

Robert Rossa  
BOBRME „Komel”, Katowice

## METODA POŁOWO-OBWODOWA OBLICZANIA CHARAKTERYSTYK ELEKTROMECHANICZNYCH SYNCHRONICZNYCH SILNIKÓW RELUKTANCYJNYCH

### FIELD-CIRCUIT METHOD FOR COMPUTING THE ELECTROMECHANICAL CHARACTERISTICS OF SYNCHRONOUS RELUCTANCE MOTORS

**Abstract:** In the paper a method to calculate the electromechanical characteristics and lumped synchronous parameters of Synchronous Reluctance Motor (SynRM) is presented. This method is similar to the so-called loading method used to calculate electromechanical characteristics of Permanent magnet Synchronous Motors and introduced by M.A. Rahman and P. Zhou at the beginning of 90's. In the presented method a 2D finite element analysis (FEA) of magnetic field inside the machine is carried out separately for each of given load conditions and simultaneously equations of SynRM model in d-q reference frame are solved using parameters obtained from FEA which are specific for each of load conditions. Calculations are repeated automatically for in advance given range of motor loads. In the R&D Centre Of Electrical Machines “Komel”, the software for analysis and evaluation of SynRM performance at synchronous operation was developed on the basis of presented method. The examples of electromechanical characteristic curves calculated for SynRM using described method are presented in the paper and compared with the laboratory test results.

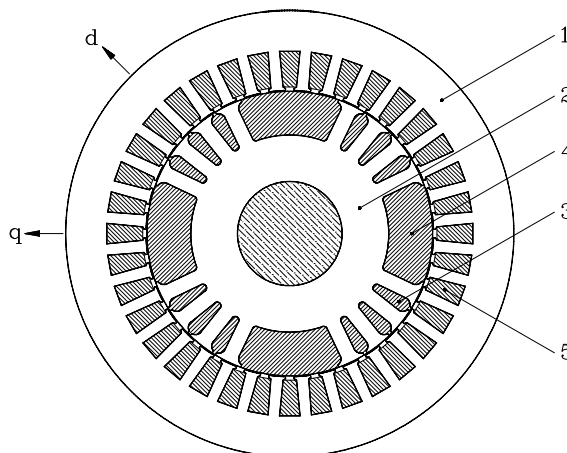
#### 1. Wstęp

Od pewnego czasu w Polsce produkowane są synchroniczne silniki reluktancyjne (skrót ang. SynRM), o konstrukcji bazującej na wykrojach blachach z seryjnych silników indukcyjnych (rys. 1). Silniki SynRM charakteryzują się stosunkowo niską ceną jak na silniki synchroniczne, co wynika z prostoty ich konstrukcji i zastosowania podzespołów silników indukcyjnych. Stojan silnika SynRM jest konstrukcyjnie identyczny jak stojan silnika indukcyjnego, zarówno pod względem wykroju blachy jak i typu uzwojenia (cewki rozłożone sinusoidalnie). Blacha wirnika ma wycięte kilka zębów (zwykle ok. 40 %) na każdej podzialec biegunowej, a w miejscach wyciętych zębów powstają szerokie żłobki wirnika (poz. 4 na rys. 1). Wirnik posiada ponadto uzwojenie klatkowe odlewane z aluminium, wypełniające zarówno wąskie jak i szerokie żłobki wirnika.

W wirniku silnika SynRM można wyróżnić dwie osie magnetyczne:

- oś podłużną  $d$ , pokrywającą się z osią geometryczną wąskich żłobków wirnika – jest to oś, w której obwód magnetyczny ma małą reluktancję  $1/\Lambda_d$ ;
- oś poprzeczną  $q$ , pokrywającą się z osią geometryczną szerokich żłobków wirnika (wycięte zęby) – jest to oś, w której obwód magnetyczny ma dużą reluktancję  $1/\Lambda_q$

(przenikalność magnetyczna względna aluminium jest w przybliżeniu równa jedności).



