

Paweł Idziak
Instytut Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej
Politechniki Poznańskiej

CZĘSTOTLIWOŚCI WŁASNE DRGAŃ WIRNIKA SILNIKA SYNCHRONICZNEGO Z MAGNESAMI TRWAŁYMI

THE NATURAL FREQUENCIES OF VIBRATION OF SYNCHRONOUS MOTOR ROTOR WITH PERMANENT MAGNETS

Abstract: The paper presents the results of numerical and experimental studies leading to determination the natural frequencies of rotor vibration values in a synchronous motor with permanent magnets (PMSM). The subject of study was a rotor of hybrid construction. The permanent magnets were mounted in the laminated rotor core. This package was placed on the shaft with the use of special plastic ring. The mechanical stiffness of the ring has substantial influence upon the values of natural frequencies of the whole structure. Efforts have been made to determine the frequencies of system vibration by the use of analytical method. In this case it is necessary to determine the moment of rotor inertia. The moment has been determined analytically and experimentally as well. Moreover a numerical model of rotor in question has been presented in the article. The series of computation were carried out in COMSOL environment. The results of numerical calculations and physical tests were in good conformability. The studies have proved the correctness of proposed numerical model PMSM of the rotor.

1. Wstęp

Osiągnięcia ostatnich lat w zakresie technologii wytwarzania materiałów magnetycznie twardych zdolnych do gromadzenia bardzo dużych ilości energii gwałtownie przyspieszyły rozwój nowych konstrukcji maszyn elektrycznych, zwłaszcza maszyn małej mocy prądu stałego i synchronicznych. Szczególnie te ostatnie, zasilane ze specjalnych zasilaczy (falowników) zapewniają dzisiaj możliwość bardzo precyzyjnego regulowania prędkości obrotowej przy zachowaniu relatywnie dużego momentu obrotowego i wysokiej sprawności.

Konieczność stosowania dla tych konstrukcji układów falownikowych zwiększa niebezpieczeństwo zasilania maszyny napięciem odkształconym tzn. takim, w którym zawartość wyższych harmonicznych będzie duża. To z kolei skutkuje groźbą powstania wszelkiego typu zjawisk rezonansowych zarówno elektromagnetycznych jak i mechanicznych. Siły wzajemnego oddziaływania powstające pomiędzy stojanem maszyny a jej wirnikiem oddziałują na oba elementy maszyny z tym, że tylko stojan bezpośrednio kontaktuje się z otaczającym maszynę środowiskiem. Hałas oraz drgania emitowane przez napęd elektryczny są zależne w równej mierze od konstrukcji, technologii wykonania

poszczególnych węzłów maszyny, a także od sposobu zasilania i eksploataowania (posadowienia maszyny, jej sprzęgnięcia z odbiorem lub napędem, sposobu wentylowania itp.) [3,4,5,6]. W niniejszym artykule zwrócono szczególną uwagę na maszyny synchroniczne małej mocy wzbudzone magnesami trwałymi (tzw. PMSM), a dokładniej na problem określenia częstotliwości własnych wirnika takiej maszyny. Praca z regulowaną w szerokim zakresie prędkością obrotową przy jednoczesnym zasilaniu napięciem odkształconym stwarza szczególnie dogodne warunki do powstawania drgań o charakterze rezonansowym [4,6]. Rozważaniom poddano wirnik maszyny synchronicznej o mocy 3 kW o konstrukcji hybrydowej.

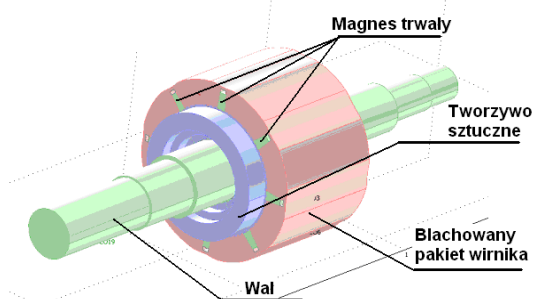
2. Opis badanej konstrukcji

O podatności danego obiektu na drgania decydują jego konstrukcja (kształt, rozmieszczenie masy) oraz właściwości użytych materiałów i sposób ich wzajemnego łączenia. Większość wirników maszyn elektrycznych to konstrukcje zwarte, wykonane w postaci elementów litych lub pakietowanych ze stali konstrukcyjnych, ferromagnetyków twardych, aluminium (klatka wirnika). W rozpatrywanym przypadku wirnik oprócz wymienionych materiałów zawiera wyjątkowo dużo tworzywa sztucznego.

