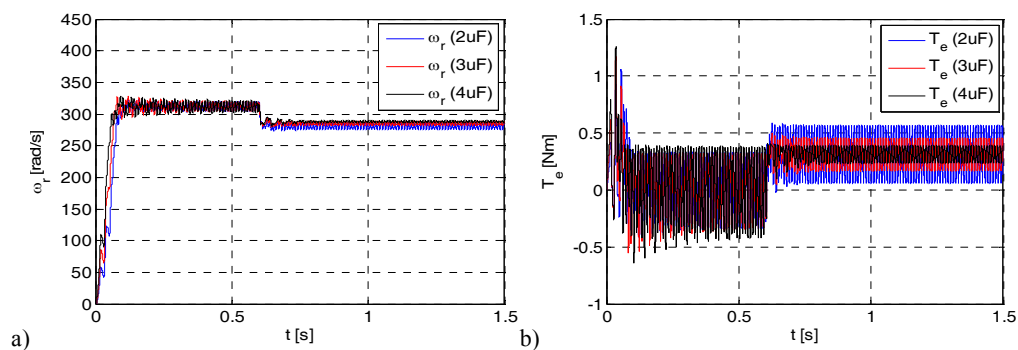


Rys. 3. Przebieg prądu stojana a) w uzwojeniu głównym oraz b) w uzwojeniu pomocniczym dla $C = 3 \mu\text{F}$
Fig. 3. a) Main winding and b) auxiliary winding current for $C = 3 \mu\text{F}$



Rys. 4. Przebieg prądu stojana a) w uzwojeniu głównym oraz b) w uzwojeniu pomocniczym dla $C = 4 \mu\text{F}$
Fig. 4. a) Main winding and b) auxiliary winding current for $C = 4 \mu\text{F}$

Zmiana pojemności kondensatora pracy wpływa również na przebiegi prądu stojana. Dla znamionowej wartości pojemności kondensatora widoczna jest asymetria prądów badanego silnika, jednak po zwiększeniu pojemności kondensatora do wartości $4 \mu\text{F}$, różnice w wartościach prądów stojana są nieznaczne.



Rys. 5. Przebiegi a) momentu elektromagnetycznego,
 b) prędkości kątowej dla różnych pojemności kondensatora
 Fig. 5. a) Electromagnetic torque and b) angular speed
 for considered values of capacitor capacitance

W przypadku prędkości kątowej zaobserwowano wpływ pojemności na wartość uzyskiwanej prędkości po obciążeniu momentem znamionowym, a także widoczne są różnice w amplitudzie oscylacji.

Tabela 2. Wpływ pojemności kondensatora na prędkość kątową silnika
 Table 2. Influence of the capacitor capacitance on the motor's angular speed

Pojemność kondensatora		2 μF	3 μF	4 μF
Bieg jałowy	Wartość średnia [rad/s]	312	312	312
	Amplituda oscylacji [rad/s]	15	15	17
Stan obciążenia momentem znamionowym	Wartość średnia [rad/s]	281	285	288
	Amplituda oscylacji [rad/s]	12	6	4

Wartość średnia momentu elektromagnetycznego we wszystkich przypadkach jest identyczna, znaczące różnice występują w amplitudzie oscylacji, przy pracy w warunkach znamionowych.

Tabela 3. Wpływ pojemności kondensatora na moment elektromagnetyczny silnika
 Table 3. Influence of the capacitor's capacitance on the motor's electromagnetic torque

Pojemność kondensatora		2 μF	3 μF	4 μF
Bieg jałowy	Wartość średnia [Nm]	0,02	0,02	0,02
	Amplituda oscylacji [Nm]	0,66	0,65	0,78
Stan obciążenia momentem znamionowym	Wartość średnia [Nm]	0,314	0,314	0,314
	Amplituda oscylacji [Nm]	0,51	0,29	0,15

3. SYMULACJA PRACY GENERATOROWEJ

Nieliniowe równania różniczkowe opisujące dynamikę jednofazowej maszyny indukcyjnej dla pracy o charakterze generatorowym, w porównaniu do pracy silnikowej, różnią się pod względem równania ruchu, a także kierunku prądów stojana, przy czym momentem napędowym generatora jest zewnętrzny moment mechaniczny, Dla tego typu pracy dąży się, aby wirnik maszyny poruszał się z prędkością powyżej prędkości synchronicznej. W tym celu w dodatkowo należy napędzać maszynę pracującą jako silnik.

