

Stanisław Rawicki, Marcin Nowak
Politechnika Poznańska, Poznań

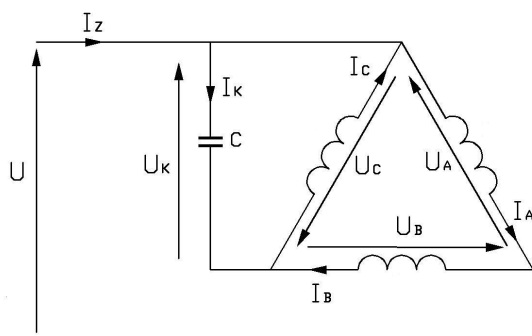
DOBÓR OPTYMALNEJ POJEMNOŚCI KONDENSATORA PRZY JEDNOFAZOWEJ PRACY SILNIKA INDUKCYJNEGO Z TRÓJFAZOWYM UZWOJENIEM STOJANA

CHOICE OF OPTIMUM CONDENSER CAPACITANCE AT SINGLE - PHASE OPERATION OF INDUCTION MOTOR WITH THREE – PHASE STATOR WINDING

Abstract: The paper deals with problems connected with the single-phase operation of an induction motor possessing a three-phase winding in the stator and an additional condenser. Simulation calculations have been realized and they have shown that the pulsating torques of great amplitudes have appeared during the single-phase work of the induction motor. The mechanical pulsations generate vibration and noise. The new conception of the choice of the optimum value of the condenser capacitance has been presented. The condenser ought to ensure both the great mechanical power of the motor and decrease of vibration and noise. Besides the mechanical power and amplitude of the pulsation torque, values of many other, important electrical parameters have been simultaneously analysed, for example: power losses in windings resistances, the constant component of the motor torque, the power factor, the efficiency, currents and voltages connected with the phase windings, the electric active and reactive power, the supply current flowing from the single-phase feeding network, the voltage and the current of the condenser.

1. Wstęp

Praca jednofazowa silnika indukcyjnego z 3-fazowym uzwojeniem stojana występuje np. w sytuacji awarii jednej z faz zasilania lub gdy dysponujemy tylko zasilaniem jednofazowym, a do zastosowania jest jedynie typowy silnik indukcyjny 3-fazowy. W praktyce istnieje wiele możliwości podłączenia takiego silnika indukcyjnego do sieci jednofazowej [1, 3] przy wykorzystaniu dodatkowej impedancji. W niniejszym artykule rozpatrzono jeden, dość często spotykany układ z dodatkowym kondensatorem włączonym w jedną z faz stojana tak jak na rys. 1.



Rys. 1. Schemat badanego układu dla jednofazowej pracy silnika indukcyjnego z 3-fazowym uzwojeniem stojana i dodatkowym kondensatorem

Bardzo istotnym problemem przy jednofazowej pracy trójfazowego silnika indukcyjnego jest dobór odpowiedniej wartości pojemności dodatkowego kondensatora. W literaturze można znaleźć przykłady opierające się głównie na doborze optymalnej pojemności kondensatora w celu uzyskania maksymalnej mocy użytecznej [1]. Pomijany jest jednak zupełnie inny problem, polegający na silnych pulsacjach momentu, występujących w układzie jak na rys.1. Moment ten wynika z niesymetrii pola elektromagnetycznego w silniku i jest on źródłem drgań mechanicznych i hałasu. Pomijanie dotąd tych zjawisk w literaturze dotyczącej pracy jednofazowej silnika trójfazowego jest niewłaściwe. W dzisiejszych czasach zwraca się bowiem bardzo dużą uwagę na ochronę środowiska i dostosowywanie urządzeń do warunków jak najmniejszej uciążliwości dla otoczenia. Z powyższych powodów w niniejszym artykule sformułowano oryginalną tezę, że konieczne jest nie tylko optymalne dobranie pojemności kondensatora ze względu na maksymalną moc mechaniczną użyteczną, ale również ze względu na odpowiednie zmniejszenie amplitudy momentu tętniącego, a tym samym drgań i hałasu silnika. Oprócz mocy mechanicznej oraz amplitudy momentu tętnią-

cego równoległej analizie poddane zostały również wartości wielu innych parametrów elektrycznych, takich jak np. składowa stała momentu silnika, współczynnik mocy, sprawność, prądy i napięcia uzwojeń fazowych, pobrana moc czynna i bierna silnika, prąd pobierany z jednofazowej sieci zasilającej, napięcie i prąd kondensatora.