Rys. 1. Przykładowy przekrój poprzeczny silnika SynRM; 1 – pakiet stojana, 2 – pakiet wirnika, 3 – wąski żłobek wirnika, 4 – szeroki żłobek wirnika, 5 – uzwojenie stojana rozłożone sinusoidalnie

Rozruch silników SynRM odbywa się poprzez bezpośrednie przyłączenie uzwojenia stojana do sieci, dzięki momentowi asynchronicznemu zapewnianemu przez klatkę rozruchową w wirniku. Pod koniec rozruchu następuje synchronizacja prędkości kątowej wirnika i pola elektromagnetycznego wytwarzanego przez prąd w uzwojeniu stojana, dzięki momentowi reluktancyjnemu wynikającemu z różnicy reluktancji w osiach magnetycznych  $d$  i  $q$  wirnika.

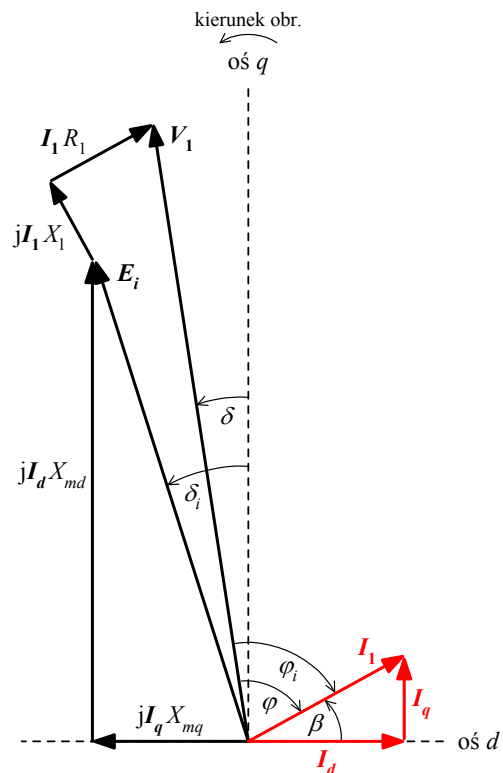
W niniejszym artykule zaprezentowano metodę polowo-obwodową do obliczania charakterystyk elektromechanicznych synchronicznych silników reluktancyjnych. Metoda ta jest zbliżona do tzw. metody polowo-obwodowej obciążeniowej, stosowanej do obliczania charakterystyk elektromechanicznych i parametrów skupionych silników synchronicznych z magnesami trwałymi [3] ÷ [6]. W prezentowanej metodzie, dla każdego z punktów pracy silnika (każdego obciążenia) wykonywana jest oddzielna, dwuwymiarowa, stałoprądowa analiza MES rozkładu pola elektromagnetycznego w maszynie i jednocześnie rozwiązywane są równania modelu silnika SynRM w dwufazowym układzie odniesienia  $dq0$ , z wykorzystaniem specyficznych dla danego punktu pracy parametrów skupionych modelu otrzymanych z analizy MES. Obliczenia są automatycznie powtarzane dla całego, z góry zadanego zakresu obciążeń silnika. W artykule zamieszczono przykładowe charakterystyki elektromechaniczne wybranego silnika SynRM obliczone z wykorzystaniem opracowanego oprogramowania oraz porównano je z wynikami badań laboratoryjnych silnika.

## 2. Metoda polowo-obwodowa obciążeniowa obliczania charakterystyk elektromechanicznych silników SynRM

Idea opisanej tu metody polowo-obwodowej bazuje na możliwości obliczenia dwóch wielkości występujących na wykresie wskazowym silnika SynRM: modułu wskazu napięcia szczytowego  $E_i$  oraz kąta fazowego  $\delta_i$  tego wskazu, po przeprowadzeniu analizy MES rozkładu pola elektromagnetycznego w silniku. Rozkład pola poddawany analizie MES jest indywidualny dla każdego punktu pracy silnika, tzn. zależy on m.in. od aktualnego momentu obciążenia na wale silnika, ale także np. od wartości napięcia zasilania. Tym samym indywidualne są obliczane wartości  $E_i$  oraz  $\delta_i$ .

