

Wiktor KOŁWZAN*
Jerzy PIERONEK**

ELEMENTY TEORII UŻYTECZNOŚCI W ANALIZIE PROCESU NAUCZANIA

W artykule podjęto próbę oceny procesu kształcenia z pozycji teorii użyteczności i teorii społecznego wyboru. Umieszczony on został w kontekście aksjomatyki i pragmatyki. Podkreślona została też rola e-nauczania. Położono także akcent na miary nauczania od strony szeroko rozumianej teorii wartości.

Słowa kluczowe: nauczanie, proces, zarządzanie, aksjomatyka, teoria użyteczności, społeczny wybór

1. ROLA FORMALIZACJI EDUKACJI

Poszczególne społeczeństwa wyznają w swym postępowaniu pewne systemy wartości, a ze strony nauki zajmuje się nimi teoria wartości, którą bardzo trudno jest ująć w postaci systemu reguł, a najlepiej by było – systemu aksjomatycznego. Ale z drugiej strony, teoria ta jest bezpośrednio związana z pojęciem użyteczności. Można ogólnie powiedzieć, że użyteczności są przypisane wszystkim rodzajom zdarzeń, bo skoro są zdarzenia, to muszą zachodzić między nimi pewne różnice i każde z nich ma swoją wartość, czyli użyteczność. W wymiarze ekonomicznym użyteczność wiąże się z tzw. wiązkami towarowymi.

Pojawia się tu jednak pewien problem. Człowiek posługuje się różnymi skalami (jednostkami) użyteczności i często są one dowolnie przyjmowane, więc nie zawsze można użyć ich do porównań dwóch wartości przyjmowanych przez dwie różne osoby. Przyjęte zostało pewne rozwiązanie tego problemu, a mianowicie normalizacja różnych skal na skalę o dwóch krańcach 0 i 1. Odnosi się to szczególnie do ekonomii.

* dr Wiktor KOŁWZAN - Wydział Zarządzania Wyższej Szkoły Oficerskiej Wojsk Lądowych

** dr Jerzy PIERONEK - Wydział Informatyki i Zarządzania Politechniki Wrocławskiej, Wydział Zarządzania Wyższej Szkoły Oficerskiej Wojsk Lądowych

Wracając do problematyki teorii wartości, ogólnie można mówić o dwóch kategoriach wartości wyznawanych przez człowieka. Jedna ma wymiar materialny, czyli reprezentowana jest przez wspomniane wiązki towarowe i dla tej grupy stworzono nawet sformalizowaną teorię o bardzo złożonej matematycznie postaci [4]. Druga kategoria wartości wiąże się z jej wymiarem niematerialnym. W jej zakres wchodzi między innymi takie obszary nauki i pojęcia, jak:

- religia;
- moralność;
- etyka;
- nauka;
- sztuka;
- edukacja itd.

Jakie dla tego wymiaru wartości przyjąć skale pomiaru? Pytanie to ma następujący sens: czy świat, w którym żyją ludzie stanowi jeden i ten sam świat semantyczny, a różni się on tylko tym, że jego obiektom przypisywane są różne etykiety, czy też są to różne światy semantyczne o tych samych etykietach [1, 6, 7]. Powyższe sformułowanie znane jest pod nazwą hipotezy Sapira – Whorfa. Mieści się ona w tej drugiej kategorii systemu ludzkich wartości¹.

2. UŻYTECZNOŚĆ PROCESU NAUCZANIA

Teoria użyteczności stworzona została w celu oceny użyteczności zdarzeń, co do zaistnienia, których mamy tylko dane ich prawdopodobieństwo [3]. Nauczanie to proces, o którego powodzeniu nie jesteśmy z góry w stanie powiedzieć nic pewnego. Dlatego warto jest wspomnieć o posiadaniu metod pozwalających kwantyfikować ocenę procesu nauczania przez samych jego uczestników [2], jak i operowaniu metodami ogólnymi, ważnymi z metodologicznego punktu widzenia.