2. Model matematyczny

Aby przeprowadzić wszechstronną analizę pracy jednofazowej silnika z 3-fazowym uzwojeniem stojana i kondensatorem stworzono dwa modele matematyczne. Pierwszy model dotyczący stanu ustalonego badanego silnika został oparty na metodzie składowych symetrycznych.

Ponieważ w przypadku układu połączeń jak na rys. 1 nie występują składowe symetryczne zerowe prądu i napięcia, wyznaczamy tylko składowe zgodne i przeciwne napięcia (\underline{U}_1 i \underline{U}_2) i prądu (\underline{I}_1 i \underline{I}_2):

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 \\ \underline{U}_2 = \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 \end{cases} \quad (1)$$

Zastępcze zespolone wartości impedancji dla składowych zgodnej \underline{Z}_1 i przeciwnej \underline{Z}_2 wyznaczono na podstawie wzorów, w których parametry wirnika występują w formie sprowadzonej do obwodu stojana:

$$\underline{Z}_1 = R_S + jX_{rS} + \frac{\underline{Z}_m(jX_{rW} + \frac{R_W}{s})}{\underline{Z}_m + jX_{rW} + \frac{R_W}{s}} \quad (2)$$

$$\underline{Z}_2 = R_S + jX_{rS} + \frac{\underline{Z}_m(jX_{rW} + \frac{R_W}{2-s})}{\underline{Z}_m + jX_{rW} + \frac{R_W}{2-s}} \quad (3)$$

gdzie: R_S , R_W - rezystancja uzwojenia fazowego stojana i wirnika; X_{rS} , X_{rW} - reaktancja rozproszenia stojana i wirnika; s - poślizg; \underline{Z}_m - wyrażona w postaci zespolonej impedancja zastępcza gałęzi poprzecznej schematu zastępczego silnika. Wartości napięć i prądów w uzwojeniach fazowych silnika indukcyjnego zostały wyznaczone na podstawie układów równań (4) i (5):

$$\begin{cases} \underline{U}_A = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 \\ \underline{U}_B = a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 \\ \underline{U}_C = a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \underline{I}_A = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 \\ \underline{I}_B = a^2 \underline{I}_1 + a \underline{I}_2 \\ \underline{I}_C = a \underline{I}_1 + a^2 \underline{I}_2 \end{cases} \quad (5)$$

Zgodnie z oznaczeniami na rys.1 można zapisać następujące zależności, wynikające z więzów elektrycznych:

$$\underline{U} = \underline{U}_A \quad (6)$$

$$\underline{U}_K = -\underline{U}_C \quad (7)$$

$$\underline{I}_Z = \underline{I}_A - \underline{I}_B \quad (8)$$

$$\underline{I}_K = \underline{I}_C - \underline{I}_B \quad (9)$$

Pomiędzy napięciem na kondensatorze \underline{U}_K i prądem \underline{I}_K występuje związek:

$$\underline{U}_K = \underline{Z}_K \cdot \underline{I}_K \quad (10)$$

Dla pulsacji ω_1 sieci zasilającej zespolona impedancja \underline{Z}_K kondensatora o pojemności C dana jest wzorem:

$$\underline{Z}_K = -\frac{j}{\omega_1 C} \quad (11)$$

Drugi model matematyczny został oparty na równaniach różniczkowych zastępczej maszyny dwufazowej indukcyjnej, która jest związana z nieruchomym względem stojana układem współrzędnych α , β . W ramach tego rodzaju modelu stosunkowo łatwo otrzymuje się rozwiązania w postaci funkcji czasowych, co okazało się dogodnie dla wyznaczenia i analizy przebiegu momentu elektromagnetycznego przy pracy jednofazowej silnika z kondensatorem. Równania (12-14) uwzględniają zależności wynikające z więzów elektrycznych w układzie połączeń na rys. 1 i dotyczą obwodu stojana:

$$D\psi_{\alpha S} = \sqrt{2}U \cos \delta - R_S i_{\alpha S} \quad (12)$$

$$D\psi_{\beta S} = -\sqrt{\frac{2}{3}}U \cos \delta + \frac{2}{\sqrt{3}}u_K - R_S i_{\beta S} \quad (13)$$

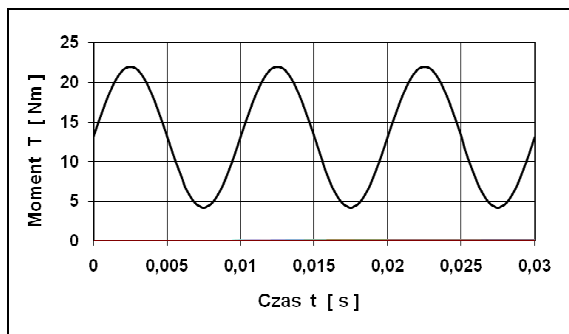
$$Du_K = -\frac{\sqrt{3}}{C} i_{\beta S}, \quad \delta = \omega_1 t + \gamma \quad (14)$$

gdzie: D – symbol różniczkowania d/dt , $\Psi_{\alpha S}$, $\Psi_{\beta S}$ – strumienie skojarzone stojana w osi α i β maszyny dwufazowej; γ – początkowa faza napięcia. Klasyczne równania obwodu wirnika maszyny indukcyjnej zostały tutaj pominięte. Moment elektromagnetyczny T silnika o liczbie par biegunów p opisany jest znaną zależnością:

$$T = \frac{3}{2} p M (i_{\alpha W} \cdot i_{\beta S} - i_{\beta W} \cdot i_{\alpha S}) \quad (15)$$

3. Wyniki badań symulacyjnych

Badania symulacyjne przeprowadzone zostały w ramach programu komp. Matlab, przy czym w przyjętych modelach były uwzględnione parametry rzeczywistego silnika indukcyjnego.



Rys. 2. Przykładowy wykres funkcji czasowej momentu silnika w stanie ustalonym dla pojemności $C = 105\mu F$ i poślizgu silnika $s = 0,05563$

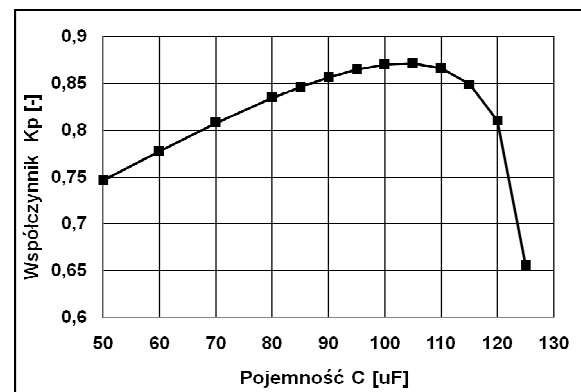
Dane znamionowe badanego silnika przy symetrycznej pracy trójfazowej są: moc 2,2kW, częstotliwość 50Hz, napięcie stojana 380V/220V (odpowiednio przy połączeniu stojana w gwiazdę lub w trójkąt), napięcie połączonego w gwiazdę wirnika 72V, prąd stojana 4,6A/8A, prędkość obrotowa 1400obr/min, współczynnik mocy $\cos\varphi = 0,88$.

Na rys. 2 pokazano przebieg czasowy momentu silnika, na którym obserwuje się występowanie składowej pulsującej o częstotliwości 100Hz i stosunkowo dużej amplitudzie. Rysunek ten ilustruje stan ustalony przy stałej prędkości wirnika; podany przykład dotyczy wartości pojemności $C=105\mu F$ i poślizgu silnika $s=0,05563$. Amplituda momentu pulsującego wynosi 8,87Nm (58% wartości momentu znamionowego), a składowa stała momentu jest równa 13,06Nm (85,8% przy odniesieniu do znamionowej wartości momentu badanego silnika przy symetrycznej pracy trójfazowej).