W celu przeprowadzenia obliczeń charakterystyk elektromechanicznych dla pełnego zakresu obciążeń silnika SynRM, wielkością zadaną z góry (znaną) w omawianej metodzie jest kąt fazowy  $\beta$  wskazu prądu stojana  $I_1$  (rys. 2). Kąt fazowy  $\beta$  jest podawany jako zakres wartości  $\beta_{\min} \div \beta_{\max}$  z krokiem  $\Delta\beta$ , o tak dobranych wartościach granicznych, by odpowiadały one w przybliżeniu minimalnemu i maksymalnemu obciążeniu silnika. Wartość modułu  $I_1$  wskazu prądu stojana  $I_1$  nie jest zadawana z góry, lecz

przy zadanej wartości kąta  $\beta$  jest każdorazowo wyliczana iteracyjnie metodą siecznych, tak by spełnić równanie napięciowe silnika SynRM.



Rys.2. Wykres wskazowy modelu dwufazowego  $dq0$  silnika SynRM przyjęty do wyprowadzenia równań metody polowo-obwodowej

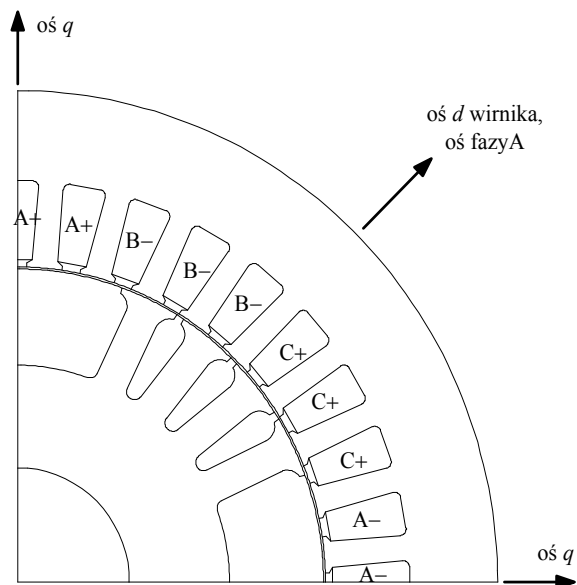
Model MES silnika SynRM jest przygotowywany tak, że oś cewek fazy A uzwojenia stojana (faza odniesienia) pokrywa się z osią  $d$  wirnika (rys. 3). Zakłada się jednocześnie, że model MES odpowiada zawsze chwili czasowej  $t = 0$ , a wartość chwilowa prądu w fazie A uzwojenia opisana jest zależnością:

$$i_A(t) = \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \cos(\omega t + \beta). \quad (1)$$

Przy spełnieniu powyższych założeń, występujący w (1) kąt fazowy  $\beta$  wskazu prądu  $I_1$  odpowiada jednocześnie w modelu MES kątowi przestrzennemu pomiędzy wektorem siły magnetomotorycznej (smm) stojana  $F_s$ , a osią  $d$  wirnika [4]. Dzięki temu, w modelu MES upraszcza się pozycjonowanie smm stojana względem osi  $d$  w toku kolejnych obliczeń dla wzrastających wartości kąta  $\beta$ . Ze względu na symetrię obwodu magnetycznego model MES obejmuje tylko jedną podziałkę biegunową silnika.

Po obliczeniu w MES indywidualnego rozkładu pola elektromagnetycznego w silniku dla zadanego kąta fazowego  $\beta$  oraz dla znalezionej ite-

racyjnie wartości modułu prądu stojana  $I_1$ , spełniającej równanie napięciowe, obliczany jest następnie rozkład przestrzenny wzdłuż szczeliny powietrznej wektorowego potencjału magnetycznego  $A_z(x)$ , gdzie  $x$  oznacza pozycję wzdłuż obwodu szczeliny powietrznej. Rozkład ten odpowiada aktualnemu dla danego punktu pracy rozkładowi strumienia magnetycznego głównego  $\Phi$  w silniku i jest on indywidualny dla każdego punktu pracy.