Można przyjąć, że proces dydaktyczny to gra, w której obie strony (nauczający i uczący się) mają przeciwne interesy. Zysk i strata są tu pojęciami, które należy rozumieć w sensie symbolicznym. Nauczający przekazuje swoją wiedzę – więc traci ją, a uczący się wiedzę tę nabywa – więc zyskuje. Teoretycznie jest to gra dwuosobowa o sumie zerowej, a wynik gry, czyli wygrana, traktowana może być jako użyteczność uzyskana przez obie strony w takim procesie wymiany informacji – rodzaju loterii.

Ale teoria użyteczności ujęta została również w postaci systemu aksjomatów, a proces nauczania może być uważany za jeden z elementów takiego systemu. W otaczającej nas rzeczywistości zachodzą zdarzenia o naturze losowej. Człowiek jako istota myśląca wyznaje wobec zachodzących wokół niego zdarzeń pewne preferencje co do ich wyboru. Są to preferencje wrodzone-pierwotne lub nabyte-wyuczone w trakcie zdobywania wiedzy.

¹ W odniesieniu do ekonomii przyjmuje się postulat, że przestrzeń użyteczności człowieka jest ograniczona, wówczas znika np. problem paradoksu petersburskiego oraz inne problemy, czy też paradoksy związane z użytecznością (cyt. za W. Owen, str. 118 za J. Isbell, *Absolute games*, *Annals of Mathematics Studies*, no. 40, Princeton, 1959, pp. 357-396.).

Na czym polegają systemy aksjomatyczne i co po ich skonstruowaniu, można uzyskać jako użyteczność? W aksjomatycznych systemach logiki, bądź matematyki operuje się tylko trzema kategoriami pojęć, są nimi:

- pojęcia pierwotne;
- aksjomaty;
- definicje.

Dodatkowo przyjmuje się też pierwotne reguły operowania tymi pojęciami, na przykład w rachunku zdań regułami takimi są: reguła zastępowania definicyjnego, reguła odrywania, czy też reguła podstawiania.

Ten skromny zestaw pojęć pozwala teoretycznie na otrzymanie każdego twierdzenia danej zaksjomatyzowanej dziedziny wiedzy. Zbiór tych praw danej nauki nazywa się w metodologii nauki *Teorią*.

Teorię użyteczności, jako dziedzinę wiedzy, można wyrazić również w wymiarze wymienionych wyżej pojęć systemu aksjomatycznego.

Zdarzenia A, B, C, \dots, X, Y, Z traktujemy jako pojęcia pierwotne.

Zwrotów pierwotnych nie definiuje się, ani też właściwie ich się nie interpretuje, bo są to pojęcia zadane. Ale z drugiej strony, są to terminy naukowe, które wiążą się z pewnymi dziedzinami wiedzy, więc można stawiać pytania, jak należy je rozumieć? Z punktu widzenia innych gałęzi nauki są to najzwyklejsze wydarzenia pojawiające się w życiu codziennym, czyli oczywiste.

Drugi poziom systemu aksjomatycznego teorii użyteczności stanowią aksjomaty i definicje. Skupimy się na definicjach. Obejmują one dwa pojęcia, a mianowicie relację preferencji i obojętności w odniesieniu do pierwotnej dziedziny zdarzeń. Dla obu wymienionych relacji przyjmujemy odpowiednio oznaczenia – p oraz i .

Definicja. Dla dowolnych dwóch zdarzeń A i B zachodzi $A p B$, jeśli A jest preferowane nad B . Zdarzenie przeciwne do p oznaczamy przez $non p$. Przyjmujemy, że zachodzi $A i B$, gdy $A non p B$ oraz $B non p A$.

Aksjomaty teorii użyteczności: Relacje p oraz i spełniają następujące aksjomaty:

1. Dla dowolnych dwóch zdarzeń A oraz B zachodzi dokładnie jeden ze związków:

$$(\alpha) \quad A p B,$$

$$(\beta) \quad B p A,$$

$$(\gamma) \quad A i B.$$

2. $A i A$ dla wszystkich A .

