

**Tomasz Rudnicki, Robert Czerwiński, Aleksander Fręchowicz**  
Politechnika Śląska, Gliwice

## UKŁADY STEROWANIA SILNIKIEM PMSM

### CONTROL DRIVERS FOR PMSM MOTOR

**Abstract:** The paper concerns different aspects of driving the permanent magnet synchronous motor (PMSM). The excitation in the PMSM motor is provided thanks to permanent magnet instead of the field windings. Special construction causes that the PMSM motor has sinusoidal back EMF. The motor requires sinusoidal stator currents to produce constant torque. Mathematical analysis is presented in the paper (d, q model). Elements of Park transform, which enables to calculate d, q variables from motor phase variables is also presented. The mathematical model is the base for the control driver proposition. Apart from the mathematical model, the laboratory model is presented in the paper. This model is adjusted to work out and test different algorithms of controlling hybrid vehicles. Proposition of control design of the PMSM motor using field oriented control (FOC) is included in the paper.

#### 1. Wstęp

Niezwykłe dynamiczny rozwój techniki samochodowej z napędem hybrydowym powodowany jest wręcz idealnym w warunkach miejskich silnikiem elektrycznym. Połączenie ekonomicznego, a zarazem ekologicznego silnika elektrycznego z tradycyjnym silnikiem spalinowym sprawia, że otrzymujemy atrakcyjny w eksploatacji napęd hybrydowy. Naturalnie w celu uzyskania dużej sprawności pojazdu, układ mechatroniczny powinien być zbudowany z wykorzystaniem podzespołów o najwyższej sprawności energetycznej.

Jeżeli chodzi o silniki elektryczne to najwyższą sprawność i największy moment obrotowy mają silniki z magnesami trwałymi NdFeB [2]. Silniki elektryczne z magnesami trwałymi pozwalają na uproszczenie konstrukcji silnika. Stojan silnika jest zwykle podobny do stojana silników indukcyjnych, zaś wirnik zawiera magnesy trwale naklejone w odpowiedni sposób, przy czym istnieją dwie podstawowe konstrukcje wirnika: z magnesami naklejonymi na powierzchni wirnika i z magnesami umieszczonymi wewnątrz jarzma wirnika [5]. Najbardziej rozpowszechnione konstrukcje silników bezszczotkowych to: synchroniczny silnik bezszczotkowy PMSM (ang. Permanent Magnet Synchronous Motor) oraz silnik bezszczotkowy prądu stałego BLDC (ang. Brushless DC electric motor). Magnesy trwale wzbudzają w szczelinie indukcję magnetyczną: w silniku PMSM o rozkładzie sinusoidalnym, a w silnikach BLDC o rozkładzie trapezowym. Zaletą silników PMSM, w stosunku do silników BLDC, jest szerszy zakres regulacji prędkości

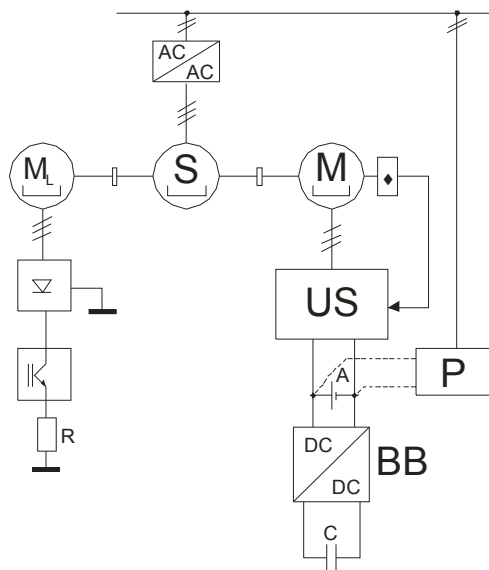
obrotowej [2,3,5]. Ponieważ silniki z magnesami trwałymi pozbawione są komutatora, ciężar sterowania przenosi się znacząco w kierunku elektronicznego sterowania układem napędowym. Układ sterowania powinien dobrze synchronizować napięcie falownika (komutatora elektronicznego) z napięciem rotacji silnika, co wymaga zastosowania dobrego układu pomiarowego.

W artykule przedstawiony jest model laboratoryjny napędu hybrydowego wraz z układem i propozycją algorytmu sterowania silnikiem PMSM.

