

Piotr Bogusz, Mariusz Korkosz, Adam Mazurkiewicz, Jan Prokop
Politechnika Rzeszowska

MODEL SYMULACYJNY MASZYNY RELUKTANCYJNEJ PRZEŁĄCZALNEJ

THE SIMULATION MODEL OF A SWITCHED RELUCTANCE MOTOR

Abstract: The mathematical model of a switched reluctance motor which takes nonlinearity of magnetic circuit into consideration has been presented in the paper. Construction of the simulation model using Matlab/Simulink system has been discussed. The basis of the simulation model are flux-current-angle and torque-current-angle characteristics which were received by field calculations with the finite element method. Some chosen simulation results (current and torque waveform) have been included. On the basis of the obtained results comparative analysis of current and of torque waveform has been performed. The analysis also covered some results from laboratory measurements.

1. Wstęp

Cechami charakterystycznymi maszyn reluktancyjnych przełączalnych (SRM) są między innymi: jawnobiegunowa budowa stojana i wirnika, praca w przedziale nieliniowej charakterystyki magnesowania oraz impulsowy przebieg prądów pasmowych [1]. Te cechy powodują, że opis matematyczny jest często trudny do implementacji w obwodowych modelach symulacyjnych. Problem ten często jest rozwiązywany poprzez opis charakterystyk strumieniowo-prądowo-kątowych różnymi bardzo złożonymi funkcjami zawierającymi szeregi potęgowo-geometryczne [2]. Innym rozwiązaniem ogólnie stosowanym jest wykonanie obliczeń opartych na metodzie elementów skończonych (FEM). Chociaż obliczenia FEM bardzo dobrze się sprawdzają przy określaniu parametrów projektowanej maszyny, to ze względu na czasochłonność obliczeń są nieodpowiednie dla analizy rozbudowanych algorytmów sterowania maszyną. Najlepszym rozwiązaniem jest połączenie metod obliczeniowych polowych z metodami obwodowymi, gdzie dane obliczone metodami FEM są tablicowane i podstawiane do modeli obwodowych. Takie połączenie daje dobrą dokładność obliczeń realizowaną w krótkim czasie. Analogicznym rozwiązaniem jest również wyznaczenie charakterystyk maszyny metodami pomiarowymi.

Celem niniejszej pracy jest prezentacja nieliniowego modelu symulacyjnego maszyny reluktancyjnej przełączalnej zbudowanego w systemie Matlab/Simulink. Przy realizacji modelu założono zastosowanie charakterystyk

statycznych maszyny obliczonych metodami FEM oraz wyznaczonych na podstawie pomiarów. W oparciu o uzyskane wyniki dokonano analizy porównawczej przebiegów prądów i momentu badanej maszyny dla opracowanych modeli.

2. Model matematyczny maszyny SRM

Równania modelu matematycznego silnika SRM, w ogólnym przypadku nieliniowości obwodu magnetycznego można przedstawić w postaci:

$$\mathbf{u} = \mathbf{R} \mathbf{i} + \frac{d}{dt} [\boldsymbol{\psi}(\theta, \mathbf{i})] \quad (1)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} + D\omega + T_L = T_e \quad (2)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad (3)$$

$$T_e = \frac{\partial W^*(\theta, \mathbf{i})}{\partial \theta} \quad (4)$$

gdzie poszczególne wektory napięć \mathbf{u} , prądów \mathbf{i} , strumieni skojarzonych uzwojeń $\boldsymbol{\psi}(\theta, \mathbf{i})$ oraz macierz rezystancji \mathbf{R} są zdefiniowane:

$$\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_N]^T, \quad \mathbf{i} = [i_1, \dots, i_N]^T,$$

$$\boldsymbol{\psi}(\theta, \mathbf{i}) = [\psi_1(\theta, i_1, \dots, i_N), \dots, \psi_N(\theta, i_1, \dots, i_N)]^T,$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}(R_1, \dots, R_N).$$

W równaniach (1) - (4) zastosowano następujące oznaczenia: N – liczba pasm stojana silnika, θ – kąt położenia wirnika, J – moment bezwładności wirnika, D – współczynnik tarcia lepkiego, T_L – moment obciążenia, $W^*(\theta, \mathbf{i})$ – całkowita koenergia pola magnetycznego

w szczeliny powietrznej. Wyrażenie (4) określa moment elektromagnetyczny silnika.

