

Radosław Figura, Leszek Szychta, Elżbieta Szychta  
Politechnika Radomska, Radom

## WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA SPRAWNOŚCI SILNIKA KLATKOWEGO PRACUJĄCEGO ZE ZMIENNĄ PRĘDKOŚCIĄ OBROTOWĄ

### THE INDUCTION-CAGE MOTOR EFFICIENCY DETERMINATION FOR VARIABLE SPEED WORKING

**Abstract:** Energy-efficient industrial drives and control systems are designed to minimize power consumption. Energy consumption is associated with the efficiency of energy conversion in electric motors. In the paper the in-service efficiency estimation method for induction cage motor was shown. The implementation of the method was based on the air-gap torque method. The results were compared with those obtained with the known air-gap torque method. The authors present a significant impact of estimation of mechanical power losses and stray load losses in the motor on the accuracy of estimating the coefficient of efficiency cage induction motor.

#### 1. Wstęp

Silniki indukcyjne klatkowe są stosowane w wielu aplikacjach przemysłowych. Ich zalety takie jak niska cena oraz niska awaryjność w porównaniu z innymi typami silników spowodowała ekspansję tych maszyn na wiele dziedzin przemysłu. Przeciętnie silniki pracują najczęściej poniżej wartości nominalnych ponieważ są przewymiarowane w stosunku do obciążenia z jakim pracują przez większość czasu. Dodatkowo stosowane w przemyśle napędy umożliwiają zmianę prędkości obrotowej silników indukcyjnych. W takich warunkach współczynnik sprawności silnika zmienia się w funkcji nie tylko obciążenia ale i częstotliwości napięcia zasilającego. Względny ekonomiczny związek z dążeniem do niskiej energochłonności procesów przemysłowych powodują, że celowe jest działanie w kierunku monitorowania współczynnika sprawności pracującego silnika, a docelowo sterowanie pracą silnika w sposób energooszczędny [1,2,3]. W artykule przedstawiono zagadnienia dotyczące estymacji współczynnika sprawności w oparciu o metodę wyznaczania momentu w szczeliny powietrznej silnika indukcyjnego klatkowego. Dla metody tej sformułowano następujące założenia:

- uzwojenie stojana jest trójfazowe symetryczne,
- wprowadza się trójfazowe symetryczne załączone uzwojenie wirnika,
- przebieg napięcia zasilającego silnik jest sinusoidalnie zmienny,

- strumienie magnetyczne wytwarzane przez poszczególne uzwojenia fazowe stojana i wirnika wzdłuż szczeliny powietrznej mają przebieg sinusoidalny,
- pomija się wpływ anizotropii, histerezy i nasycenia obwodu magnetycznego oraz zjawiska wypierania prądu w przewodach uzwojeń.

#### 2. Sprawność silnika klatkowego i straty mocy w silniku

##### 2.1. Sprawność silnika

Współczynnik sprawności  $\eta$  silnika indukcyjnego klatkowego definiowany jest jako stosunek mocy mechanicznej wyjściowej  $P_2$  uzyskanej na wale silnika do mocy czynnej  $P_1$  pobranej przez silnik ze źródła zasilania i określa go zależność:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \quad (1)$$

Przy braku składowej zerowej prądów i napięć, moc czynną  $P_1$  pobraną przez silnik w stanie ustalonym można wyznaczyć na podstawie chwilowych wartości prądów i napięć fazowych stojana silnika według zależności:

$$P_1 = u_U i_U + u_V i_V + u_W i_W \quad (2)$$

W układzie zasilania bez przewodu neutralnego suma prądów fazowych oraz suma napięć fazowych określone są zależnościami:

$$\left. \begin{aligned} i_U + i_V + i_W &= 0 \\ u_U + u_V + u_W &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Z zależności (3) można wyznaczyć chwilową wartość prądu  $i_W$  oraz napięcia  $u_W$ :

$$\left. \begin{aligned} i_W &= -i_U - i_V \\ u_W &= -u_U - u_V \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Wstawiając zależności (4) do wyrażenia (2) uzyskuje się możliwość wyznaczenia mocy czynnej  $P_1$  na podstawie chwilowych wartości prądów i napięć z dwóch faz. Moc czynna  $P_1$  jest określona zależnością:

$$P_1 = (2u_U + u_V)i_U + (2u_V + u_U)i_V \quad (5)$$

W celu wyznaczenia współczynnika sprawności  $\eta$  należy określić moc  $P_2$  oddawaną przez silnik. W warunkach laboratoryjnych często stosuje się pomiar pośredni mocy  $P_2$  mierzac momentomierzem średnią wartość momentu  $T$  na wale silnika oraz średnią wartość prędkości obrotowej  $n$  wirnika. Moc  $P_2$  jest wówczas określona zależnością [4,11]:

$$P_2 = \frac{2\pi T n}{60} \text{ [W]} \quad (6)$$

Metoda ta nie jest stosowana w warunkach przemysłowych. Głównym powodem jest konieczność mechanicznej ingerencji w układ napędowy maszyny. Wiąże się to z wysokimi kosztami przeróbek konstrukcyjnych oraz kosztem zakupu momentomierza.

Jedną z metod bezinwazyjnego wyznaczenia mocy  $P_2$  jest metoda oparta na podziale strat mocy występujących w silniku indukcyjnym i wyznaczaniu momentu elektromagnetycznego w szczelinie powietrznej silnika [5,7,8,9].

## 2.2. Bilans mocy w silniku indukcyjnym

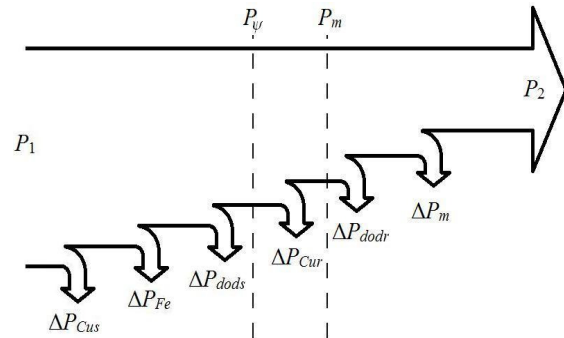
Moc czynną  $P_2$  oddawaną przez silnik można określić jako różnicę mocy czynnej  $P_1$  pobranej przez silnik i sumy strat mocy  $\Sigma\Delta P$  w silniku. Moc  $P_2$  określona jest wówczas zależnością:

$$P_2 = P_1 - \Sigma\Delta P \quad (7)$$

Przy pominięciu strat mocy w rdzeniu wirnika sumaryczne straty mocy  $\Sigma\Delta P$  określone są jako suma strat występujących w uzwojeniu stojana i wirnika ( $\Delta P_{Cus}$  oraz  $\Delta P_{Cur}$ ), strat mocy w rdzeniu stojana silnika ( $\Delta P_{Fe}$ ), strat mocy mechanicznej ( $\Delta P_m$ ) oraz dodatkowych strat obciążeniowych w stojanie oraz wirniku ( $\Delta P_{dods}$  oraz  $\Delta P_{dodr}$ ) [4,11]:

$$\begin{aligned} \Sigma\Delta P &= \Delta P_{Cus} + \Delta P_{Fe} + \Delta P_{dods} + \\ &+ \Delta P_{Cur} + \Delta P_m + \Delta P_{dodr} \end{aligned} \quad (8)$$

Bilans strat mocy z uwzględnieniem rozdziału strat mocy w uzwojeniach na straty stojana oraz wirnika zilustrowany jest na rysunku 1. Indeks „s” oznaczone są wielkości strat mocy dla stojana natomiast indeks „r” określa straty mocy występujące w wirniku.