#### 2. Model laboratoryjny

Projektowanie układu sterowania napędu hybrydowego wymaga zastosowania odpowiedniego układu pomiarowego. Do najbardziej typowych rozwiązań należy sprzężenie testowanego silnika wraz z silnikiem symulującym obciążenie. Taki układ jest wystarczający do przebadania własności testowanego silnika, niemniej jednak w projektowaniu algorytmów sterowania pojazdami hybrydowymi ważne jest odwzorowanie nie tylko obciążenia, ale również silnika spalinowego.

W proponowanym układzie pomiarowym, oprócz silnika elektrycznego M oraz układu pomiarowego kąta położenia wirnika  $\Theta$ , jest silnik symulujący obecność silnika spalinowego S oraz silnik symulujący obciążenie  $M_L$ . Swoistym sercem układu pomiarowego jest układ sterowania US silnika napędowego. Całość zasilana jest z zestawu akumulatorów A, układu typu „buck-boost” BB oraz prostownika P.



Rys. 1. Układ pomiarowy do projektowania napędu hybrydowego z silnikiem PMSM

Silnik synchroniczny z magnesami trwałymi o sinusoidalnym rozkładzie SEM wymaga rozbudowanego układu sterowania. Aby utrzymać stały moment obrotowy, należy dokonywać ciągłego i dokładnego pomiaru położenia wirnika. Informacja o położeniu wirnika dostarczana jest do sterownika, który odpowiednio steruje zespołem mocy falownika. Zastosowanie enkodera, zwłaszcza mechanicznego, jest pewnym problemem – podraża rozwiązanie oraz zwiększa zawodność systemu. Należałoby uwzględnić: enkodery hallotronowe, dodatkowe cewki pomiarowe nawinięte w żłobkach stojana lub enkodery magnetyczne (lub resolwery), które dodatkowo mogą przekazywać informację o położeniu w postaci fali sinusoidalnej ( $\sin/\cos$ ). Pomiar prądów i napięć faz silnika umożliwia bezczujnikowe sterowanie silnika z magnesami trwałymi o sinusoidalnym rozkładzie SEM [1,4]. Model laboratoryjny wyposażony jest w enkoder klasyczny i halotronowy, cewki pomiarowe oraz czujniki prądów faz silnika. Takie nadmiarowe rozwiązanie umożliwia dokładne przebadanie algorytmów sterowania.

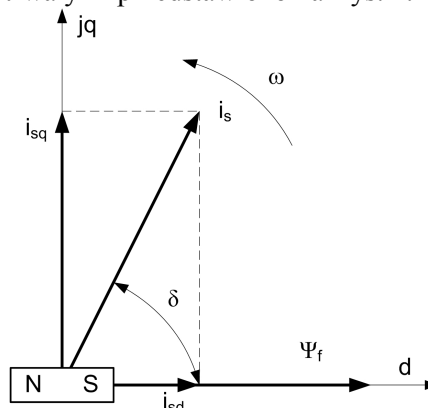
Układ sterowania musi gwarantować szybkie obliczenia, w czasie rzeczywistym, składowych prądów stojana oraz szybką reakcję na zmienne warunki pracy silnika. Taki układ przy zasilaniu sinusoidalnym silnika będzie cechował się precyzyjną regulacją położenia wirnika oraz równomierną pracą przy małych prędkościach obrotowych.

Algorytm sterowania można zaimplementować w różnych jednostkach sterowania, począwszy

od procesorów sygnałowych, aż po układy logiki programowalnej. Przegląd jednostek sterujących pod kątem ich przydatności do sterowania silnikami PMSM jest przedstawiony m.in. w [7].

### 3. Analiza matematyczna

Model matematyczny silnika PMSM jest praktycznie identyczny jak dobrze znany model maszyny synchronicznej. Zasilanie silnika PMSM prądem sinusoidalnym daje możliwość pracy z optymalnym kątem obciążenia  $\delta = 90^\circ$ . Wykres wektorowy silnika synchronicznego z magnesami trwałymi przedstawiono na Rys. 2.



Rys. 2. Wykres wektorowy silnika synchronicznego z magnesami trwałymi

Praca silnika przy takim kącie powoduje wytworzenie maksymalnego momentu przy danym prądzie. Oznacza to, że składowa podłużna prądu  $i_{sd}$  jest równa zero ( $i_{sd}=0$ ).