W praktyce często zakłada się pełną symetrię budowy silnika, pomija sprzężenia magnetyczne pomiędzy uzwojeniami poszczególnych pasm oraz definiuje zależność pomiędzy strumieniem $\psi_k(\theta, i_k)$, a prądem i_k ($k=1, \dots, N$) w postaci:

$$\psi_k(\theta, i_k) = L_k(\theta, i_k) i_k \quad (5)$$

gdzie $L_k(\theta, i_k)$, jest nieliniowym współczynnikiem indukcyjności własnej pasma. Przy takich założeniach równania silnika (1) i (4) uproszczają się do postaci:

$$u_k = R_k i_k + \left(L_k(\theta, i_k) + i_k \frac{\partial L_k(\theta, i_k)}{\partial i_k} \right) \frac{d i_k}{dt} + \omega \frac{\partial L_k(\theta, i_k)}{\partial \theta} i_k \quad (6)$$

$$T_e = \sum_{k=1}^N \frac{\partial W_k^*(\theta, i_k)}{\partial \theta} \quad (7)$$

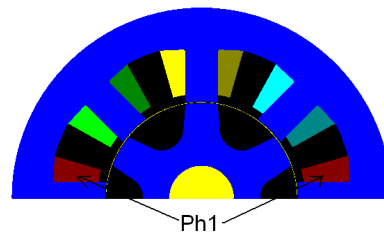
gdzie $W_k^*(\theta, i_k)$ reprezentuje koenergię k -tego pasma ($k=1, \dots, N$). Poszczególne składniki prawej strony równania (6) reprezentują odpowiednio spadek napięcia na rezystancji uzwojenia, napięcie transformacji oraz napięcie rotacji.

3. Wyznaczanie charakterystyk maszyny

Podstawowe charakterystyki statyczne maszyny SRM, tj. zależności strumienia (5) i momentu elektromagnetycznego (7) od kąta obrotu i prądu można wyznaczyć stosując obliczenia polowe lub metody pomiarowe.

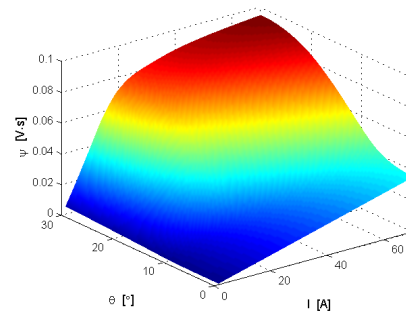
3.1. Obliczenia polowe FEM

Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla czteropasmowej maszyny SRM o konfiguracji 8/6. Ponieważ rozpatrywana maszyna SRM ma pod względem geometrycznym symetryczną budowę, w obliczeniach można użyć modelu półkulkowego (rys.1). To zapewnia skrócenie czasu obliczeń. W rozpatrywanej maszynie założono, że wirnik i stojan jest wykonany z blachy izotropowej o symbolu M800-65A. Charakterystykę magnesowania $B=f(H)$ blachy zaimplementowano w bazie materiałowej programu FEM. Obliczenia przeprowadzono dla pasma *Ph1* badanego silnika (rys.1). Wirnik silnika obracano ze skokiem co 1° w zakresie od położenia niewspółosiowego ($\theta=0^\circ$) do położenia współosiowego ($\theta=30^\circ$). Wartości prądu dla badanego pasma zmieniano w przedziale od 1A do 70A.