W literaturze, np. [1], badana jest praca jednofazowa silnika indukcyjnego z 3-fazowym uzwojeniem stojana i kondensatorem w zakresie obciążeń pomiędzy dwoma skrajnymi przypadkami: 1) gdy prąd w żadnej fazie nie przekracza wartości znamionowej, 2) gdy suma strat mocy na rezystancjach stojana i wirnika nie przekracza nominalnych strat na tych rezystancjach przy symetrycznej pracy trójfazowej silnika; w drugim przypadku niektóre uzwojenia fazowe są przeciążone.

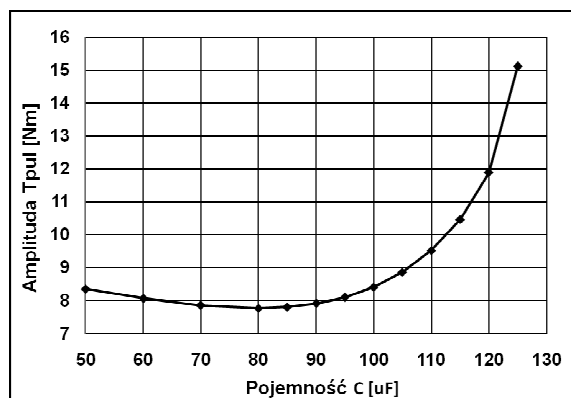
W tym rozdziale przy różnych pojemnościach C wyznaczono poślizgi, dla których suma strat mocy na rezystancjach stojana i wirnika jest równa nominalnym stratom ($\Delta PC_{un}=343,7W$) na tych rezystancjach przy symetrycznej pracy trójfazowej. Przy spełnieniu dla wszystkich punktów obliczeniowych takiej zależności, dotyczącej sumy strat mocy na rezystancjach, przedstawiono na rysunkach 3-13 wyniki obliczeń pokazujących wartości różnych parametrów silnika przy pracy jednofazowej.

Na rys.3 dla różnych pojemności kondensatora podano największe możliwe wartości współczynnika wykorzystania mocy K_p , który zdefiniowano jako stosunek mechanicznej mocy użytecznej na wale silnika indukcyjnego przy pracy jednofazowej do mocy znamionowej przy symetrycznej pracy trójfazowej.



Rys. 3. Zależność największej możliwej wartości współczynnika wykorzystania mocy K_p od pojemności dodatkowego kondensatora

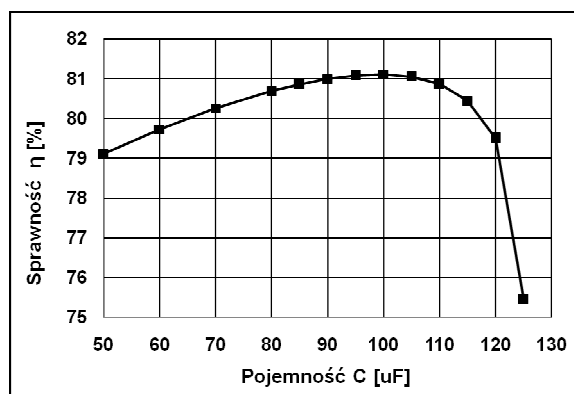
Największy współczynnik wykorzystania mocy K_p równy 0,871 otrzymano dla poślizgu $s = 0,0556$ przy pojemności $C = 105\mu F$. Wykonano też obliczenia amplitudy składowej pulsującej momentu, a wyniki zostały podane na rys.4.