Dla silnika synchronicznego z magnesami trwałymi można w opisie matematycznym pominąć wpływ uzwojeń wirnika oraz prądów wirnikowych tam powstających. Równania opisujące model matematyczny silnika w wirującym układzie współrzędnych  $d, q$  mają postać [2,5]:

$$u_{sd} = R_s \cdot i_{sd} + L_{sd} \cdot \frac{di_{sd}}{dt} - \psi_{sq} \cdot \omega \quad (1)$$

$$u_{sq} = R_s \cdot i_{sq} + L_{sq} \cdot \frac{di_{sq}}{dt} - \psi_{sd} \cdot \omega \quad (2)$$

gdzie:

- $u_s, u_{sd}, u_{sq}$  to napięcie zasilające stojan wraz ze składowymi w osi podłużnej i poprzecznej,
- $L_s, L_{sd}, L_{sq}$  to indukcyjność uzwojeń stojana wraz ze składowymi w osi podłużnej i poprzecznej,
- $\Psi_s, \Psi_{sd}, \Psi_{sq}$  to strumień skojarzony stojana wraz ze składowymi w osi podłużnej i poprzecznej
- $i_s, i_{sd}, i_{sq}$  to prąd stojana wraz ze składowymi w osi podłużnej i poprzecznej

-  $R_s$  to rezystancja uzwojeń silnika,  
 -  $\omega$  to prędkość kątowna wirnika.  
 Składowe strumienia skojarzonego stojana wynoszą:

$$\psi_{sq} = L_{sq} \cdot i_{sq} \quad (3)$$

$$\psi_{sd} = L_{sd} \cdot i_{sd} + \psi_f \quad (4)$$

gdzie:

-  $\psi_f$  to strumień magnetyczny magnesów wirnika skojarzony z uzwojeniami stojana.

Równania momentów:

$$m - m_{op} = J_w \cdot \frac{d\Omega}{dt} \quad (5)$$

$$m = \frac{3}{2} \cdot [\psi_f \cdot i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) \cdot i_{sd} \cdot i_{sq}] \quad (6)$$

gdzie:

-  $m$ ,  $m_{op}$  to chwilowe wartości momentu oraz momentu oporowego,

-  $J_w$  to moment bezwładności wirnika.

Stała czasowa  $T_m$  silnika wynosi:

$$T_m = \frac{3 \cdot R_s \cdot J_w}{K^2} \quad (7)$$

gdzie:

-  $K$  to stała silnika.

Jeżeli silnik jest symetryczny magnetycznie wówczas:

$$L_{sd} = L_{sq} \quad (8)$$

zatem równanie momentu wynosi:

$$m = \frac{3}{2} \cdot \psi_f \cdot i_{sq} = K \cdot i_{sq} \quad (9)$$

Zakładając, że zmiana prędkości obrotowej silnika odbywa się w strefie stałego i maksymalnego momentu wówczas można przyjąć:

$$i_{sd} = 0 \quad (10)$$

więc równania (1), (2) upraszczają się do postaci:

$$u_{sd} = -\psi_{sq} \cdot \Omega \quad (11)$$

$$u_{sq} = R_s \cdot i_{sq} + L_{sq} \cdot \frac{di_{sq}}{dt} - \psi_f \cdot \Omega \quad (12)$$

Na podstawie równań (11), (12) i (9) można dojść do wniosku, że przy odpowiednim sterowaniu wektorem prądu stojana, moment silnika synchronicznego z magnesami trwałymi jest opisany analogicznym wzorem jak w przypadku silnika prądu stałego. Oczywiście takie podejście jest poprawne przy założeniu, że silnik pracuje w tzw. pierwszej strefie regulacji ( $i_{sd}=0$ ) [2,5], w której prędkość obrotowa jest mniejsza od znamionowej (obszar pracy ze stałym maksymalnym momentem obrotowym). Na podstawie pomiaru prądów fazowych silnika można wyznaczyć składowe prądu

w osiach d i q, układu współrzędnych związanych z wirnikiem. W celu odwzorowania wielkości związanych z twornikiem (strumienia, prądu, napięcia) na system współrzędnych związanych z wirnikiem jest wykorzystywana Transformacja Park P (13) (i transformacja odwrotna  $P^{-1}$ (14)) [6]:

$$\begin{bmatrix} u_q \\ u_d \\ u_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_q \\ u_d \\ u_0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