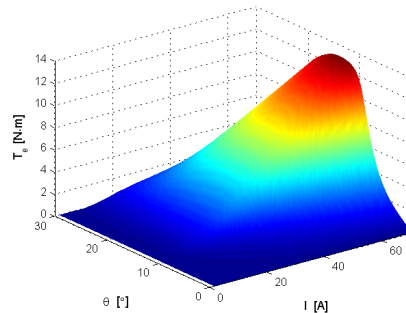


Rys.1. Geometria silnika SRM 8/6 utworzona w programie FEM

Na rysunku 2 przedstawiono charakterystykę strumieniowo-prądowo-kątową, zaś na rysunku 3 charakterystykę momentowo-prądowo-kątową.



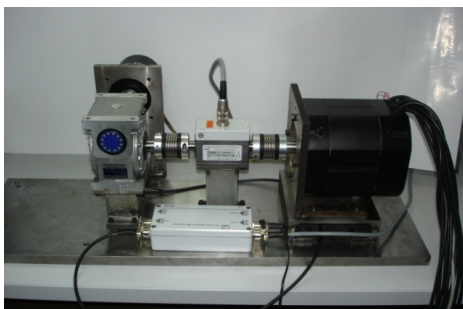
Rys.2. Charakterystyka $\psi - i - \theta$



Rys.3. Charakterystyka $T_e - i - \theta$

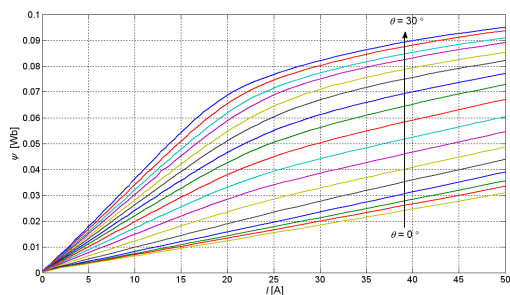
3.2. Pomiary laboratoryjne

Stanowisko badawcze do wyznaczania charakterystyk statycznych maszyn z komutacją elektroniczną składa się z silnika skokowego, przekładni samohamownej oraz przetwornika momentu (rys.4). Poszczególne elementy składowe umieszczono na platformie montażowej przystosowanej do mocowania różnego typu maszyn elektrycznych. Silnik skokowy wchodzący w skład omawianego stanowiska badawczego posiadał skok znamionowy 1.8° . Przekładnia samohamowna o przełożeniu 1:66 pozwalała, przy zastosowaniu skoku znamionowego, na uzyskanie przemieszczenia kąтового o wartości 0.02727° . Przy takiej konfiguracji na połowę cyklu elektrycznego badanego silnika padało 1100 skoków.



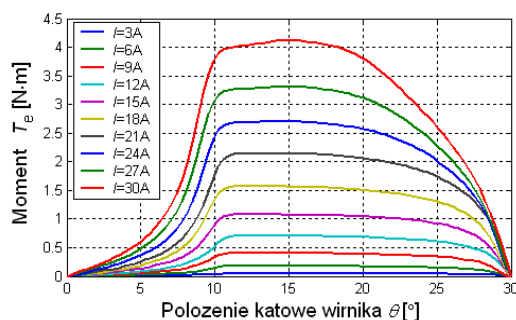
Rys. 4. Stanowisko badawcze do wyznaczania charakterystyk statycznych silnika SRM

W warunkach laboratoryjnych przeprowadzono serię pomiarów strumienia magnetycznego ψ silnika SRM dla różnych położenia wirnika θ oraz różnych wartości prądu pasma I . Pomiar strumienia sprzężonego odbywał się przy nieruchomym wirniku, którego położenie zmieniano skokowo. W celu automatyzacji pomiarów do zadawania kąta położenia wirnika oraz pomiarów prądu i napięcia i wyznaczania strumienia magnetycznego zastosowano kartę prototypującą z możliwością sterowania i pomiarów w czasie rzeczywistym. Proces pomiaru zautomatyzowano poprzez wykonanie makra napisanego przez autorów w języku Python. Zależność wyznaczonego eksperymentalnie strumienia sprzężonego ψ w funkcji prądu wzbudzenia I dla różnych kątów położenia wirnika θ z przedziału od 0 do 30° przedstawiono na rysunku 5.