Rys. 4. Zależność amplitudy składowej pulsującej momentu od pojemności kondensatora dla poślizgów, przy których uzyskuje się największą moc

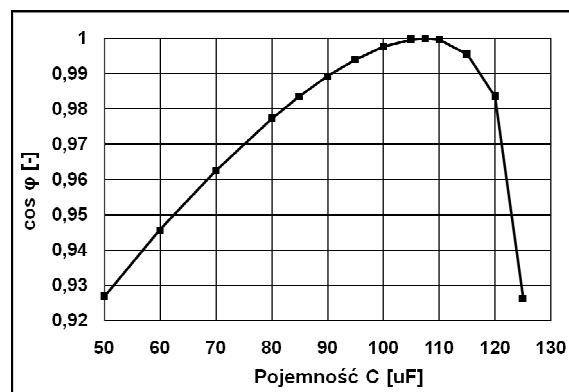
Najmniejszą wartość amplitudy składowej pulsującej momentu $7,77$ Nm otrzymano dla pojemności $C=80$ μF (poślizg: $0,0614$, współczynnik $K_p = 0,834$). Przy pojemności $C = 105$ μF , dla której otrzymano najlepszy współczynnik K_p , amplituda momentu tętniącego wynosiła $8,87$ Nm, więc w stosunku do poprzedniej wartości $7,77$ Nm (dla $C=80$ μF) jest większa o $14,2\%$. Dla pojemności 105 μF przeprowadzono dodatkowe badanie, w wyniku którego określono, że minimalna wartość amplitudy momentu tętniącego przy tej wartości pojemności wynosi $8,83$ Nm; współczynnik wykorzystania mocy wynosi wtedy $0,831$ (przy poślizgu $0,0511$).

Przy dokonywaniu wyboru optymalnej pojemności zarówno ze względu na możliwie dużą moc użyteczną, jak i ograniczenie amplitudy momentu tętniącego, badano również wartości innych ważnych, elektrycznych parametrów silnika. Rys. 5 dotyczy sprawności silnika.



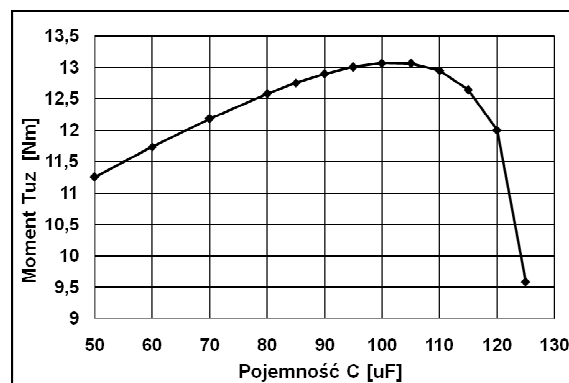
Rys. 5. Zależność sprawności η od pojemności kondensatora dla poślizgów, przy których uzyskuje się największą moc

Przy pojemności kondensatora $C = 105$ μF , dla której otrzymano najlepszy współczynnik wykorzystania mocy K_p , sprawność wynosiła $81,1\%$. Dla pojemności $C = 80$ μF , przy której uzyskano najmniejszą wartość amplitudy momentu tętniącego, sprawność była zbliżona i miała wartość równą $80,7\%$.



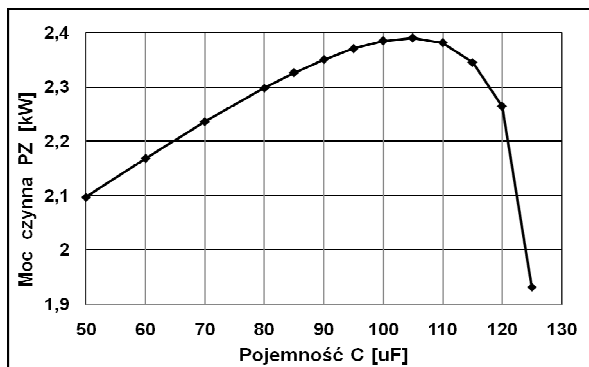
Rys. 6. Zależność współczynnika mocy $\cos \phi$ od pojemności kondensatora dla poślizgów, przy których uzyskuje się największą moc

Rys. 6 ilustruje wykres dla współczynnika mocy $\cos \phi$. Dla dwóch podanych wyżej charakterystycznych pojemności: $C = 105$ μF oraz $C = 80$ μF , współczynnik mocy wynosi odpowiednio: $0,9997$ oraz $0,977$. Obie te wartości są zbliżone. Kondensator pozwala tutaj na uzyskanie wartości $\cos \phi$ bliskiej jeden.