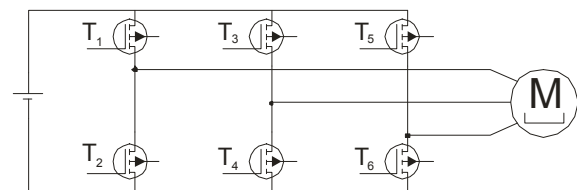
gdzie:

-  $\theta$  to kąt położenia wirnika.

#### 4. Algorytm sterowania

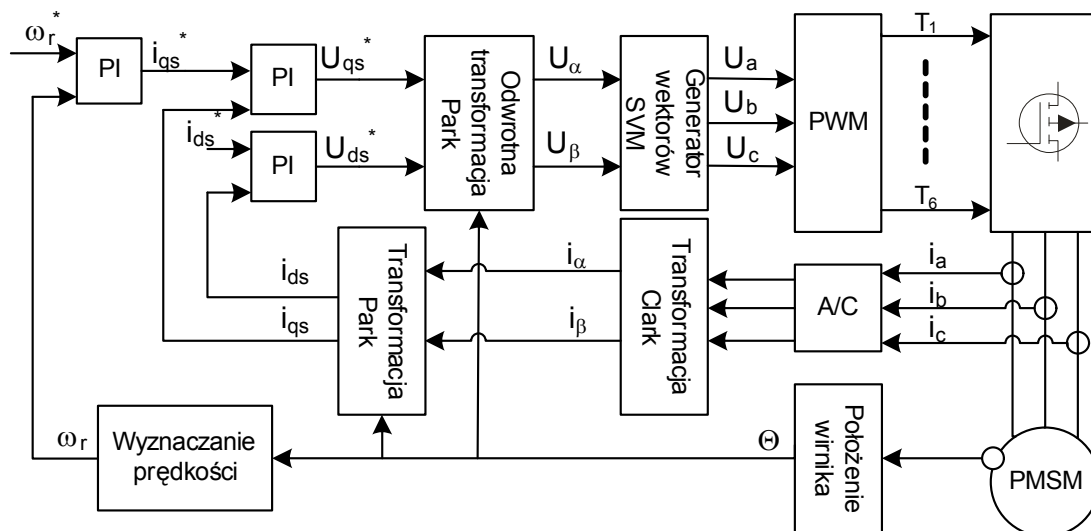
W celu zapewnienia wysokiej jakości sterowania silnikami synchronicznymi PMSM wykorzystuje się sterowanie tzw. wektorowe FOC (ang. Field Oriented Control, w angielskiej nomenklaturze zwane również "Vector-Control Techniques"). Można w ten sposób regulować zarówno moment obrotowy jak i prędkość obrotową.

Uzwojenia stojana silnika PMSM w sterowaniu wektorowym są zasilane za pomocą klasycznego 3-fazowego zespołu mocy falownika złożonego z 6 tranzystorów pracujących jako klucze (Rys. 3).



Rys. 3. Zespół mocy falownika

Sterowanie wektorowe silnikiem PMSM w wielkim uproszczeniu polega na pomiarze sygnałów sprzężenia zwrotnego (wartości prądów i napięć uzwojeń stojana, położenie kąta wirnika), transformacji tychże na układ dwufazowy, wyznaczenie nowych wartości napięć fazowych wraz z ich transformacją na układ trójfazowy, i odpowiednim sterowaniem zespołem mocy falownika (Rys. 4).