Rys. 5. Strumień ψ w funkcji prądu I dla różnych kątów położenia wirnika θ

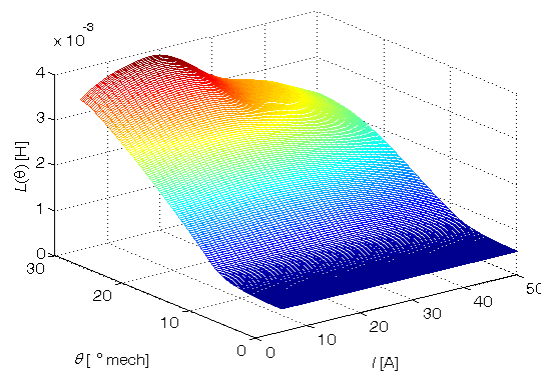
Pomiar momentu elektromagnetycznego odbywał się każdorazowo przy określonej wartości prądu I , przy zasilaniu wybranego pasma silnika. Z uwagi na dopuszczalne parametry pracy przetwornika momentu ($T_N=5 \text{ N}\cdot\text{m}$) pomiary przeprowadzono przy mniejszych wartościach prądu niż w przypadku badań symulacyjnych. Na rysunku 6 przedstawiono wyniki pomiaru zależności momentu elektromagnetycznego T_e silnika od położenia wirnika θ dla różnych wartości prądu I wyznaczone dla połowy cyklu elektrycznego (30° mechanicznych).



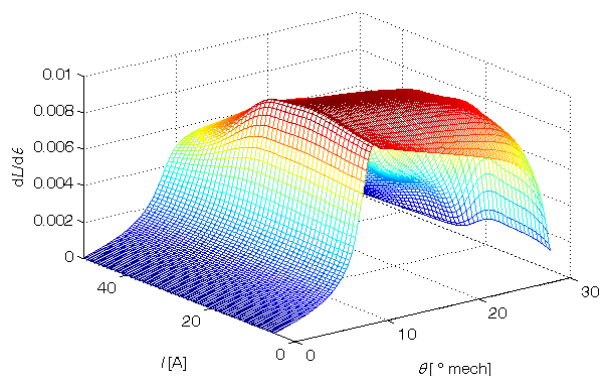
Rys. 6. Wyniki pomiaru momentu T_e w funkcji kąta obrotu θ dla różnych wartości prądu I

4. Model symulacyjny w systemie Matlab/Simulink

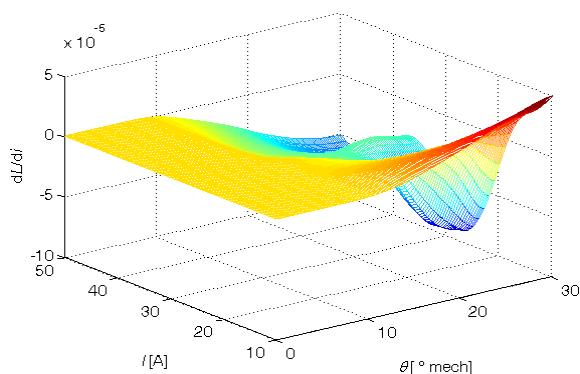
Z równania (6) wynika, że do realizacji obwodowego modelu symulacyjnego niezbędna jest znajomość współczynników $L(\theta, i)$, $\partial L(\theta, i)/\partial i$ oraz $\partial L(\theta, i)/\partial \theta$. Wyznaczenie tych współczynników jest możliwe na podstawie otrzymanych charakterystyk obliczeniowych lub pomiarowych przedstawionych w punkcie 3. Korzystając z charakterystyk strumieniowo-prądowo-kątowych można wyznaczyć zależność indukcyjności własnej L_{ph} w funkcji prądu pasma i_{ph} oraz kąta obrotu wirnika θ , korzystając ze wzoru (5). Problemem, jaki powstaje przy obliczaniu indukcyjności własnej ze wzoru (5), jest nieciągłość funkcji przy $i_{ph}=0$. Powoduje to gwałtowny wzrost wartości indukcyjności przy prądzie bliskim zero. W tym celu jest konieczny eksperymentalny dobór takiej wartości prądu pasma, do której należy ograniczyć obliczenia. Na rysunkach 7 do 12 przedstawiono wykresy współczynników $L(\theta, i)$, $\partial L(\theta, i)/\partial i$ oraz $\partial L(\theta, i)/\partial \theta$ obliczone na podstawie charakterystyk strumieniowo-prądowo-kątowych otrzymanych na podstawie obliczeń metodą elementów skończonych (rys. 7 – rys. 9) oraz z pomiarów (rys. 10 – rys. 12).