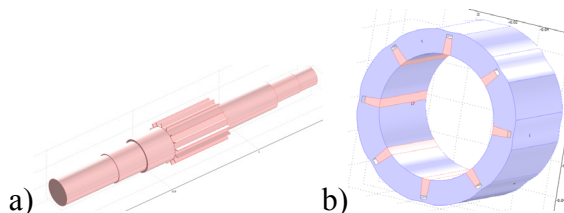
Na masywnym bardzo głęboko radełkowanym, stalowym wale osadzony jest pakiet blach. W żłobkach pakietu, otwartych od strony wewnętrznej umieszczone są wkładki wykonane z magnesu trwałego. Przestrzeń pomiędzy pakietem a wałem silnika wypełniona jest tworzywem sztucznym wprowadzonym metodą wtryskiwania. Odległość pomiędzy wałem i pakietem jest na tyle duża, że nie istnieje niebezpieczeństwo zamknięcia obwodu magnetycznego wirnika poprzez wał. Konstrukcja wirnika jest prawnie chroniona. Rysunki 1, 2 i 3 przedstawiają odpowiednio widok badanego wirnika oraz jego model numeryczny.



Rys. 1. Widok badanego wirnika



Rys. 2. Model badanego wirnika



Rys. 3. Model numeryczny detali badanego wirnika: a) wał z widocznymi występami b) pakiet wirnika z wkładkami z magnesów trwałych

Znaczna niejednorodność materiałów (pod względem właściwości mechanicznych) oraz stosunkowo duża szczelina pomiędzy pakietem i wałem wypełniona tworzywem o zupełnie

odmiennych właściwościach mechanicznych stwarza niebezpieczeństwo powstania drgań giętych wirnika w różnych przedziałach prędkości obrotowej.

W artykule podjęto próbę wyznaczania częstotliwości własnych takiej konstrukcji. Oszacowano częstotliwości te metodą analityczną oraz na podstawie pomiarów. Uzyskane wyniki porównano z rezultatami eksperymentu numerycznego.

3. Analityczne oszacowanie częstotliwości własnych elementów wirnika

Badany obiekt ma stosunkowo złożoną konstrukcję. W rozważaniach przyjęto, że deformacje przekroju poprzecznego części pakietowanej, wynikające z przyjętej technologii montażu magnesów trwałych (zgniecenia powodujące odstępstwo od przekroju kołowego – patrz rys. 1. i 3.b) są na tyle małe, że można je pominąć. Ponadto założono, że część wału z widocznymi występami można zastąpić walcem o promieniu większym niż rzeczywisty tak, aby skompensować przyrost masy.

Analityczne wyznaczanie częstości własnych brył wirujących wymaga określenia momentów bezwładności [4,6]. W rozpatrywanym przypadku zastosowano metodę superpozycji. W tym celu podzielono wirnik na szereg brył elementarnych, dla których znane są zależności opisujące wspomniane momenty. W celu weryfikacji uzyskanych wartości moment bezwładności kompletnego wirnika określono również metodą wahadła skrętnego. Wyniki obliczeń i pomiarów zebrano w Tab. 1.

Tab. 1. Moment bezwładności wirnika

| Moment bezwładności wirnika J obliczony | Moment bezwładności J wyznaczony metodą wahadła skrętnego |
|---|---|
| [kgm ²] | [kgm ²] |
| 0,001663 | 0,00150 |

Częstotliwość własną rzędu pierwszego wyznaczono z zależności [4,6]:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{1}{\lambda_{\Theta}} \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} + \dots \right)}; \quad (1)$$

przy czym:

$$\lambda_{\Theta} = \frac{32}{\pi G} \frac{l}{r^4}; \quad (2)$$

gdzie: G – moduł sprężystości na ścinanie [Pa];
 l – długość obliczeniowa wirnika [m];
 r – promień bryły [m]; J_i – moment bezwładności i -tego fragmentu rozpatrywanej bryły.

Wyniki obliczeń zebrano w Tab. 2.