3. Jeżeli $A i B$, to $B i A$.

4. Jeżeli $A i B$ oraz $B i C$, to $A i C$.

5. Jeżeli $A p B$ oraz $B p C$, to $A p C$.

6. Jeżeli $A p B$ oraz $B i C$, to $A p C$.

7. Jeżeli $A i C$ oraz $B p C$, to $A p C$.

Aksjomat 1. stanowi relację spójności, nazywany też jest prawem trychotomii. Aksjomaty 2, 3 i 4 stwierdzają, że relacja obojętności (i) spełnia zasadę relacji

ekwiwalencji, czyli równoważności. Aksjomat 5 oraz 1 stwierdzają, że relacja p jest uporządkowaniem częściowym zbioru zdarzeń. Ostatnie dwa aksjomaty, czyli 6 i 7 mówią o tym, że p jest przechodnia względem i .

Przyjęty zbiór aksjomatów wprowadza do zbioru użyteczności częściowy porządek. W interpretacji tzw. racjonalnego wyboru (społecznego) oznacza, że to słabe liniowe uporządkowanie rozpatrywanej elementarnej przestrzeni zdarzeń, porządkuje te zdarzenia od najbardziej do najmniej pożądanego. Czyli symbolicznie, jeżeli ma miejsce relacja $A p B$, to praktycznie oznacza, że A ma większą użyteczność niż zdarzenie B .

W praktyce oznacza to tyle, że np. użytkownik elektronicznego systemu nauczania, ma możliwość dokonania wyboru dla siebie najlepszej opcji – zestawu z dostępnych mu programów nauczania.

Zaprezentowane wcześniej aksjomaty użyteczności wyrażają to pojęcie jedynie na skali porządkowej typu: wcześniejszy, późniejszy, równoważny itp. W tym ujęciu tego pojęcia nie ma możliwości określenia, jakie działanie podejmie pewna grupa społeczna, decydując, uczący się.

W 1951 roku K. J. Arrow sformułował aksjomaty tak zwanego społecznego wyboru. Są one jakby dopełnieniem teorii użyteczności ujętej w postaci aksjomatów.

Rozważmy grupę m osób, która stoi przed wyborem spośród n możliwości

$$X_1, X_2, \dots, X_n.$$

Definicja 1. Przez profil indywidualnych preferencji rozumiemy funkcję, która przypisuje każdej osobie i pewne uporządkowanie tych możliwości.

Definicja 2. Przez funkcję społecznego dobrobytu rozumiemy funkcję F , która przypisuje każdemu profilowi pewne uporządkowanie (społeczne).

Przyjmuje się następujące aksjomaty²:

A1. Funkcja F jest określona dla wszystkich profili.

A2. Niech dla danego profilu X_j jest preferowane przez F nad X_k . Wówczas X_j będzie ciągle preferowane nad X_k , jeśli profil zmieni się w następujący sposób:

- wzajemne uporządkowanie możliwości różnych od X_j nie zmienia się;
- w każdym uporządkowaniu indywidualnym pozycja X_j poprawia się.

A3. Niech ϑ_1 będzie podzbiorem zbioru możliwości

$$\vartheta = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}.$$

Przypuśćmy, że profil zmienia się w ten sposób, że wzajemne uporządkowanie elementów ϑ_1 pozostaje niezmienione. Wówczas uporządkowanie społeczne F również pozostawi wzajemne uporządkowanie elementów ϑ_1 bez zmiany.

² Uwaga: Aksjomaty Arrowa są jednak sprzeczne dla: jeśli tylko $n \geq 3$, a $m \geq 2$ [3].

A4. Dla każdej pary możliwości A_j i A_k istnieje profil, dla którego uporządkowanie społeczne preferuje A_j nad A_k .

A5. Nie istnieje taka osoba i , że dla wszystkich A_j i A_k uporządkowanie społeczne preferuje A_j nad A_k , jeśli tylko i preferuje A_j nad A_k .

3. PRAGMATYCZNY WYMIAR NAUCZANIA NA ODLEGŁOŚĆ

Zaprezentowane wyżej teorie aksjomatyczne, dotyczące teorii użyteczności i teorii społecznego wyboru, należy zinterpretować pragmatycznie w aspekcie celu artykułu, a mianowicie w odniesieniu do procesu kształcenia.