Rys. 7. Charakterystyka indukcyjności L w funkcji prądu i i kąta położenia wirnika (FEM)

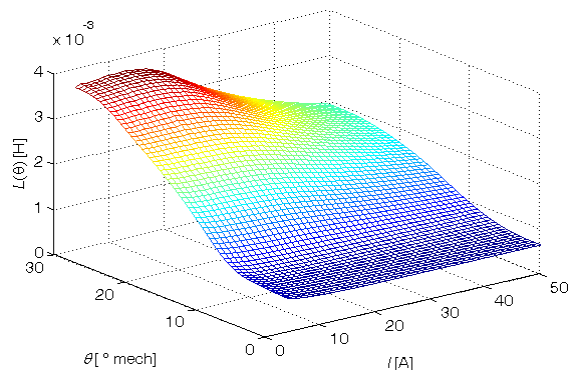


Rys.8. Charakterystyka współczynnika $\partial L/\partial \theta$ w funkcji prądu i kąta położenia wirnika (FEM)

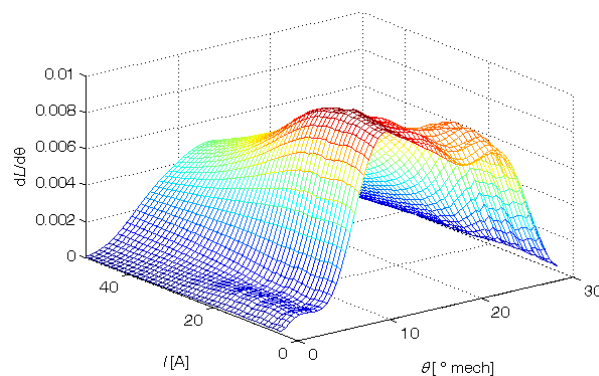


Rys.9. Charakterystyka współczynnika $\partial L/\partial i$ w funkcji prądu i kąta położenia wirnika (FEM)

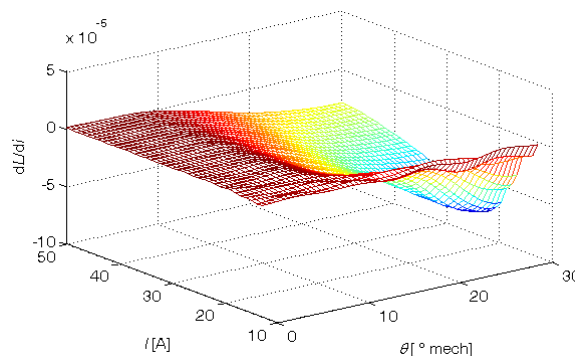
Korzystając z równań (1) – (3) oraz charakterystyk przedstawionych na rysunkach 7 – 9 (wyznaczonych z charakterystyk obliczeniowych) lub charakterystyk przedstawionych na rysunkach 10 – 12 (wyznaczonych z charakterystyk pomiarowych) opracowano model symulacyjny silnika SRM w systemie Matlab/Simulink. Strukturę blokową opracowanego modelu przedstawiono na rysunku 13.