Model matematyczny jednofazowej maszyny indukcyjnej opisujący dynamikę pracy generatora w układzie odniesienia dq wirującym z dowolną prędkością, przedstawiają poniższe zależności [3]:

$$\begin{aligned}
 i_{qs} &= -\frac{1}{L_{\Sigma}S + L_{r1}r'_s} \left[L_{ms}r'_r i'_{qr} - (L_{ms}^2 - L_{s1}L'_{r1})\omega i_{ds} - L_{ms}(-L_{ms}i_{ds} + L'_{r1}i'_{dr})\omega_r \right. \\
 &\quad \left. + L'_{r1}u_{qs} - L_{ms}u'_{qr} \right] \\
 i_{ds} &= -\frac{1}{L_{\Sigma}S + L_{r1}r'_s} \left[(L_{ms}^2 - L_{s1}L'_{r1})\omega i_{qs} + L_{ms}r'_r i'_{dr} + L_{ms}(-L_{ms}i_{qs} + L'_{r1}i'_{qr})\omega_r \right. \\
 &\quad \left. + L'_{r1}u_{ds} - L_{ms}u'_{dr} \right] \\
 i'_{qr} &= \frac{1}{L_{\Sigma}S + L_{s1}r'_r} \left[-L_{ms}r'_s i_{qs} + (L_{ms}^2 - L_{s1}L'_{r1})\omega i'_{dr} + L_{s1}(-L_{ms}i_{ds} + L'_{r1}i'_{dr})\omega_r \right. \\
 &\quad \left. - L_{ms}u_{qs} + L_{s1}u'_{qr} \right] \\
 i'_{dr} &= \frac{1}{L_{\Sigma}S + L_{s1}r'_r} \left[-L_{ms}r'_s i_{ds} - (L_{ms}^2 - L_{s1}L'_{r1})\omega i'_{qr} - L_{s1}(-L_{ms}i_{qs} + L'_{r1}i'_{qr})\omega_r \right. \\
 &\quad \left. - L_{ms}u_{ds} + L_{s1}u'_{dr} \right] \\
 u_{qC} &= -\frac{1}{sC} i_{qs} \\
 \frac{d\omega_r}{dt} &= -\frac{P^2}{4J} L_{ms} \cdot (i_{qs} \cdot i'_{dr} - i_{ds} \cdot i'_{qr}) - \frac{B_m}{J} \cdot \omega_r + \frac{P}{2J} \cdot T_m \\
 \frac{d\theta_r}{dt} &= \omega_r
 \end{aligned} \tag{2}$$

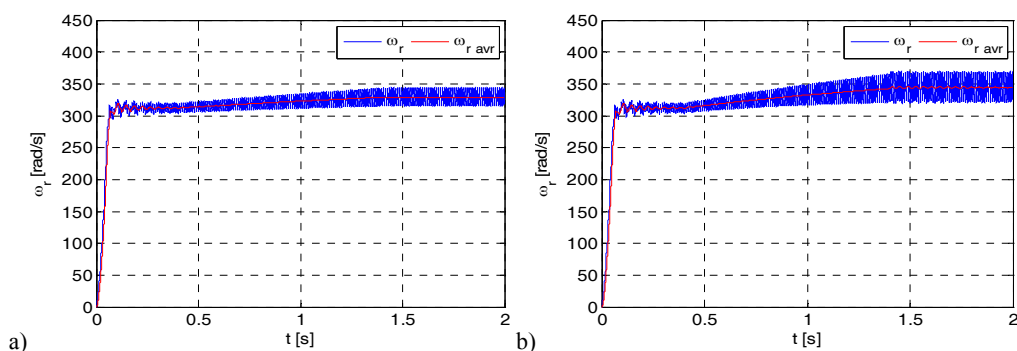
gdzie:

$$L_{\Sigma} = L_{s1} \cdot L'_{r1} - L_{ms}^2$$

przy czym i_{qs} , i_{ds} – prądy stojana, i'_{qr} , i'_{dr} – składowe prądu wirnika, u_{qs} , u_{ds} – napięcia stojana, u'_{qr} , u'_{dr} – napięcia wirnika, u_{qC} – napięcie kondensatora pracy, r_s , r'_r – rezy-

stancja stojana i wirnika, L_{s1} , L_{r1} – indukcyjności własne odpowiednio stojana i wirnika, L_{ms} – indukcyjność magnesująca stojana, ω , ω_r , θ_r – prędkość synchroniczna, prędkość oraz przesunięcie kątowe wirnika, p – liczba biegunów, J – moment bezwładności, B_m – współczynnik tarcia lepkiego, T_m – moment napędzający.