Rys. 4. Schemat sterowania wektorowego

Sprzężenie zwrotne, istotne w przypadku sterowania silnikiem PMSM, zapewniają prądy i napięcia faz silnika oraz układ wyznaczający kąt obrotu wału dzięki zastosowanym czujnikom. Następnie poprzez odpowiednie przeskalowanie sygnałów ( $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_c$ ) w przetworniku A/C wykonywana jest transformacja Clark, która umożliwia przejście z układu trójfazowego na dwufazowy ( $i_\alpha$ ,  $i_\beta$ ). Następnie przy wykorzystaniu informacji o położeniu wirnika  $\theta$  wykonywana jest transformacja Park, dzięki której możliwe jest przejście na układ współrzędnych wirujący (d, q). W wyniku tych obliczeń otrzymuje się wartości prądów ( $i_{ds}$ ,  $i_{qs}$ ). W kolejnym kroku obliczone prądy ( $i_{ds}$ ,  $i_{qs}$ ) są wraz z prądami ( $i_{ds}^*$ ,  $i_{qs}^*$ ) podawane na regulatory PI, które wyznaczają nowe wartości napięć ( $U_{qs}^*$ ,  $U_{ds}^*$ ). Wartości tych napięć poddawane są odwrotnej transformacji Park (przy wykorzystaniu informacji o położeniu wirnika  $\theta$ ), w wyniku której otrzymuje się napięcia ( $U_\alpha$ ,  $U_\beta$ ). Na ich podstawie z kolei generowane są napięcia ( $U_a$ ,  $U_b$ ,  $U_c$ ), które w bloku PWM przekształcane są na odpowiednie przebiegi prostokątne, służące do sterowania tranzystorami mocy  $T_1$ - $T_6$  falownika. Zespół mocy falownika wytwarza napięcia trójfazowe o odpowiedniej amplitudzie i przesunięciu. Bezpośrednie przejście z układu dwufazowego ( $U_\alpha$ ,  $U_\beta$ ) na układ trójfazowy napięć ( $U_a$ ,  $U_b$ ,  $U_c$ ) jest możliwe dzięki zastosowaniu generatora wektorów przestrzeni SVM (ang. Space Vector Modulation). Aktualna wartość prędkości obrotowej silnika  $\omega_r$  wyznaczana jest na podstawie znajomości informacji o kącie położenia wirnika  $\theta$ . Następ-

nie obliczona prędkość  $\omega_r$  wraz z zadaną prędkością  $\omega_r^*$  podawana jest na wejścia regulatora PI. Regulator PI służy do wyznaczenia nowej wartości prądu  $i_{qs}^*$  (sterowanie momentem obrotowym). Analogicznie wygląda sytuacja w przypadku sterowania strumieniem w ścieżce  $i_{ds}^*$ .

## 5. Implementacja

Analizując schemat sterowania wektorowego z Rys. 4 można dojść do wniosku, że optymalnym rozwiązaniem sprzętowym - jednostką centralną - służącym do sterowania wektorowego będzie procesor sygnałowy DSP. Procesor ten ma w swojej budowie wewnętrznej między innymi bloki takie jak PWM i A/C. Wystarczy w tym przypadku dołączyć jedynie zespół mocy falownika wraz z zespołem czujników (prądy poszczególnych faz silnika  $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_c$  oraz sygnał z informacją o kącie położenia wirnika  $\theta$ ). Takie postępowanie zdecydowanie zmniejsza nakłady sprzętowe opracowywanego sterownika.

Drugą istotną zaletą procesora sygnałowego jest jego naturalna zdolność do złożonych obliczeń (transformacja Park, odwrotna transformacja Park, transformacja Clark). Poza tym bogata dokumentacja procesorów sygnałowych DSP oraz zestaw bibliotek pozwala na w miarę szybkie oprogramowanie takiego sterownika.

Druga rozpatrywana przez autorów artykułu możliwość dotyczy zastosowania układu logiki programowalnej FPGA. Realizując sterownik silnika PMSM ze sterowaniem wektorowym w układzie FPGA można napotkać szereg problemów. Podstawowym problemem jest zreali-

zowanie bloku zajmującego się wykonywaniem skomplikowanych obliczeń (transformacja Park, odwrotna transformacja Park, transformacja Clark). Programista musi mieć rozeznanie w zasobach sprzętowych układu FPGA, aby optymalnie wykorzystać jego bloki. Nieumiejętny opis jednostki dokonującej obliczeń może skutkować brakiem konkurencyjności w stosunku do takiej jednostki zawartej w procesorze sygnałowym DSP. Producenci układów FPGA oraz producenci narzędzi do syntezy logiki wspierają jednak projektowanie układów przetwarzania sygnałów.