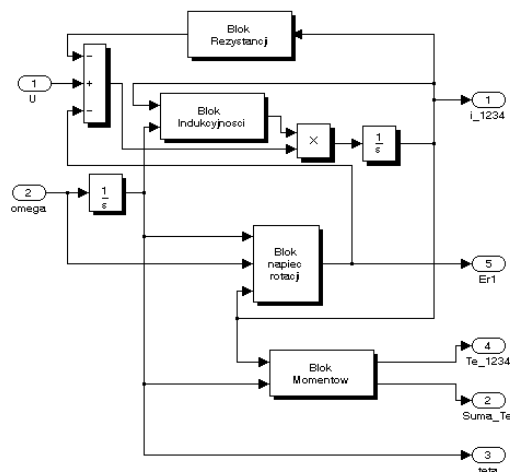
Rys.10. Charakterystyka indukcyjności L w funkcji prądu i kąta położenia wirnika (pomiar)



Rys11. Charakterystyka współczynnika $\partial L/\partial \theta$ w funkcji prądu i kąta położenia wirnika (pomiar)



Rys.12. Charakterystyka współczynnika $\partial L/\partial i$ w funkcji prądu i kąta położenia wirnika (pomiar)



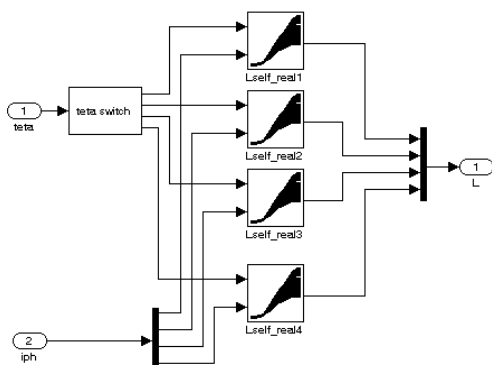
Rys.13. Schemat blokowy modelu silnika SRM

Omawiany model symulacyjny składa się z następujących bloków:

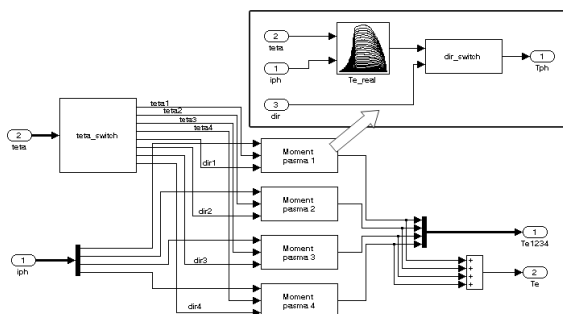
- rezystancji – zawiera rezystancje poszczególnych pasm.
- indukcyjności – oblicza dla każdego pasma indukcyjność dynamiczną, która jest sumą indukcyjności własnej L_{ph} oraz członu $i \partial L/\partial i$.

- napięć rotacji – będących dla każdego pasma iloczynem prądów i_{ph} , prędkości ω oraz pochodnej $\partial L_{ph}/\partial \theta$.
- momentów – w tym bloku zaimplementowano wyznaczone charakterystyki momentowo-prądowo-kątowe poszczególnych pasm silnika.

Wartości poszczególnych współczynników umieszczono w tablicach Lookup Table. Przykłady schematów bloków „Indukcyjności” i „Momentów” przedstawiono odpowiednio na rysunkach 14 i 15.