Rys. 1. Bilans strat mocy silnika indukcyjnego klatkowego

Korzystając z zależności (6) średnia wartość mocy  $P_\psi$  strumienia w szczelinie powietrznej można określić jako zależność średniej wartości momentu elektromagnetycznego  $T_{ag}$  występującego w szczelinie powietrznej i wartości prędkości obrotowej  $n_s$  wirowania pola magnetycznego wytworzonego w stojanie maszyny:

$$P_\psi = \frac{2\pi T_{ag} n_s}{60} \quad (9)$$

Moc mechaniczna  $P_m$  (rys. 1) określona jest jako różnica mocy strumienia  $P_\psi$  i strat mocy występujących w uzwojeniu wirnika  $\Delta P_{Cur}$ :

$$P_m = P_\psi - \Delta P_{Cur} \quad (10)$$

Straty mocy  $\Delta P_{Cur}$  w uzwojeniu wirnika są proporcjonalne do mocy strumienia  $P_\psi$  oraz do poślizgu  $s$  występującego w silniku indukcyjnym i określa je zależność [11,12]:

$$\Delta P_{Cur} = s P_\psi \quad (11)$$

Uwzględniając zależności (10) oraz (11) moc mechaniczna  $P_m$  określona jest jako:

$$P_m = (1-s) P_\psi \quad (12)$$

Na podstawie rysunku 1, zależności (9) oraz (12) średnia wartość mocy  $P_2$  na wale maszyny określona jest jako:

$$P_2 = \frac{2\pi}{60} T_{ag} n - (\Delta P_m + \Delta P_{dodr}) \quad (13)$$

gdzie:

$$n = (1 - s)n_s \quad (14)$$

### 3. Określenie współczynnika sprawności silnika metodą wyznaczenia momentu w szczelinie powietrznej

Zgodnie z zależnościami (1) oraz (13) do wyznaczenia współczynnika sprawności  $\eta$  silnika indukcyjnego klatkowego należy określić wartość elektromagnetycznego momentu  $T_{ag}$  (gdzie moment  $T_{ag}$  jest wartością średnią chwilowego momentu  $t_{ag}$ ).

#### 3.1. Wyznaczanie elektromagnetycznego momentu w szczelinie silnika

Chwilowa wartość momentu elektromagnetycznego  $t_{ag}$  w silniku indukcyjnym klatkowym jest zdefiniowana jako moduł iloczynu wektora chwilowych wartości strumieni stojana  $\psi_s$  oraz wektora chwilowych wartości prądów stojana  $i_s$  [9,10]:

$$t_{ag} = p|\psi_s \times i_s| \quad (15)$$

gdzie:

$p$  – liczba par biegunów w silniku,  
 $\psi_s$  – wektor chwilowych wartości strumieni fazowych stojana określony jako:

$$\psi_s = [\psi_U \quad \psi_V \quad \psi_W]^T \quad (16)$$

$i_s$  – wektor chwilowych wartości prądów fazowych stojana określony jako:

$$i_s = [i_U \quad i_V \quad i_W]^T \quad (17)$$

Na podstawie równania napięciowego dla stojana silnika zapisanego w postaci wektorowej można wyznaczyć wektor strumienia  $\psi_s$  określony jako:

$$\psi_s = \int (\mathbf{u}_s - R_s \mathbf{i}_s) dt \quad (18)$$

gdzie:

$R_s$  – rezystancja jednej fazy uzwojenia stojana,  
 $\mathbf{u}_s$  – wektor chwilowych wartości napięć fazowych zasilających silnik, określony jako:

$$\mathbf{u}_s = [u_U \quad u_V \quad u_W]^T \quad (19)$$

Uwzględniając zależności (3) oraz (15÷19) otrzymuje się wyrażenie na chwilowy moment elektromagnetyczny  $t_{ag}$  w szczelinie powietrznej silnika określony jako:

$$t_{ag} = \sqrt{3}p \left[ \begin{array}{l} i_V \int (u_U - R_s i_U) dt \\ - i_U \int (u_V - R_s i_V) dt \end{array} \right] \quad (20)$$

Dla napięć międzyfazowych zależność (20) można przedstawić w postaci:

$$t_{ag} = \sqrt{3}p \left[ \begin{array}{l} i_V \int \left( \frac{u_{UV} - u_{WU}}{3} - R_s i_U \right) dt \\ + i_V \int \left( \frac{2u_{UV} + u_{WU}}{3} + R_s i_V \right) dt \end{array} \right] \quad (21)$$

Zgodnie z zależnościami (21) moment elektromagnetyczny  $t_{ag}$  w szczelinie można wyznaczyć znając liczbę par biegunów  $p$  silnika, chwilowe wartości dwóch prądów fazowych ( $i_U$ ,  $i_V$ ) oraz wartości chwilowe dwóch napięć międzyfazowych ( $u_{UV}$ ,  $u_{WU}$ ). Rezystancję uzwojeń stojana  $R_s$  zmierzono metodą techniczną.