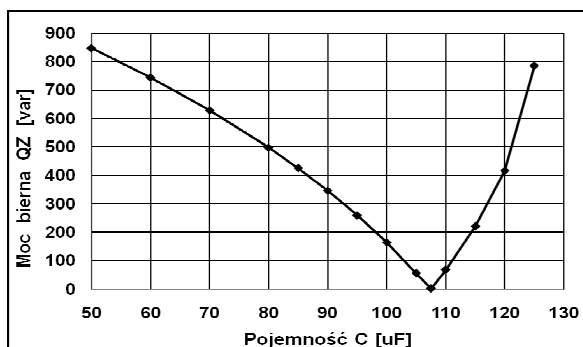
Rys. 7. Zależność momentu użytecznego na wale od pojemności kondensatora dla poślizgów, przy których uzyskuje się największą moc

Rys. 7 pokazuje wyniki obliczeń momentu użytecznego (składowa stała) na wale silnika, ale w jednostkach bezwzględnych, czyli w Nm. Odpowiednio do rys. 3, dla pojemności $C=105$ μF otrzymano największy moment użyteczny na wale równy $13,06$ Nm, a dla $C=80$ μF moment wynosi $12,58$ Nm.



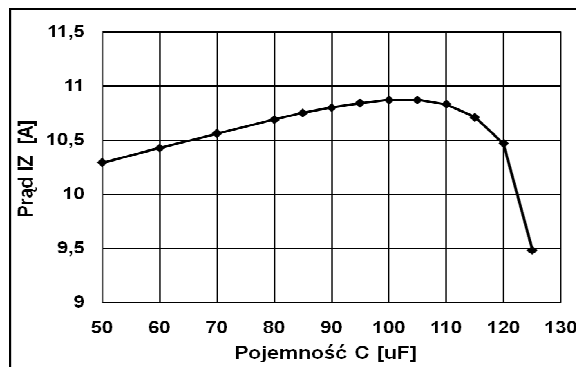
Rys. 8. Zależność mocy czynnej pobieranej z sieci PZ od pojemności kondensatora dla poślizgów, przy których uzyskuje się największą moc

Dla mocy pobranej z sieci, rys. 8 dotyczy mocy czynnej, natomiast rys. 9 przedstawia moc bierną. Największą moc czynną (2391W) pobiera z sieci silnik dla pojemności $C=105\mu\text{F}$, co też przełożyło się tutaj na największą moc użyteczną na wale (największa wartość współczynnika K_p). Dla $C=80\mu\text{F}$ moc czynna pobrana z sieci wynosiła 2299W, natomiast moc bierna dopływająca do silnika była równa 499var, a to oznacza, że była większa o około 442var niż dla pojemności $105\mu\text{F}$.



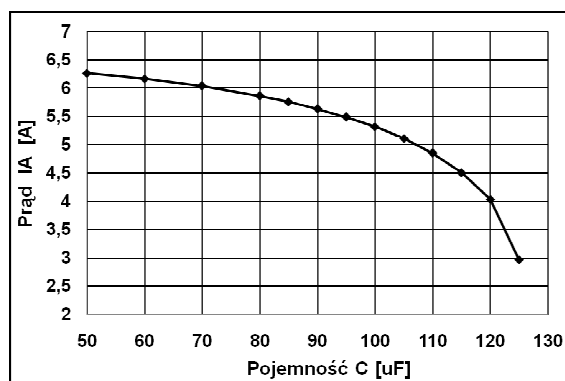
Rys. 9. Zależność mocy biernej pobieranej z sieci QZ od pojemności kondensatora dla poślizgów, przy których uzyskuje się największą moc