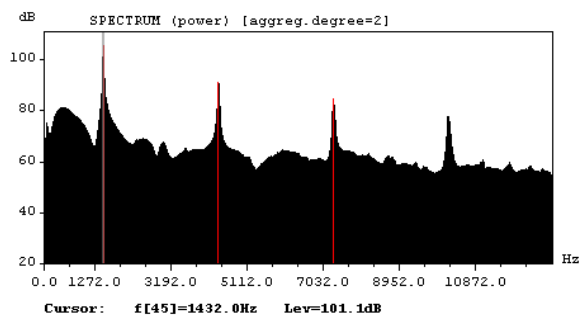
Tab.2. Częstotliwości własne elementów wału

| | |
|--------------------|-----------|
| Wał | 1943 [Hz] |
| Pakiet z magnesami | 3053 [Hz] |

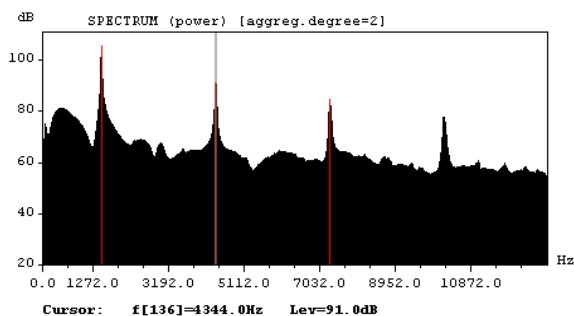
4. Eksperymentalne wyznaczenie częstotliwości własnych wirnika

Analityczne oszacowanie częstotliwości własnych elementów wirnika pozwoliło odpowiednio przygotować eksperyment wyznaczania drgań własnych konstrukcji metodą pomiarową. Badania przeprowadzono korzystając zarówno z pobudzania badanego wirnika wzbudnikiem drgań zasilanym z generatora o stabilizowanym poziomie amplitudy jak też wykorzystano pobudzenie impulsowe. Obie metody badawcze dały w rozpatrywanym przypadku porównywalne wyniki. Pomiary wykonano dla wirnika zawieszono elastycznie tak, aby na badany obiekt nie przenosiły się drgania środowiska. Wyniki eksperymentu obrazują rysunki 4. i 5.

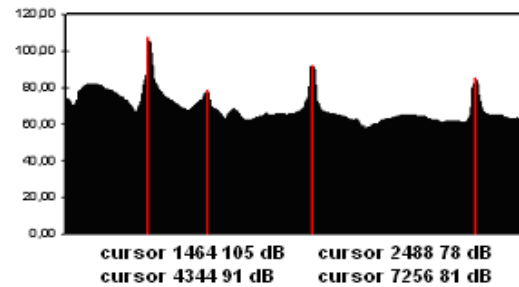
a)



b)



Rys. 4. Widmo drgań zarejestrowane podczas wymuszenia udarem



Rys. 5. Odpowiedź wirnika podczas pobudzania do drgań wzbudnikiem

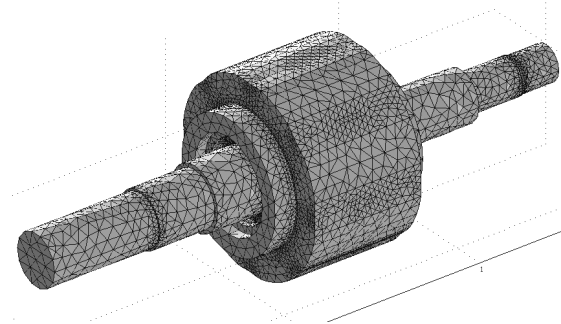
Na szczególną uwagę zasługują częstotliwości ok. 1470 Hz, 4340 Hz oraz 2490 Hz i 7260 Hz.

Wymuszanie drgań wirnika zrealizowane dwiema metodami dało podobne wyniki.

5. Numeryczne obliczenie częstotliwości własnych wirnika

Numeryczne wyznaczenie częstotliwości własnych zrealizowano w środowisku COMSOL [7]. Zbudowano model numeryczny badanego obiektu, a następnie metodą elementów skończonych (MES) zrealizowano eksperyment obliczeniowy.

Rys. 6. przedstawia węzłowy model całego wirnika. Na rysunku wyraźnie widoczne są miejsca zagęszczenia siatki wynikające z nielocowej powierzchni bocznej walca wirnika.