#### 3.2. Straty mechaniczne i dodatkowe straty obciążeniowe

Straty mechaniczne  $\Delta P_m$  są związane ze stratami mocy na tarcie w łożyskach oraz straty wentylatorowe. Straty te rosną wraz z kwadratem prędkości obrotowej  $n$  wirnika. Przybliżoną wartość strat mechanicznych  $\Delta P_m$  można wyznaczyć z zależności:

$$\Delta P_m \approx (a_1 \mu F + a_2) n^2 \quad (22)$$

Norma IEEE 112 określa wartość strat mechanicznych  $\Delta P_m$  na poziomie 1,2% wartości mocy  $P_2$  oddawanej przez silnik.

Dodatkowe straty obciążeniowe  $\Delta P_{dodr}$  powstają w przewodach i innych częściach metalowych wirnika na skutek przenikania przez nie strumieni rozproszenia. Dla stałej częstotliwości  $f$  napięcia zasilania silnika straty te definiowane są jako proporcjonalne do kwadratu prądu  $I_r$  wirnika:

$$\Delta P_{dodr} \propto I_r^2 \quad (23)$$

Według normy IEEE 112 wartość dodatkowych strat obciążeniowych określa się jako procentową wartość z mocy  $P_2$  oddawanej przez silnik (tab. 1) [6].

Tabela 1

Zakres mocy silnika	Procentowa udział dodatkowych strat mocy $\Delta P_{dodr}$ w mocy $P_2$ oddawanej przez silnik
1 – 90 kW	1,8%
91 – 375 kW	1,5%
376 – 1850 kW	1,2%
powyżej 1851 kW	0,9%

W niniejszej pracy zaproponowano estymację sumy strat mechanicznych  $\Delta P_m$  i dodatkowych  $\Delta P_{dodr}$  jako liniową funkcję prędkości obrotowej  $n$  ( $\Delta P_r^e = f(n)$ ) określonej jako:

$$\Delta P_r^e = c_1 n \quad (24)$$

gdzie:

$c_1$  - współczynnik kierunkowy prostej,  
 $\Delta P_r^e$  - estymowana suma strat mechanicznych oraz dodatkowych określona zależnością:

$$\Delta P_r^e = \Delta P_m + \Delta P_{dodr} \quad (25)$$

Zakłada się, że funkcja ( $\Delta P_r^e = f(n)$ ) dla prędkości obrotowej  $n=0$  przyjmuje wartość  $\Delta P_r^e(0)=0$ . Dla nominalnej prędkości obrotowej  $n=n_N$  wartość funkcji  $\Delta P_r^e(n_N)=\Delta P_{rN}$ . Zgodnie z zależnością (25) nominalna wartość sumy strat  $\Delta P_{rN}$  określona jest zależnością:

$$\Delta P_{rN} = \Delta P_{mN} + \Delta P_{dodrN} \quad (26)$$

Na podstawie zależności (13) oraz (26) dla wartości nominalnych wyznacza się nominalną sumę strat  $\Delta P_{rN}$  określoną jako:

$$\Delta P_{rN} = \frac{2\pi}{60} T_{agN} n_N - P_{2N} \quad (27)$$

gdzie:

$P_{2N}$  - nominalna moc silnika odczytana z tabliczki znamionowej,  
 $n_N$  - nominalna prędkość obrotowa silnika,  
 $T_{agN}$  - średnia wartość nominalnego momentu  $t_{agN}$  w szczelinie powietrznej silnika określonego na podstawie zależności (21):

$$t_{agN} = \sqrt{3} p \left[ \begin{aligned} & i_{VN} \int \left( \frac{u_{UVN} - u_{WUN}}{3} - R_s i_{UN} \right) dt \\ & + i_{VN} \int \left( \frac{2u_{UVN} + u_{WUN}}{3} + R_s i_{VN} \right) dt \end{aligned} \right] \quad (28)$$

gdzie:

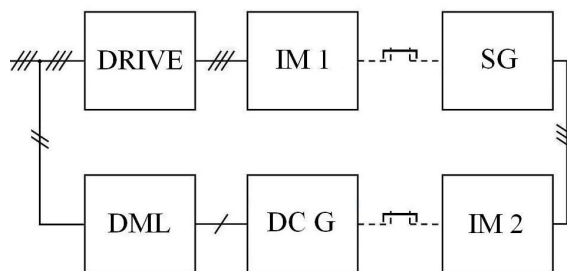
$i_{UN}, i_{VN}$  - chwilowe wartości prądów w uzwojeniach stojana, których przebieg ma wartość skuteczną  $I=I_N$ ,  
 $u_{UVN}, u_{WUN}$  - chwilowe wartości napięć przewodowych, których przebieg ma wartość skuteczną  $U=U_N$ ,

Na podstawie wyznaczonej nominalnej sumy strat  $\Delta P_{rN}$  oraz nominalnej wartości prędkości obrotowej  $n_N$  silnika określa się wartość współczynnika  $c_1$  z zależności:

$$c_1 = \frac{\Delta P_{rN}}{n_N} \quad (29)$$

#### 4. Badania laboratoryjne

Badania wykonano wykorzystując stanowisko laboratoryjne, którego schemat blokowy ilustruje rysunek 2. Badany silnik IM 2, o mocy nominalnej  $P_{2N}=2,2\text{kW}$  i nominalnej prędkości obrotowej  $n_N=1425$  obr/min, zasilono napięciem sinusoidalnie zmiennym z generatora synchronicznego SG o mocy nominalnej  $S_{GN}=4,0$  kVA.



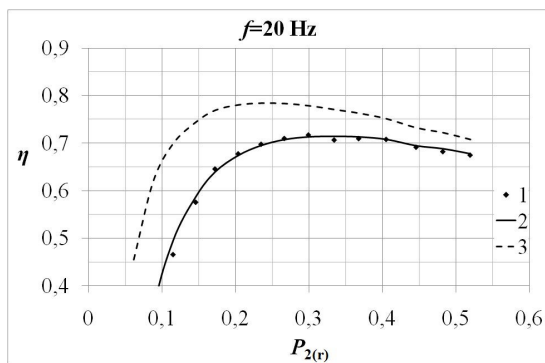
Rys. 2. Schemat blokowy stanowiska pomiarowego

Badany silnik IM 2 obciążono prądnicą prądu stałego DCG zasilaną z tyrystorowego zespołu napędowego DML umożliwiającego zwrot energii do sieci elektroenergetycznej. Badany silnik wyposażony był w czujnik temperatury umożliwiając odczyt temperatury uzwojeń stojana. Badania wykonano dla częstotliwości  $f$  napięcia zasilana z przedziału od 15 do 55 Hz. Dla wybranych wartości częstotliwości wykonano próby obciążenia silnika odczytując wartości prądów fazowych ( $i_U, i_V, i_W$ ) i napięć międzyfazowych ( $u_{UV}, u_{VW}, u_{WU}$ ) po stronie stojana badanej maszyny oraz wartość prędkości obrotowej  $n$  i momentu  $T$  na wale silnika. Na podstawie wykonanych pomiarów porównano wartość współczynnika sprawności wyznaczonego trzema metodami:

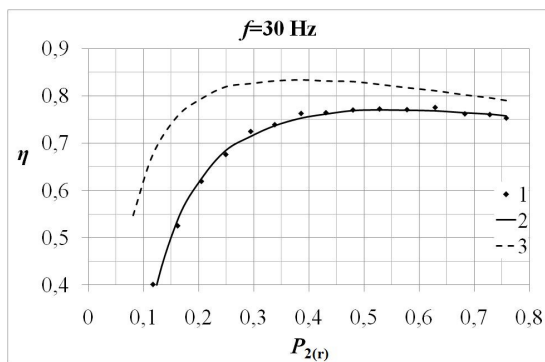
1. Moc  $P_2$  oddawaną przez silnik wyznaczono na podstawie wskazania momentu  $T$  oraz prędkości obrotowej  $n$  pochodzących z momentomierza zgodnie z zależnością (4).
2. Moc  $P_2$  oddawaną przez silnik określono na podstawie metody wyznaczania momentu  $t_{ag}$  w szczelinie powietrznej silnika z uwzględnieniem estymacji sumy strat  $\Delta P_r^e$  funkcją liniową.
3. Moc  $P_2$  oddawaną przez silnik określono metodą wyznaczania momentu  $t_{ag}$  w szczelinie powietrznej silnika z uwzględnieniem wartości strat mechanicznych  $\Delta P_m$  i dodatkowych strat obciążeniowych  $\Delta P_{dodr}$  określonych zgodnie z normą IEEE 112.

Wyniki badań dla wybranych częstotliwości napięcia zasilania przedstawiono na rysunku 3. Sposób określenia strat mechanicznych oraz dodatkowych strat obciążeniowych w wirniku istotnie wpływa na wyznaczenie wartości estymowanej współczynnika sprawności. Przyjęcie stałej wartości procentowego udziału strat  $\Delta P_m$  oraz  $\Delta P_{dodr}$  w mocy  $P_2$  oddawanej przez silnik generuje błąd estymacji rzędu 60% dla obciążenia silnika na poziomie 20% mocy znamionowej (rys.3d).

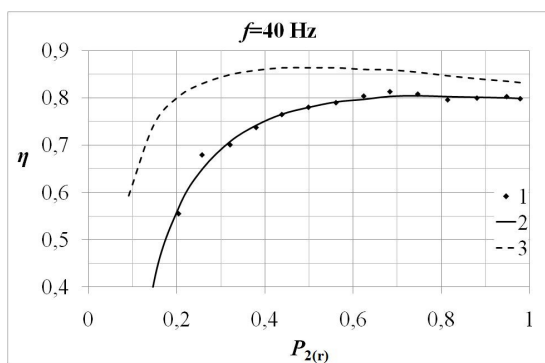
a)



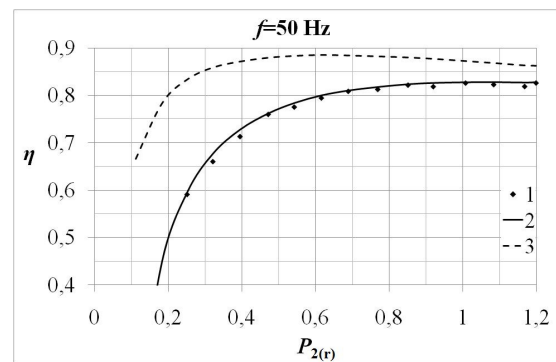
b)



c)



d)



Rys. 3. Współczynnik sprawności silnika indukcyjnego klatkowego w funkcji mocy  $P_2$  dla wybranych wartości częstotliwości  $f$

Metoda zaproponowana w niniejszej pracy oparta jest o liniową estymację sumy strat mocy  $\Delta P_r^e$  wirnika. Uwzględnia ona nominalne straty mechaniczne oraz nominalne dodatkowe straty obciążeniowe, które można wyznaczyć dla silników energooszczędnych jak i silników o niższych klasach efektywności energetycznej. Zastosowanie opisanej metody wymaga wykonania obliczeń opisanych w pkt.3.2. Dzięki temu uzyskano zmniejszenie błędu estymacji współczynnika sprawności w porównaniu z metodą wyznaczania współczynnika sprawności w której straty mechaniczne oraz dodatkowe wyznaczone zostały jako wartość procentowa mocy oddawanej przez silnik.