Rys. 3. Model MES 2D silnika SynRM wykonany wg wymagań algorytmu obliczeniowego

Obliczony rozkład przestrzenny potencjału magnetycznego  $A_z(x)$ , poddawany jest analizie harmonicznej w celu obliczenia współczynników szeregu Fouriera  $a_1$  i  $b_1$  dla jego podstawowej harmonicznej. Współczynniki  $a_1$  i  $b_1$  reprezentują odpowiednio połowę strumienia magnetycznego głównego w osi podłużnej silnika oraz połowę strumienia głównego w jego osi poprzecznej [3 ÷ 5].

Znając współczynniki  $a_1$  i  $b_1$  obliczany jest strumień magnetyczny główny  $\Phi$  w szczelinie powietrznej silnika SynRM, odpowiadający zadanemu kątowi fazowemu  $\beta$  wskazujący prąd oraz obliczonemu iteracyjnie modułowi prądu  $I_1$ :

$$\Phi = 2 \cdot L_{Fe} \cdot \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad (2)$$

gdzie  $L_{Fe}$  to długość czynna pakietu żelaza.

Następnie obliczane jest napięcie szczelinowe  $E_i$  oraz kąt fazowy  $\delta_i$  wektora strumienia wypadkowego  $\Phi$  w szczelinie powietrznej:

$$E_i = 4.44 \cdot f_1 \cdot \Phi \cdot z_1 \cdot k_{u1} \cdot k_s \quad (3)$$

$$\delta_i = \arctg(b_1/a_1) \quad (4)$$

We wzorze (3)  $f_1$  oznacza częstotliwość prądu stojana,  $z_1$  liczbę zwojów szeregowych w fazie uzwojenia,  $k_{u1}$  i  $k_s$  odpowiednio współczynnik uzwojenia i skosu.

Podstawowa różnica pomiędzy opisywanym algorytmem polowo-obwodowym dla silników SynRM a jego odpowiednikiem dla silników PMSM (oraz PMSynRM, skrót od Permanent Magnet assisted SynRM) [6] wynika z różnic w wykresach wskazowych tych silników. Ze względu na brak w przypadku silników SynRM smm wzbudzenia wirnika (brak magnesów trwałych w wirniku), do obliczenia parametrów skupionych wykresu wskazowego - reaktancji magnesującej w osi podłużnej  $X_{md}$  oraz w osi poprzecznej  $X_{mq}$ , nie ma konieczności wykonywania dodatkowej analizy MES rozkładu pola w maszynie, jak to miało miejsce w algorytmie opisanym w [6]. Obie reaktancje magnesujące mogą być obliczone w oparciu o ostatnią analizę MES rozkładu pola elektromagnetycznego wynikającą z iteracyjnego poszukiwania prądu  $I_1$  spełniającego równanie napięciowe silnika SynRM. Reaktancje magnesujące obliczane są, oddzielnie dla każdego punktu pracy silnika, z zależności:

$$X_{mq} = \frac{E_i \cdot \sin \delta_i}{I_1 \cdot \sin \beta} \quad (5)$$

$$X_{md} = \frac{E_i \cdot \cos \delta_i}{I_1 \cdot \cos \beta} \quad (6)$$

Po iteracyjnym obliczeniu modułu prądu obciążenia  $I_1$  oraz odpowiadających mu parametrów  $E_i$ ,  $\delta_i$ , obliczane są dalej w oparciu o równania wynikające z wykresu wskazowego silnika SynRM (rys. 2):

- kąt mocy  $\delta$
- współczynnik mocy  $\cos \varphi$
- moc elektryczna  $P_{ei}$  w szczelinie powietrznej silnika:

$$P_{ei} = 3 \cdot E_i \cdot (I_1 \cdot \sin \beta \cdot \cos \delta_i - I_1 \cdot \cos \beta \cdot \sin \delta_i) \quad (7)$$

- moc elektryczna wejściowa  $P_1$ :

$$P_1 = 3 \cdot V_1 \cdot (I_1 \cdot \sin \beta \cdot \cos \delta - I_1 \cdot \cos \beta \cdot \sin \delta) \quad (8)$$