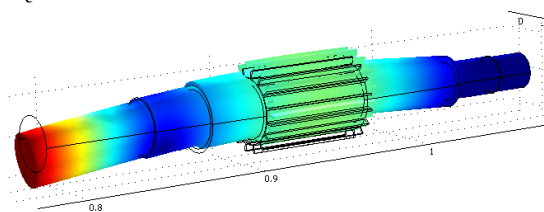
Rys. 6. Numeryczny model wirnika

Ze względu na złożoność budowy (radelkowanie wału, „mocowanie” magnesów itp.) zbudowany model wymagał relatywnie gęstej siatki (liczba elementów przekroczyła 50 tysięcy).

W ramach obliczeń wyznaczono częstotliwość własną wału oraz całego wirnika. Podstawową trudnością w tego typu analizie jest dobór rzeczywistych parametrów materiałowych. Problemy te potwierdzają doniesienia literaturowe [3,5]. Niezwykła staranność wymagana jest również przy odwzorowywaniu detali konstrukcyjnych badanego obiektu.

Nadmierna dokładność prowadzi do istotnego zwiększenia liczby węzłów siatki dyskretyzującej; jej rozrzedzenie nie pozwala z kolei wiarygodnie obliczyć poszukiwanych wielkości. Na szczególną uwagę zasługuje problem odwzorowania powierzchni granicznych tj. powierzchni, na których następuje skokowa zmiana szukanych wielkości lub istotna, co do właściwości fizycznych, zmiana np. materiału.

Na podstawie obliczeń stwierdzono, że przewidywana wartość częstotliwości własnej wału wynosi ok. 1870 Hz (analityczne obliczona wartość wynosiła 1943 Hz). Rys. 7 przedstawia deformacje wału dla tej częstotliwości.



Rys. 7. Deformacje wału po wpływie drgań rzędu 1

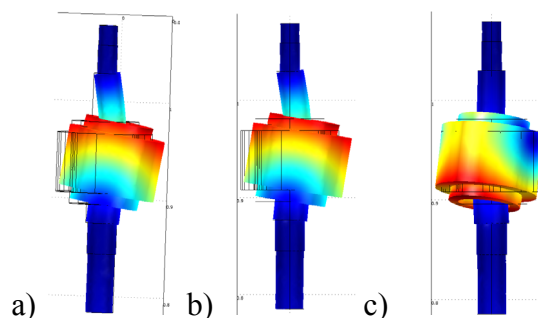
Obliczenia wykazały także drgania wału wyższych rzędów. Szczególną uwagę należy zwrócić na częstotliwość ok. 4750 Hz. W tym paśmie w niewielkiej od siebie odległości występują, bowiem dwie częstotliwości wywołujące drgania we wzajemnie prostopadłych płaszczyznach.

Obliczenia wykazały, że podstawowymi częstotliwościami własnymi rozpatrywanego wirnika są częstotliwości: ok. 1480 Hz (tj. 1478 Hz i 1485 Hz), ok. 1970 Hz oraz ok. 3270 Hz. Każda z wymienionych częstotliwości posiada wstęgi boczne wywołujące drgania w odmiennych płaszczyznach. Przykładowe deformacje wirnika wywołane wspomnianymi częstotliwościami (modami drgań [3,7]) prezentują rysunki 8. i 9.

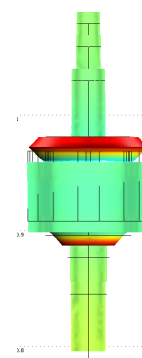
Na podkreślenie zasługuje dobra zbieżność wyników uzyskanych z pomiarów oraz obliczeń numerycznych.

Drgania rzędu pierwszego (ok. 1480 Hz) powodują przede wszystkim deformacje wału w okolicy zamocowania walca wirnika. W tym miejscu warstwa tworzywa sztucznego mocującego walec wirnika do wału jest wyjątkowo gruba. Drgania rzędu drugiego (modu 2) dotyczą w zasadzie walca wirnika (pakietowana część wirnika).

Drgania wyższych częstotliwości powodują przede wszystkim deformacje części pakietowanej.