## 5. Wnioski

W artykule przedstawiono metodę estymacji współczynnika sprawności silnika indukcyjnego klatkowego. Zaletą tej metody jest brak konieczności wykonywania prób biegu jałowego, zwarcia oraz obciążenia silnika. Dane służące do wyznaczenia współczynnika sprawności pochodzą z tabliczki znamionowej bądź są mierzone po stronie napięcia zasilającego silnik. Wykorzystana metoda wywodzi się z metody podziału strat mocy w silniku.

Straty mechaniczne oraz dodatkowe straty obciążeniowe w silnikach indukcyjnych klatkowych szacowane są na poziomie kilku procent mocy oddawanej przez silnik. Wyniki badań laboratoryjnych wykazały, że zmiana sposobu estymacji tych strat ma istotny wpływ na estymację współczynnika sprawności silnika indukcyjnego klatkowego. W energooszczędnych systemach sterowania pracą silnika indukcyjnego dąży się do estymacji współczynnika sprawności w trybie on-line. Zbyt duży błąd estymacji wartości współczynnika sprawności

silnika może doprowadzić do nieefektywnego sterowania pracą silnika i w konsekwencji do nieuzasadnionego wzrostu zużycia energii elektrycznej. Prace w kierunku potwierdzenia słuszności zaproponowanej metody dla silników o mocach wyższych są kontynuowane.

## 6. Literatura

- [1]. Banach H.: Sprawność maksymalna indukcyjnego silnika klatkowego. Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne Nr 88/2010.
- [2]. Figura R., Szychta L.: *Extreme controlling for pump set of irrigation systems*. Monographs No 122, Faculty of Transport, 2008, Wydawnictwo Politechniki Radomskiej, Radom.
- [3]. Figura R., Szychta E., Szychta L., Kiraga K.: *Efficiency estimation of pump-loaded squirrel-cage induction motor*. 5TH International Conference „Electrical and Control Technologies” s. 223-227, Kauno 2010.
- [4]. Grunwald Z.: *Napęd elektryczny*. WNT, Warszawa, 1987.
- [5]. Hsu, J.; Kueck, J. D.; Olszewski, M.; Casada, D. A.; Otaduy, P. J.; Tolbert, L. M.: *Comparison of induction motor field efficiency evaluation methods*. IEEE Transactions on industry applications, 1998. – vol. 34, no. 1.
- [6]. *IEEE Standard test procedure for polyphase induction motors and generators*. IEEE 112, 2004.
- [7]. Kueck, J. D., Olszewski M., Casada D. A., Hsu JI, Otaduy P. J., Tolbert L. M.: *Assessment of methods for estimating motor efficiency and load under field conditions*. Oak Ridge National Laboratory ORNL/ TM-13165, 1996.
- [8]. Lu B., Habetler T. G., Harley R. G.: *A Survey of Efficiency Estimation Methods of In-Service Induction Motors with Considerations of Condition Monitoring Requirements*. Electric Machines and Drives, 2005 IEEE International Conference.
- [9]. Lu B., Habetler T. G., Harley R. G.: *A Nonintrusive and In-Service Motor Efficiency Estimation Method using Air-Gap Torque with Considerations of Condition Monitoring*. Industry Applications Conference, 2006. 41st IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2006 IEEE
- [10]. Pelczewski W., Krynke M.: *Metoda zmiennych stanu w analizie dynamiki układów napędowych*. WNT, Warszawa 1984.
- [11]. Plamitzer A. M.: *Maszyny elektryczne*. WNT, Warszawa, 1982,
- [12]. Szychta E., Szychta L., Kwiecień R., Figura R. *Laboratorium z maszyn elektrycznych*. Wyd. Politechniki Radomskiej, Radom 2010.

## Autorzy

dr hab. inż. Elżbieta Szychta

*e.szychta@pr.radom.pl*

tel. +48 48 361 77 65

dr hab. inż. Leszek Szychta

*l.szychta@pr.radom.pl*

tel. +48 48 361 77 60

mgr inż. Radosław Figura

*r.figura@pr.radom.pl*

tel. +48 48 361 77 62

Politechnika Radomska im. Kazimierza  
Pułaskiego

Wydział Transportu i Elektrotechniki  
ul. Malczewskiego 29, 26-600 Radom