Rys. 10 pokazuje charakterystykę prądu pobieranego z sieci w funkcji pojemności kondensatora dla poślizgów, przy których uzyskuje się największą moc. Dla pojemności $C=105\mu\text{F}$ otrzymano również najwyższą wartość prądu pobieranego z sieci równą 10,87A (2,36 w jednostkach względnych w odniesieniu do znamionowego prądu fazowego silnika przy trójfazowej pracy symetrycznej). Duża wartość wynika tu z jednofazowego charakteru zasilania. Dla drugiej specyficznej pojemności $C=80\mu\text{F}$ prąd dopływający z sieci wynosił 10,69A, a więc jego względna wartość była nieco mniejsza i równa 2,32.

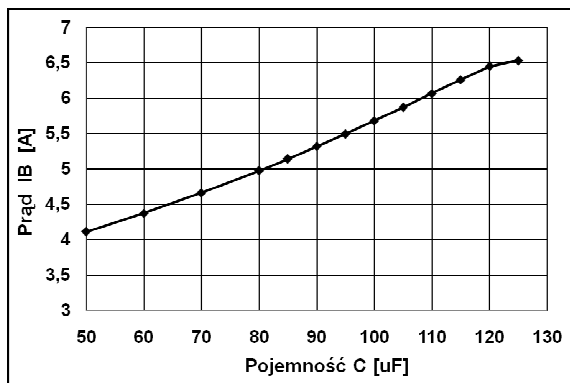


Rys. 10. Zależność całkowitego prądu pobieranego z sieci I_z od pojemności kondensatora dla poślizgów, przy których uzyskuje się największą moc

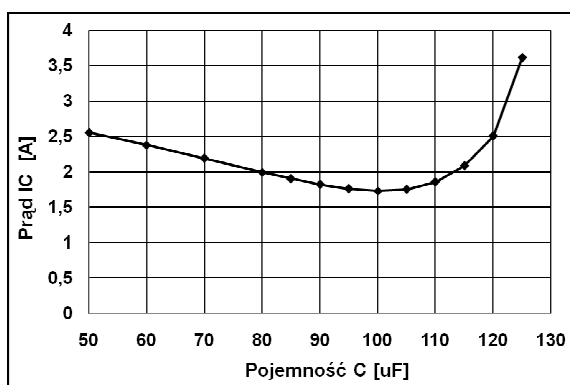
Kolejne wykresy (rys. 11-13) przedstawiają wartości poszczególnych prądów w uzwojeniach fazowych silnika. Dla pojemności $C=105\mu\text{F}$ wartości prądów fazowych wynosiły: $I_A=5,11\text{A}$, $I_B=5,87\text{A}$, $I_C=1,76\text{A}$, co wskazuje na dużą niesymetrię prądową. W jednostkach względnych (odniesienie do znamionowego prądu fazowego przy symetrycznym zasilaniu trójfazowym) prądy wynosiły: $I_A=1,11$, $I_B=1,28$, $I_C=0,38$. Obserwuje się stan silnej niesymetrii prądowej; prądy fazowe silnika różnią się dość znacznie, a stosunek największego prądu w fazie B do najmniejszego prądu w fazie C jest równy 3,37. Dla pojemności $C=80\mu\text{F}$ prądy fazowe wynosiły: $I_A=5,86\text{A}$, $I_B=4,97\text{A}$, $I_C=1,76\text{A}$; w jednostkach względnych jest to odpowiednio: $I_A=1,27$, $I_B=1,08$, $I_C=0,434$. W tym przypadku prąd fazy A jest największy, a jego stosunek do najmniejszego prądu w fazie C jest równy 3,33 (niesymetria prądowa jest tutaj również duża).