Są szkoły, uczelnie uznane powszechnie za wiodące i powszechnie preferowane, a więc jest to zgodne z przytoczonymi wyżej aksjomatami społecznego wyboru. Są jednak szkoły mniej znane, których absolwenci osiągają znaczące sukcesy na rynku pracy – jak więc w tym wymiarze mają się te aksjomaty wyboru?

Aksjomaty mają być niezależne, niesprzeczne i nie można z nich wyprowadzić dwóch wniosków ze sobą sprzecznych. Ponadto mają one za zadanie generować prawa danej nauki.

W odniesieniu do drugiej kategorii wartości, a w jej wymiarze mieści się edukacja, warto jest stawiać pytania o sens aksjomatyki, kiedy nie jest ona pełna (przynajmniej z punktu widzenia wymogów logiki). Pełny system aksjomatyki, jaki stanowi np. aksjomatyka rachunku zdań, to możliwość sformułowania dowolnego prawa w tym systemie zawartego. Taki system pozwala wyprowadzać wszystkie zawarte w nim prawa, czyli zawiera on w sobie całą treść danej dziedziny. Gdyby aksjomatyka, np. użyteczności lub społecznego wyboru, została w taki sposób zaksjomatyzowana pozwoliłoby to na korzystanie formułowanie dowolnej cechy tej dziedziny.

Gdyby podejść do procesu nauczania wyłącznie aksjomatycznie lub ogólniej formalnie, wówczas zgodnie z istotą systemów formalnych o charakterze aksjomatycznym, poszczególne systemy edukacji można by było mierzyć, porządkować i wprowadzać miary ich użyteczności. Wydaje się jednak, że nie należy rezygnować z zaprezentowanego tu ujęcia formalnego, bo ogólnie jest on płodny poznawczo, ale pragmatyka nakazuje stosować w tym wymiarze miary statystyczne jako ujęcia mierzące przysługującą człowiekowi różnorodność jego wyboru. Ashby, od strony różnorodności, ujął też uczenie się. Uczenie się (ogólnie nauczanie) jest możliwe tylko na tyle, na ile dana kolejność (proces) wykazuje ograniczenie różnorodności i jest tylko wtedy celowe, gdy otoczenie również wykazuje ograniczenie różnorodności [5].

Ponadto edukacja jako proces nie jest ekonomią, ale wartością szkoły, wartością systemów nauczania ocenia wtórnie rynek pracy, który mierzony jest ekonomicznie.

Globalizacja świata stawia przed edukacją wymogi rynkowe. Dobrze przygotowany program nauczania pozwala absolwentom danej uczelni (szkoły) zabezpieczyć się przed, tak groźnym w obecnej dobie, wykluczeniem społecznym. Zatem brak wykluczenia to w dużej mierze szeroko rozumiane bezpieczeństwo osoby, szkoły, a nawet systemu kształcenia. Do tego potrzebna jest szeroka platforma edukacyjna. Można ją w wymierny sposób zrealizować poprzez dodatkowy kanał informacyjny, jakim jest nauczanie na odległość wykorzystujące nowoczesne technologie teleinformacyjne. Aby to osiągnąć, należy dysponować danymi

statystycznymi i prognostycznymi kierunków rozwoju rynku pracy na najbliższe lata, czyli zapotrzebowaniem na poszczególne zawody.

„Ktoś powiedział, że edukacja jest inwestycją, która zwraca się dopiero po pewnym czasie. Warto jest inwestować pieniądze w programowane nauczanie, jakim jest e-learning.”

Jest to proces kosztowny i przede wszystkim pracochłonny, wymaga od przygotowujących tego rodzaju kształcenie ogromnej wiedzy i doświadczenia w nauczaniu.

Spostrzeżenia powyższe odnoszą się nie tylko do wymiaru danej uczelni, ale mają też znaczenie dla zarządzających edukacją kraju.

W XX wieku mieliśmy konkurencję rynkową, wiek XXI będzie wiekiem konkurencji dla posiadanej wiedzy.