- moc mechaniczna na wale  $P_m$ :

$$P_m = P_{ei} - \Delta P_m \quad (9)$$

- sprawność  $\eta$ :

$$\eta = P_m / P_1 \quad (10)$$

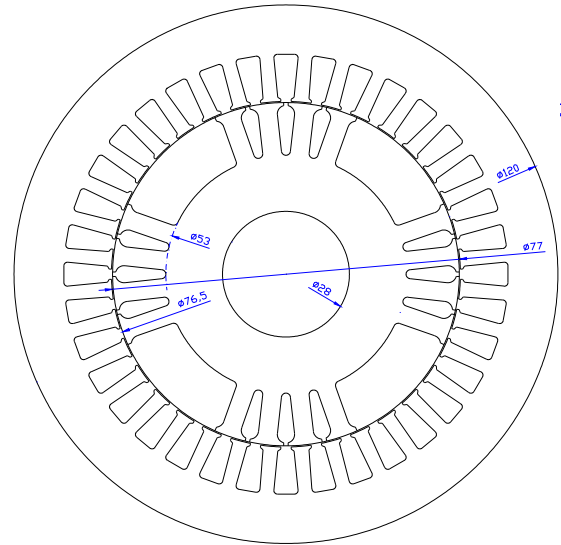
W opracowanym algorytmie do obliczania charakterystyk elektromechanicznych uwzględniono także wpływ strat w żelazie  $\Delta P_{Fe}$  na te charakterystyki. Straty  $\Delta P_{Fe}$  są obliczane osobno i są uwzględnione w schemacie zastępczym silnika, jako dodatkowy rezystor [6].

### 3. Weryfikacja algorytmu i programu obliczeniowego

W celu weryfikacji opracowanego algorytmu i programu obliczeniowego, przeprowadzono obliczenia wybranych charakterystyk elektromechanicznych silnika SynRM wielkości mechanicznej 80 mm,  $2p=4$ , typu RSh80-4BM1 (rys. 4). Silnik RSh80-4BM1 był wcześniej zaprojektowany, wykonywany i przebadany w BOBRME „Komel” (współpraca z BESEL S.A.) [6]. Dla zasilania napięciem  $U_{LL} = 400$  V, stwierdzona w wyniku obliczeń elektromagnetycznych i badań optymalna liczba zwojów szeregowych uzwojenia stojana wynosiła dla tego silnika  $z_1 = 402$  i taką liczbę zwojów przyjęto do obliczeń metodą połowo-obwodową charakterystyk elektromechanicznych zamieszczonych poniżej. W wirniku silnika SynRM wycięte było symetrycznie po trzy zęby na każdej podziałce biegunowej, jak pokazano na rys. 4. W tabeli 1 zestawiono podstawowe dane konstrukcyjne silnika RSh80-4BM1.

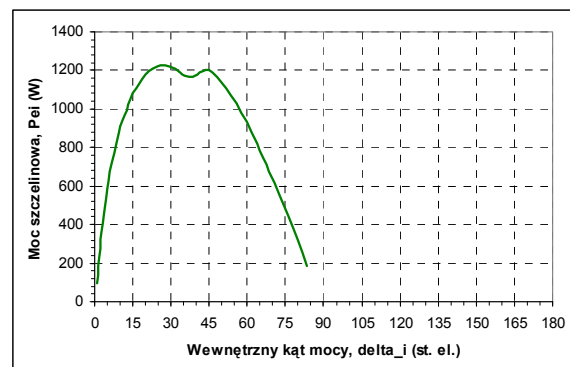
Tabela 1. Podstawowe dane konstrukcyjne silnika typu RSh80-4BM1

Średnica zewn. stojana $D_1$	120
Średnica wewn. stojana $D$	77
Liczba żłobków stojana $Z_1$	36
Liczba żłobków wir. przed wycięciem zębów	28
Liczba wyciętych zębów wir. / podziałkę biegunową	3
Długość pakietu żelaza $L_{Fe}$	72
Szczelina powietrzna $\delta$	0.25
Liczba zwojów szeregowych na fazę $z_1$	402