Kolejną wadą układu FPGA jest brak możliwości realizacji w nim przetwornika A/C, który jest wykorzystywany do pomiaru prądów pobieranych przez silnik ( $i_w$ ,  $i_b$ ,  $i_c$ ). W tej sytuacji należy dołączyć przetwornik zewnętrzny.

Umiejętne zaprojektowanie sterownika w układzie FPGA prowadzi do uzyskania rozwiązania realizującego operacje szybciej niż w przypadku procesora sygnałowego DSP. To jest główna zaleta sterownika zrealizowanego w układzie FPGA.

## 6. Podsumowanie

Przedstawione w artykule zagadnienia stanowią wstęp do projektowania układów sterowania pojazdów elektrycznych wyposażonych w synchroniczny silnik z magnesami trwałymi PMSM. Cechą charakterystyczną tego silnika jest sinusoidalny rozkład SEM, co pozwala uzyskać szeroki zakres prędkości obrotowej. Odbywa się to jednak kosztem rozbudowanych algorytmów sterowania.

Stosując przedstawione w artykule sterowanie wektorowe FOC, można silnikiem z magnesami trwałymi PMSM, sterować jak silnikiem prądu stałego. Taka możliwość z jednej strony znacznie upraszcza nakłady sprzętowe, ale z drugiej strony powoduje konieczność wykonania skomplikowanych obliczeń w czasie rzeczywistym (transformacja Park, odwrotna transformacja Park, transformacja Clark). Tego typu obliczenia decydują o wyborze układu, na którym będzie bazował sterownik silnika z magnesami trwałymi PMSM.

Analizując możliwości jednostek centralnych bezkonkurencyjny, pod praktycznie każdym względem, okazuje się procesor sygnałowy DSP. Tak też jest zrealizowana zdecydowana większość sterowników. Niemniej jednak warty zauważenia jest układ FPGA oferujący olbrzymie możliwości obliczeniowe dzięki współ-

bieżnej pracy wielu bloków oraz np. dynamiczną rekonfigurację w trakcie pracy urządzenia. Producenci układów FPGA, dostrzegając potrzeby związane z koniecznością cyfrowego przetwarzania sygnałów, opracowali specjalne rodziny układów optymalizowanych właśnie pod tym kątem.

## 7. Literatura

- [1]. Genduso F., Miceli R., Rando C., Galluzzo G.R.: *Back EMF Sensor-less-Control Algorithm for High-Dynamic Performance PMSM*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol.57, no.6, 2010, pp.2092-2100.
- [2]. Glinka T.: *Mikromaszyny elektryczne wzbudzone magnesami trwałymi*, Gliwice: Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 1995.
- [3]. Krishan R.: *Electric motor drives modeling, analysis and control*, Prentice Hall, 2001.
- [4]. Lee G.B., Park J.S., Lee S.H., Kwon Y.A.: *High-performance sensor-less control of PMSM using back-EMF and reactive power*, ICCAS-SICE, 2009, pp.407-411.
- [5]. Łastowiecki J.: *Elementy i podzespoły półprzewodnikowych układów napędowych*, Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 1999.
- [6]. Pillay P., Krishnan R., *Modeling, simulation, and analysis of permanent-magnet motor drives. Part I. The permanent-magnet synchronous motor drive*, IEEE Transactions on Industry Application, vol.25, no.2, 1989, pp.265-273.
- [7]. Rudnicki T., Czerwiński R., Fręchowicz A., *Silnik PMSM: analiza matematyczna, układy sterowania*, Wysłany VIII Konferencja Naukowa Informatyka - Sztuka czy Rzemiosło KNWS'11.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2010-2013 jako projekt badawczy Nr N N510 077638.

## Autorzy

dr inż. Tomasz Rudnicki

email: [trudnicki@polsl.pl](mailto:trudnicki@polsl.pl)

dr inż. Robert Czerwiński

email: [rczerwinski@polsl.pl](mailto:rczerwinski@polsl.pl)

Politechnika Śląska

Wydział Automatyki, Elektroniki i Informatyki

Instytut Elektroniki

dr inż. Aleksander Fręchowicz

email: [afrechowicz@polsl.pl](mailto:afrechowicz@polsl.pl)

Politechnika Śląska

Wydział Górnictwa i Geologii

Katedra Elektryfikacji i Automatykacji Górnictwa