Rys.14. Schemat bloku wyznaczającego indukcyjności poszczególnych pasm silnika



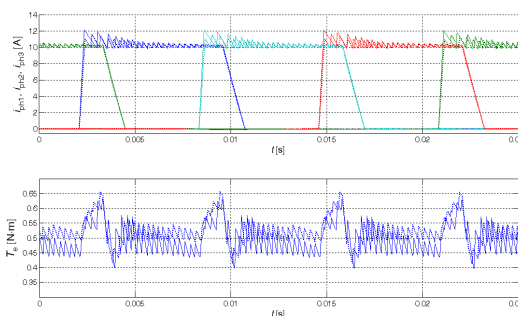
Rys.15. Schemat bloku obliczającego moment elektromagnetyczny poszczególnych pasm silnika

Każdy blok zawiera stabilizowane (Lookup Table) wartości charakterystyk $L_{ph}(i_{ph}, \theta)$ (rys.14) oraz $T_c(i_{ph}, \theta)$ (rys.15). Ponieważ rozpatrywana maszyna ma budowę symetryczną w tablicach umieszczono dane tylko dla połowy okresu elektrycznego. Ma to na celu ograniczenie rozmiarów tablic. Do odtworzenia przebiegu danej wielkości za cały okres elektryczny zastosowano dodatkowy blok o nazwie „teta switch”. W blokach napięć rotacji oraz momentu zaimplementowano odpowiednio charakterystyki $\partial L_{ph}/\partial \theta$ oraz charakterystyki $T-i-\theta$ również dla połowy okresu elektrycznego. W tym przypadku

wartości pochodnej jak i momentu są symetryczne względem początku układu współrzędnych i przyjmują zarówno dodatnie jak i ujemne wartości. Dlatego blok „teta switch” ma inną strukturę niż w blokach indukcyjności. W celach porównawczych zbudowano dwa modele symulacyjne SRM – jeden z zastosowaniem danych uzyskanych z obliczeń FEM i drugi z charakterystyk pomiarowych.

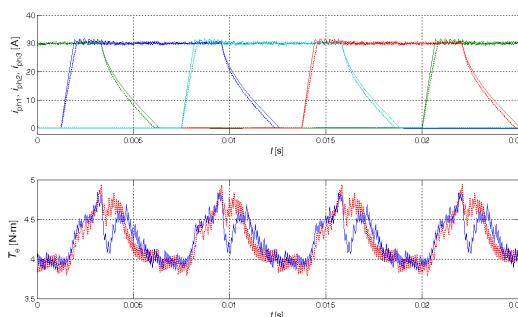
5. Wyniki badań symulacyjnych

Przy użyciu zbudowanych modeli wykonano symulacje dla kilku różnych stanów pracy maszyny rejestrując przebiegi prądów pasm i momentu całkowitego. Analizę porównawczą przeprowadzono dla sterowania prądowego oraz sterowania jednopulsowego. Na rysunkach 16 i 17 przedstawiono przebiegi prądów i momentów pasm dla sterowania prądowego. Przebiegi uzyskano korzystając zarówno z modelu zbudowanego na podstawie wyników pomiarowych (linie kropkowane), jak i wyników FEM (linie ciągłe).



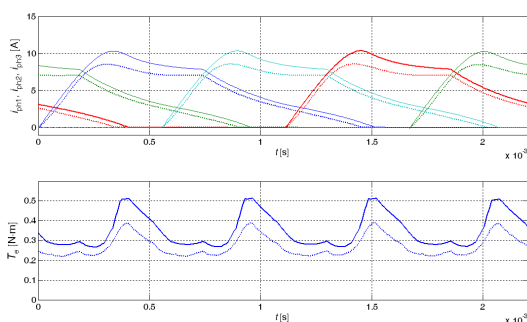
Rys.16. Prądy pasm (górny) i momenty silnika (dolny) dla modeli: z danymi pomiarowymi (linia kropkowana) i z danymi FEM (linia ciągła) przy prędkości $n=400 \text{ min}^{-1}$ i $I_{ref}=10A$

Można zauważyć dużą zgodność w przebiegach prądów oraz momentów.