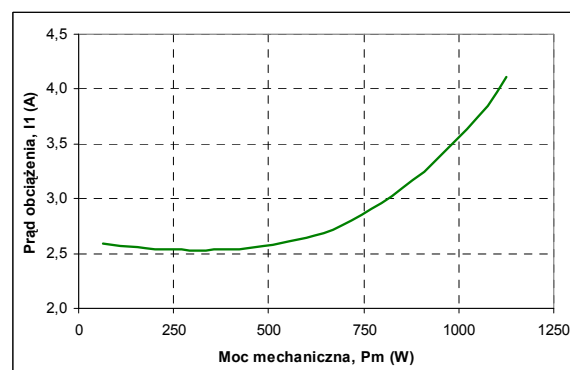


Rys. 4. Podstawowe wymiary przekroju poprzecznego silnika SynRM typu RSh80-4BM1

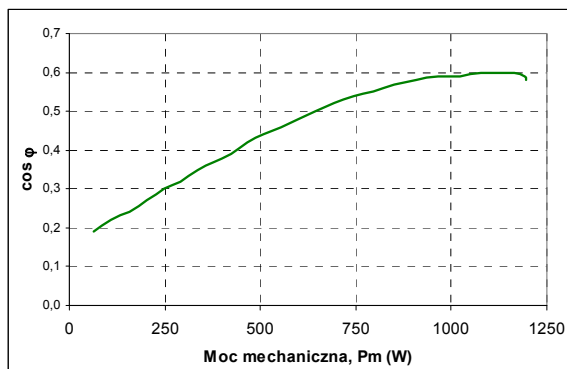
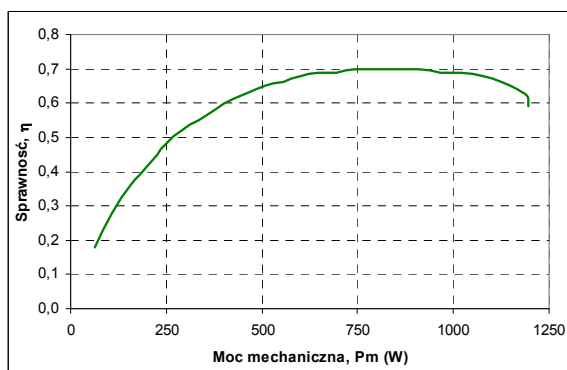
Na rys. 5 ÷ 8 przedstawiono kolejno charakterystyki:  $P_{ei} = f(\delta_i)$ ,  $I_1 = f(P_m)$ ,  $\cos \varphi = f(P_m)$  oraz  $\eta = f(P_m)$ , obliczone dla silnika SynRM typu RSh80-4BM1.



Rys. 5. Obliczona charakterystyka  $P_{ei} = f(\delta_i)$



Rys. 6. Obliczona charakterystyka  $I_1 = f(P_m)$

Rys.7. Obliczona charakterystyka  $\cos\varphi = f(P_m)$ Rys.8. Obliczona charakterystyka  $\eta = f(P_m)$ 

W tabeli 2 zestawiono obliczone i zmierzone laboratoryjnie podstawowe parametry silnika SynRM typu RSh80-4BM1, w wariantcie wykonania  $z_1 = 402$ . Moc znamionowa silnika RSh80-4BM1 wynosi  $P_N = 550$  W i dla takiej też mocy podano parametry w tabeli 2.

Tabela 2. Porównanie obliczonych i zmierzonych laboratoryjnie parametrów silnika SynRM  $2p = 4$ , w.m. 80 mm, typu RSh80-4BM1 przy napięciu zasilania  $U_{LL} = 400$  V i prędkości synchronicznej  $n = 1500$  obr/min.