Interesujące i ważne dla rynku pracy wykłady internetowe są ważnym miernikiem wartości danej szkoły. Zatem Internet jest wartością XX wieku, a nauczanie na odległość będzie jedną z ważnych wartości niematerialnych XXI wieku, mierzonych na skali ekonomii, czyli w wymiarze materialnym.

Prognoza. Wykształcony człowiek XXI wieku nie musi być absolwentem jednej konkretnej uczelni. Może on być absolwentem wybranego przez siebie systemu kształcenia dostarczającego mu potrzebnej do wykonywania zawodu wiedzy w ramach wyboru dowolnej uczelni w dowolnym kraju, czyli może on ją zdobywać na wielu uczelniach, a nie tylko na jednej. Zatem może on w przyszłości kształtować swój własny profil preferencji i dokonywać wyboru (społecznego) w danym dostępnym mu zbiorze możliwości. W pewien sposób realizowane mogą być tu, w wymiarze pragmatycznym, aksjomaty społecznego wyboru Arrowa.

I choć aksjomaty Arrowa nie dostarczają w zasadzie żadnych miar, to dają za to wizję kształtowania siebie na przyszłość, dzięki zorganizowanej edukacji w wymiarze społecznym. Społeczeństwo to pewien porządek, w którym zachowane są zasady, a one realizują się poprzez możliwość wyboru z zachowaniem zasad porządku społecznego.

Wniosek. Statystyka jest praktyką – konfrontuje teorię z rzeczywistością. Aksjomatyka jest wizją, która realizuje się statystycznie, a więc nie idealnie, ale praktycznie. Oba podejścia jednak są ważne i nie należy żadnego z nich umieszczać na pewnej skali porządkowej, a jeśli już, to na skali porządku częściowego jako elementy nieporównywalne (indyferentne), co nie oznacza, że równoważne.

PODSUMOWANIE

Wartość procesu nauczania w XXI wieku oceniana będzie przez pryzmat ekonomii. Należy to rozumieć w sposób następujący: to nie oceny ekspertów, a rynek pracy stanowić będzie miernik oceny przygotowania danej jednostki do funkcjonowania w społeczeństwie. Powodować to będzie silną konkurencją nie tylko pomiędzy uczelniami, ale również między państwami, z racji postępującej globalizacji świata. Powyższe wyzwania powinny być brane pod uwagę przy określaniu głównych strategii rozwoju systemów edukacji w ramach poszczególnych państw. Aksjomatyka nakłada na proces nauczania ograniczenia, czyli m.in. porządkuje go, a tym samym pozwala na dokonanie wyboru np. profilu kształcenia w procesie nauczania.

LITERATURA

- [1] Carroll, John B. (ed.), *Language, Thought, and Reality: Selected Writings of Benjamin Lee Whorf*, Cambridge, Mass.: Technology Press of Massachusetts Institute of Technology, 1997.
- [2] Galanc T., Kołwzan W., Pieronek J., *Quantitative method supporting the management of the teaching process, Operations Research and Decisions*, 2011. (Praca przyjęta do druku).
- [3] Neumann J. von, Morgenstern O., *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, Princeton 1947.
- [4] Owen G., *Teoria gier*, PWN, Warszawa 1975.
- [5] Ross Ashby W., *Wstęp do cybernetyki*, PWN, Warszawa 1963.
- [6] Sapir E., *Język. Wprowadzenie do badań nad mową*, tłum. Buchta M., Universitas, Kraków, 2010. (*Language: An introduction to the Study of Speech*, New York: Harcourt, Brace and company, 1921).
- [7] Whorf, Benjamin Lee, *Language, Thought and Reality New York: John Wiley & Sons, and The Technology Press of M.I.T.*, 1956.

ELEMENTS OF UTILITY THEORY AND ANALYSIS OF TEACHING PROCESS

Summary

The authors attempt to carry out an analysis of the teaching process from the position of the utility theory and the social choice theory. They also stress the role of the value theory in the analysis of this process. The role of e-learning is also emphasized in the article.

Key words: *teaching, process, management, axiom system, utility theory, social choice*