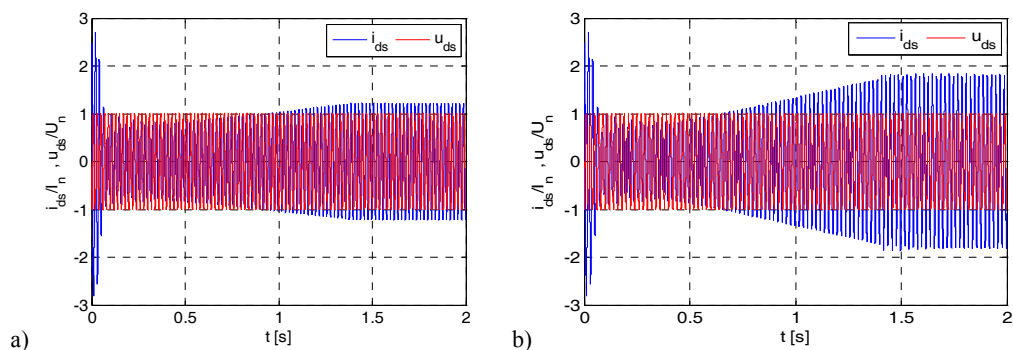
W początkowej fazie symulacji badana maszyna pracuje jako silnik na biegu jałowym, przy czym średnia wartość prędkości kątowej ustala się na poziomie 312 rad/s. Po chwili 0,4 s generator został napędzony poprzez załączenie liniowo rosnącego momentu napędowego aż do osiągnięcia zadanej wartości prędkości, która ustaliła się po czasie 1,4 s. Dokonane symulacje przedstawiają przebiegi wartości prądu, napięcia oraz prędkości kątowej ω_r generatora dla dwóch ustalonych wartości prędkości, tzn. 330 rad/s i 345 rad/s.



Rys. 6. Przebieg prędkości kątowej, wartość po ustaleniu a) $\omega_r = 330$ rad/s oraz b) $\omega_r = 345$ rad/s

Fig. 6. The angular speed, steady-state value a) $\omega_r = 330$ rad/s and b) $\omega_r = 345$ rad/s

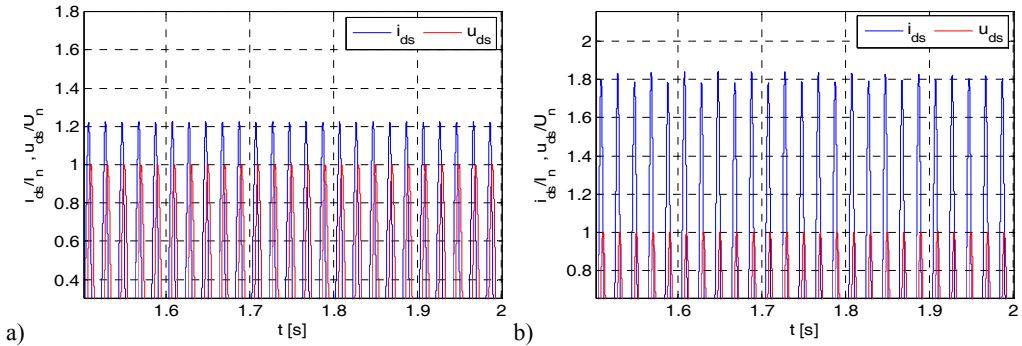
W obu przypadkach prędkość stopniowo narasta i po czasie 1,4 s ustala się na oczekiwanym poziomie. Na podstawie powyższych rysunków można zauważyć, iż większym prędkościom odpowiadają większe amplitudy oscylacji.



Rys. 7. Przebieg prądu i napięcia stojana przy prędkości ustalonej a) $\omega_r = 330$ rad/s oraz b) $\omega_r = 345$ rad/s

Fig. 7. The stator current and voltage for the steady-state speed a) $\omega_r = 330$ rad/s, and b) $\omega_r = 345$ rad/s

Zaobserwowano również, że wartość prądu stojana po ustaleniu prędkości wirnika jest znacznie większa w przypadku wyższej prędkości kątowej. Dla prędkości $\omega_r = 345$ rad/s wartość ta ustala się na poziomie blisko 2 razy większym od wartości znamionowej prądu.