	Obciążenie						Bieg jałowy	
	P W	T N·m	$T_{S,max}$ N·m	$I_1$ A	$\eta$ —	$\cos\varphi$ —	$I_{1,0}$ A	$\cos\varphi_0$ —
RSh80-4BM1 obliczenia	550	3.5	7.4	2.6	0.66	0.46	2.65	0.15
RSh80-4BM1 pomiar	550	3.5	6.6	2.7	0.62	0.47	2.68	0.15

#### 4. Podsumowanie

Dane zamieszczone w tabeli 2 potwierdzają poprawność opracowanego algorytmu obliczeniowego polowo-obwodowego dla silników SynRM. Zarówno dla stanu pracy synchronicznej na biegu jałowym, jak i pod obciążeniem, otrzymane z obliczeń wartości prądów stojana

$I_1$ , współczynników mocy  $\cos\varphi$  oraz współczynników sprawności  $\eta$  są bliskie wartościom tych parametrów otrzymanym w czasie badań laboratoryjnych.

Przedstawiona tu metoda polowo – obwodowa obliczania parametrów silników SynRM przy pracy synchronicznej ma następujące zalety:

- parametry skupione schematu zastępczego silnika SynRM:  $X_{md}$ ,  $X_{mq}$ , obliczane są z uwzględnieniem wpływu zmian stanu nasycenia magnetycznego przy zmianach obciążenia (punktu pracy) silnika;
- metoda uwzględnia wpływ strumienia w osi podłużnej  $d$  silnika na stan nasycenia magnetycznego na drodze strumienia w osi poprzecznej  $q$  i odwrotnie, wpływ strumienia w osi  $q$  na stan nasycenia w osi  $d$ ;
- nakład obliczeniowy konieczny dla zaprojektowania silnika SynRM o wymaganych parametrach – charakterystykach przy pracy synchronicznej, jest stosunkowo niewielki w porównaniu do innych metod obliczeniowych opartych na MES (dla każdego punktu pracy silnika wymagana jest w najlepszym wypadku jedna analiza stałoprądowa MES rozkładu pola magnetycznego, konieczne analizy MES rozkładu pola przy iteracyjnym poszukiwaniu wartości prądu  $I_1$  spełniającego równanie napięciowe maszyny nie przekraczają zwykle liczby 4); niski nakład obliczeniowy umożliwia wykorzystanie opracowanego algorytmu do obliczeń optymalizacyjnych.

#### 5. Literatura

- [1] T. Glinka, M. Jakubiec, A. Wieczorek, *Silnik asynchroniczny synchronizowany momentem reluktancyjnym*, Wiadomości Elektrotechniczne, Nr 2/2001.
- [2] T. Glinka, M. Jakubiec, A. Wieczorek, *Wpływ rozwiązań konstrukcyjnych obwodu elektromagnetycznego na parametry silnika asynchronicznego synchronizowanego momentem reluktancyjnym*, Wiadomości Elektrotechniczne, Nr 6/2001.
- [3] M.A. Rahman, P. Zhou, *Determination of Saturated Parameters of PM Motors Using Loading Magnetic Fields*, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-27, No. 5, pp. 3947-3950, Sep. 1991.
- [4] M.A. Rahman, P. Zhou, *Field-Based Analysis for Permanent Magnet Motors*, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-30, No. 5, pp. 3664-3667, Sep. 1994.
- [5] P. Zhou, M.A. Rahman, M.A. Jabbar, *Field Circuit Analysis of Permanent Magnet Synchronous*

*Motors*, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-30, No. 4, pp. 1350-1359, July 1994.

[6] R. Rossa, *Poprawa charakterystyk elektromechanicznych silników SynRM poprzez wprowadzenie magnesów trwałych do wirnika*, Zeszyty Problemowe „Maszyny Elektryczne”, BOBRME „Komet”, nr 77/2007, str. 257-261.

[7] V.B. Honsinger, *Performance of Polyphase Permanent Magnet Machines*, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-99, No. 4, 1980.

### **Autor**

dr inż. Robert Rossa  
Branżowy Ośrodek Badawczo-Rozwojowy Maszyn Elektrycznych „KOMEL”  
40-203 Katowice, al. Roździeńskiego 188  
Tel. +48-32-2999381  
r.rossa@komet.katowice.pl

### **Recenzent**

*Prof. dr hab. inż. Jan Zawilak.*