Rys. 11. Zależność prądu w fazie A od pojemności kondensatora dla poślizgów, przy których uzyskuje się największą moc



Rys. 12. Zależność prądu w fazie B od pojemności kondensatora dla poślizgów, przy których uzyskuje się największą moc



Rys. 13. Zależność prądu w fazie C od pojemności kondensatora dla poślizgów, przy których uzyskuje się największą moc

4. Końcowe decyzje optymalizacyjne

Obliczenia umożliwiły kompromisowe decyzje optymalizacyjne powiązane ze zmniejszaniem amplitudy momentu pulsacyjnego silnika indukcyjnego przy pracy jednofazowej. Przykładem podjętego kompromisu może być obniżanie zalecanej (z punktu widzenia uzyskania największej mocy) pojemności kondensatora od wartości 105 μF do 90 μF . W wyniku tej decyzji na wykorzystaniu mocy silnika traci się tylko niecałe 1,7%, a amplituda momentu tętniącego maleje aż o 11%.

Prądy silnika tworzą układ niesymetryczny, co wywołuje nierównomierne nagrzewanie się uzwojeń fazowych. Istotne są też tzw. ciepne, wyrównujące właściwości silnika (chodzi tutaj o przepływ ciepła od miejsc bardziej nagrzanym do mniej nagrzanym). Aby uniknąć nadmiernego nagrzania się niektórych faz, należy obniżyć wartość dopuszczalnej mocy obciążenia silnika. W niektórych przypadkach może być celowe wykonanie próby obciążenia silnika indukcyjnego z pomiarami cieplnymi.

Korzystne jest, gdy prądy w dwóch fazach mają zbliżone wartości, a prąd trzeciej fazy jest mniejszy; w tym wariantcie nie ma szczególnie silnego przeciążenia jednej fazy.

Współczynnik strat mocy K_{Cu} badanego silnika (określany jako stosunek sumy wszystkich strat mocy na rezystancjach stojana i wirnika do sumy tych strat przy obciążeniu znamionowym silnika zasilanego trójfazowo) przyjęto w procesie optymalizacji jako równy 0,8. Przy doborze optymalnej pojemności obserwowano wartości różnych wielkości silnika. Dla pojemności 85 μF (uznanej jako optymalna) i przy największym wykorzystaniu mocy: $K_p=0,782$ dla współczynnika strat $K_{Cu}=0,8$ otrzymano: $\cos\varphi=0,992$, sprawność: 82,1%, a w jednostkach względnych (z odniesieniem do odpowiedniej wielkości przy symetrycznej pracy silnika zasilanego trójfazowo): amplituda momentu pulsacyjnego: 0,461, moment użyteczny: 0,767, moc czynna i bierna pobierana z sieci – odpowiednio: 0,794 i 0,186, prąd składowej symetrycznej zgodnej i przeciwnej stojana – odpowiednio: 0,797 i 0,421, napięcie składowej zgodnej i przeciwnej – kolejno: 1,001 i 0,095, prądy w uzwojeniach faz A, B, C – odpowiednio: 1,078, 1,066 (A i B bardzo zbliżone), 0,376, prąd pobierany: 2,110, napięcie na kondensatorze: 0,924, napięcia na uzwojeniach A, B, C: 1,000, 1,087 oraz 0,924.

5. Literatura

- [1]. Frąckowiak J., Rawicki S., Stein Z., Stolpe M., Zielińska M.: *Computer-Aided Optimization of Condenser Capacitance for Operation of Three-Phase Induction Motor Supplied from Single-Phase Network*. AMSE Press: Modelling, Measurement and Control, Vol. 73, No. 1/2, 2000, p. 53-64.
- [2]. Rawicki S.: *A Method of Calculation of Characteristics of a Three-Phase Induction Machine with Two-Side Asymmetry*. Archiv fur Elektrotechnik, Vol. 67, 1984, p. 237–246.
- [3]. Sochocki R.: *Mikromaszyny elektryczne*. Oficyna Wydawn. Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1996.

Autorzy

Dr hab. inż. Stanisław Rawicki, prof. PP
mgr inż. Marcin Nowak
Politechnika Poznańska, Wydział Elektryczny
Ul. Piotrowo 3A, 60-965 Poznań
E-Mail: stanislaw.rawicki@put.poznan.pl,
mnowak_PP@wp.pl