Rys. 8. Przebieg prądu i napięcia stojana przy prędkości ustalonej a) $\omega_r = 330$ rad/s oraz b) $\omega_r = 345$ rad/s
Fig. 8. The stator current and voltage for the steady-state speed a) $\omega_r = 330$ rad/s, and b) $\omega_r = 345$ rad/s

Większa prędkość generatora powoduje nie tylko wzrost prądu stojana, a także zwiększa przesunięcie fazowe między prądem a napięciem w uzwojeniu głównym stojana, czemu odpowiada wzrost współczynnika mocy. Np. dla $\omega_r = 330$ rad/s przesunięcie fazowe wynosi 6,3 ms, a kąt przesunięcia fazowego $\varphi = 113,4^\circ$, natomiast $\cos\varphi = -0,397$. W przypadku rozprędkenia generatora do prędkości 345 rad/s zwiększa się opóźnienie prądu względem napięcia i wynosi 7,7 ms. Kąt przesunięcia fazowego $\varphi = 138,6^\circ$, a współczynnik mocy $\cos\varphi = -0,75$.

Tabela 4. Oscylacje prędkości, współczynnik mocy i prąd generatora dla ustalonej prędkości wirnika
Table 4. Angular speed oscillations, power factor and current for the steady-state angular speed

Średnia wartość ustalonej prędkości kątowej prądnicy [rad/s]	330	345
Amplituda oscylacji prędkości [rad/s]	30	48
Współczynnik mocy [-]	-0,661	-0,75
Prąd uzwojenia głównego stojana $I_{ds\ rms}$ [A]	0,74	1,06

4. PODSUMOWANIE

W artykule zaprezentowano model matematyczny jednofazowej maszyny indukcyjnej z pomocniczym uzwojeniem kondensatorowym pracującej jako silnik i generator oraz przedstawiono wyniki przeprowadzonych symulacji rozruchu silnika i pracy generatora

w środowisku Matlab/Simulink. Pracę silnikową maszyny badano przy różnych pojemnościach kondensatora: 2, 3 i 4 μF . Na podstawie wykonanych symulacji stwierdzono, że dla pojemności kondensatora równej 4 μF silnik charakteryzuje się najmniejszym czasem rozruchu, a także oscylacje przebiegów momentu elektromagnetycznego i prędkości kątowej wirnika są wówczas najmniejsze. Dodatkowo przy tej wartości pojemności kondensatora różnice wartości prądów w obu uzwojeniach stojana są prawie niezauważalne.

Badanie jednofazowej maszyny indukcyjnej pracującej jako generator przeprowadzono dla dwóch różnych wartości prędkości kątowych wirnika w stanie ustalonym pracy, tj. 330 rad/s i 345 rad/s. W obu przypadkach kąt przesunięcia fazowego wzrósł powyżej kąta $\pi/2$, co oznacza zmianę charakteru przepływu mocy czynnej, tzn. moc czynna jest oddawana do sieci. Przy większych prędkościach obrotowych wirnika wzrostowi ulegała amplituda oscylacji prędkości, jak również prąd stojana przyjmował większe wartości.

Zaimplementowany układ symulujący pracę silnikową i generatorową jednofazowej fazowej maszyny indukcyjnej działa poprawnie i umożliwia określić pewne różnice w doborze optymalnych parametrów silnika pomiędzy parametrami podanymi przez producenta, a wynikającymi z przeprowadzonych symulacji.

LITERATURA

- [1] LYSHEVSKI S.E., *Electromechanical Systems and Devices*, CRC Press, 2008.
- [2] MAKOWSKI K., WILK M.J., *Simulation of dynamic and steady-state operation of the single-phase capacitor induction motor*, Electrical Review, No. 10, 2009, Poland, pp. 24–28.
- [3] MAKOWSKI K., LECHT A., *An influence of supply voltage frequency on dynamic performance of a single-phase capacitor induction motor*, Prace Naukowe Instytutu MNiPE Nr 64, Studia i Materiały Nr 30, 2010, pp. 53–60.
- [4] SUCHAŃSKI W., *Symulacja jednofazowej maszyny indukcyjnej z pomocniczym uzwojeniem kondensatorowym pracującej jako silnik i generator*, praca magisterska, Wydział Elektryczny, Politechnika Wroclawska, 2011.
- [5] <http://www.cantonigroup.com/pl/motors/besel/product/53/seg-56-2a>

PERFORMANCE SIMULATION OF A SINGLE-PHASE CAPACITOR INDUCTION MACHINE IN THE MOTORING AND GENERATING MODES

The simulation results of the single-phase induction machine, operating as a motor and generator, are presented in this paper. For the motoring mode, an effect of the running capacitor capacitance, connected in series with the auxiliary winding, was examined. The motor had been started under no-load conditions, and after that the rated load was applied. In the generating mode, simulations were performed for different (above synchronous speed) values of the rotor's angular speed. The mathematical model of the single-phase capacitor induction machine described in the paper was implemented for computation using Matlab/Simulink software.