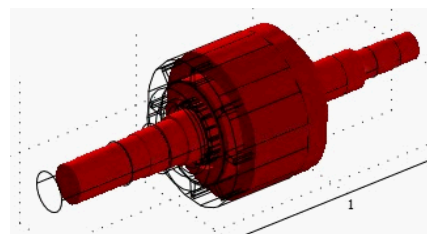


Rys. 8. Deformacje wirnika dla częstotliwości: a) 1478 Hz, b) 1485 Hz, c) 1969 Hz



Rys. 9. Drgania pakietowanej części wirnika (częstotliwość 3292 Hz) – widoczne okresowe spęczenia części wykonanej z tworzywa sztucznego

Obliczenia wykazały ponadto przemieszczenia całego wirnika wzdłuż jego osi. Przemieszczenie to zachodzą z bardzo niskimi częstotliwościami (poniżej 1 Hz) i są praktycznie nieweryfikowalne pomiarowo (Rys. 10).



Rys. 10. Przemieszczenia całego wirnika obliczone dla częstotliwości drgań własnych mniejszej niż 1 Hz

6. Podsumowanie

Przeprowadzony eksperyment obliczeniowy i pomiarowy wykazał generalnie dobrą zbieżność uzyskanych wyników. Dotyczy to zarówno metod analitycznych jak

i numerycznych, przy czym przyjęto, że wartościami odniesienia będą wyniki pomiarów. Analityczne wyznaczenie częstotliwości własnych całego wirnika o tak złożonej, jak prezentowana, konstrukcji nie daje satysfakcjonujących rezultatów. Wydaje się, że drgania samego wału można określać analitycznie z dostateczną dla praktyki inżynierskiej dokładnością (patrz Tab. 2).

W przypadku obliczeń numerycznych zgodność wyników zarówno dla wału jak i wirnika dla wybranych częstotliwości była dobra.

Podstawową trudnością przy eksperymencie numerycznym jest problem odpowiedniego „odzworowania” właściwości materiałowych, szczególnie tych dotyczących sprężystości i podatności. Zwraca na to uwagę wielu autorów [2,3,4]. Podczas badań uzupełniono bazę danych oprogramowania COMSOL [7]. W rozpatrywanym przypadku o częstotliwościach drgań rzędu 1, a zwłaszcza wyższych decydowały właściwości mechaniczne tworzywa użytego do połączenia wału maszyny i części pakietowanej wirnika.

W prezentowanej części eksperymentu nie rozpatrywano udziału łożysk podpierających wał w maszynie. Sztywność mechaniczna tych elementów może zmienić charakter zachowań wirnika [1]. Podczas pomiarów oraz podczas obliczeń numerycznych przyjęto, że wirnik jest podparty w miejscach czopów łożyskowych w sposób umożliwiający obrót wału.

Pracę realizowano w ramach Projektu POIG 01.01.02-00-113/09 „Nowa generacja energooszczędnych elektrycznych napędów do pomp i wentylatorów dla górnictwa”

7. Literatura

- [1] Nelson C.: *Rotor Dynamic without Equations*. International Journal of COMADEM, 10(3), July 2007, pp 2-10.
- [2] Podhajecki J., Szymaniec S.: *Wyznaczanie drgań własnych wirnika w bezszczotkowym silniku prądu stałego z magnesami trwałymi*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne nr 85, 2010, wyd. BOBRME Komel, s. 155-159.
- [3] Podhajecki J., Szymaniec S.: *Wyznaczanie drgań własnych wirnika silnika indukcyjnego*. Zeszyty Problemowe Maszyny Elektryczne nr 87, 2010, wyd. BOBRME Komel, s. 173-177.
- [4] Шубов И. Г.: *Шум и вибрация электрических машин*. Энергия, Ленинградское Отделение 1986.
- [5] Shiyu Zhou, Jianjun Shi: *The Analytical Imbalance Response of Jeffcott Rotor During Acceleration*. Journal of Manufacturing Science and Engineering may 2001 Vo. 123 pp 299-302.
- [6] Timoschenko S.: *Vibration problems in engineering*. D. Van Nostrand Company, Inc, Princeton, New Jersey, Toronto, New York, 1956
- [7] COMSOL AB *Technical Documentation* 2009.

Autor

dr inż. Paweł Idziak, Instytut Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej Politechniki Poznańskiej, ul. Piotrowo 3A, 60-965 Poznań, pawel.idziak@put.poznan.pl

Recenzent

Prof. dr hab. inż. Ryszard Palka