Rys.17. Prądy pasm (górny) i momenty silnika (dolny) dla modeli: z danymi pomiarowymi (linia kropkowana) i z danymi FEM (linia ciągła) przy prędkości $n=400 \text{ min}^{-1}$ i $I_{ref}=30A$

Natomiast na rysunku 18 przedstawiono przebiegi dla sterowania jednopulsowego przy prędkości $n=4500 \text{ min}^{-1}$. Można zaobserwować znaczną różnicę w przebiegach prądów uzyskanych z obydwu rozpatrywanych modeli, a co za tym idzie również i momentów. Jest to wynikiem różnic w wartościach indukcyjności zmierzonej i obliczonej, co skutkuje wolniejszym narastaniem prądu. Przy sterowaniu prądowym nie ma to większego znaczenia, gdyż napięcie rotacji jest małe, przez co różnice w czasach narastania prądu do poziomu regulowanego są niewielkie. Różnice wartości obliczonej i zmierzonej mogą wynikać z niedostatecznego oszacowania indukcyjności rozproszeń uzwojeń oraz niedokładności pomiarów.



Rys.18. Prądy pasm (górny) i momenty silnika (dolny) dla modeli: z danymi pomiarowymi (linia kropkowana) i z danymi FEM (linia ciągła) przy prędkości $n=4500 \text{ min}^{-1}$

6. Wnioski

W niniejszym artykule przedstawiono metodę budowy nieliniowego modelu symulacyjnego maszyny reluktancyjnej przełączalnej z zastosowaniem charakterystyk strumieniowo-prądowo-kątowych oraz momentowo-prądowo-kątowych uzyskanych metodami obliczeniowymi i pomiarowymi. Na podstawie tych charakterystyk wyznaczono odpowiednie współczynniki, które bezpośrednio posłużyły do budowy modelu symulacyjnego. Na podstawie przeprowadzonych badań porównawczych obydwu modeli można stwierdzić, że:

- w przypadku pracy w zakresie sterowania prądowego zgodność wyników jest bardzo dobra,
- w przypadku pracy przy większych prędkościach (sterowanie jednopulsowe) różnice w wartościach prądów i momentów są znaczące, co jest wynikiem różnic w parametrach obliczonych i zmierzonych oraz niedokładności pomiarowej,
- zastosowanie tego typu modelu może być pomocne przy analizie algorytmów sterowania, gdyż czasy obliczeń w takim modelu są wielokrotnie krótsze niż w programach FEM.

7. Literatura

- [1] Krishnan R.: *Switched reluctance motor drive: modeling, simulation, analysis, desing, and applications*, CRC Press LLC, 2001.
- [2] Chapman P. L., Sudhoff S. D.: *Design and precise realization of optimized current waveforms for an 8/6 switched reluctance drive*. IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 17, no. 1.

Praca naukowa wykonana w ramach projektu badawczego własnego N N511 308438
Badania przeprowadzono z zastosowaniem karty DS1103, oprogramowania: ANSYS, FLUX, AUTODESK INVENTOR zakupionych w wyniku realizacji Projektu nr POPW.01.03.00-18-012/09 "Rozbudowa infrastruktury naukowo-badawczej Politechniki Rzeszowskiej" współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej w ramach Programu Operacyjnego Rozwój Polski Wschodniej 2007-2013, Priorytet I. Nowoczesna Gospodarka, Działanie 1.3 Wspieranie innowacji.

Autorzy

dr inż. Piotr Bogusz, pbogu@prz.edu.pl
dr inż. Mariusz Korkosz, mkosz@prz.edu.pl
dr inż. Adam Mazurkiewicz, madam@prz.edu.pl
dr inż. Jan Prokop, jprokop@prz.edu.pl

Politechnika Rzeszowska
Wydział Elektrotechniki i Informatyki
ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów

Recenzent

Prof. dr hab. inż. Krystyna Macek-Kamińska