

Bronisław TOMCZUK  
Dawid WAJNERT

# PORÓWNANIE ANALIZY POLA W PRZESTRZENI 2D I 3D W AKTYWNYM ŁOŻYSKU MAGNETYCZNYM<sup>\*)</sup>

**STRESZCZENIE** *W pracy przedstawiono 2-wymiarową (2D) oraz 3-wymiarową (3D) analizę pola magnetycznego w aktywnym łożysku magnetycznym. Podjęto próbę porównania wyników obliczeń składowych indukcji magnetycznej dla obu modeli. Zanalizowano wpływ siatki dyskretyzacyjnej na wynik obliczeń parametrów całkowych pola w modelu 3D. Porównano czasy obliczeń dla poszczególnych zagęszczeń siatki modelu trójwymiarowego.*

**Słowa kluczowe:** *aktywne łożysko magnetyczne, analiza pola magnetycznego, metody numeryczne*

## 1. WSTĘP

---

Wspomagane komputerowo projektowanie maszyn elektrycznych pozwala na znaczne zredukowanie kosztów budowy prototypów. Możliwa jest również stosunkowo prosta realizacja optymalizacji obwodu magnetycznego.

---

<sup>\*)</sup> Praca współfinansowana ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego.

---

**prof. dr hab. inż. Bronisław TOMCZUK**  
e-mail: b.tomczuk@po.opole.pl

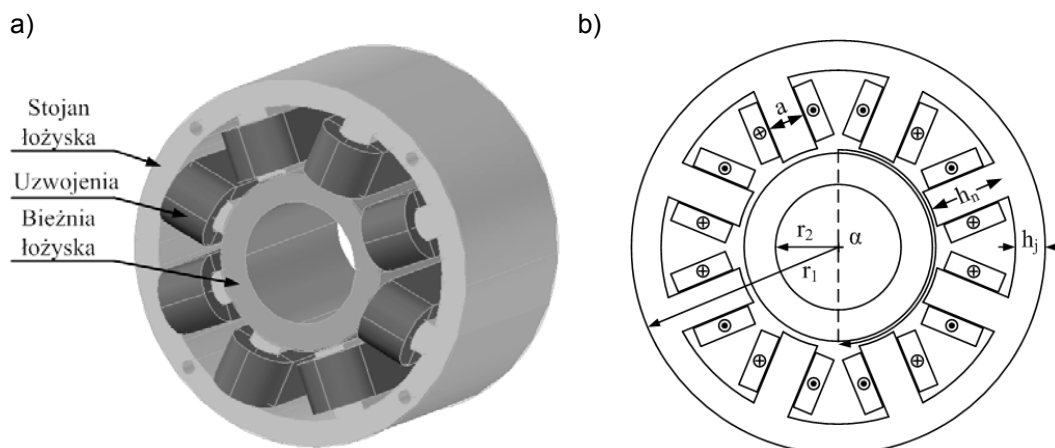
**mgr inż. Dawid WAJNERT**  
e-mail: dawid.wajnert@op.pl

Katedra Elektrotechniki Przemysłowej,  
Instytut Układów Elektromechanicznych i Elektroniki Przemysłowej,  
Politechnika Opolska

W obliczeniach polowych łożysk magnetycznych wielkościami optymalizowanymi są zwykle parametry całkowite pola magnetycznego. Na podstawie tych parametrów określa się sztywność prądową i przemieszczeniową łożyska, co ma duże znaczenie w jego projektowaniu. Najbardziej precyzyjne wyniki daje trójwymiarowa analiza pola. Jednakże w obliczeniach wstępnych autorzy – twórcy łożysk magnetycznych – posługują się zwykle analizą dwuwymiarową [1], a nawet schematami obwodowymi [3]. Należy jednak dokonać oceny czy dwuwymiarowa analiza pola daje możliwe do przyjęcia wyniki. Przykładowo, o ile dokładność uzyskanych za jej pomocą wartości parametrów całkowitych pola może być akceptowalna w obliczeniach wstępnych, to w celu określenia rozkładu pola magnetycznego niezbędna jest trójwymiarowa numeryczna analiza pola.

## 2. OPIS BADANEGO OBIEKTU

Rysunek 1a przedstawia trójwymiarowy szkic siłownika aktywnego łożyska magnetycznego, z wyszczególnieniem jego podstawowych elementów: stojana, bieźni oraz uzwojeń – cewek wzbudzających pole magnetyczne. Jest to podstawowa konstrukcja promieniowego aktywnego łożyska magnetycznego, przeznaczonego do lewitacji wału w wysokoobrotowym zespole napędowym. Układy tego typu, przeznaczone do przenoszenia obciążeń prostopadłych do osi maszyny, stosuje się w wielu obecnie wykonywanych napędach. Należy dodać, że indukowanie się prądów wirowych na skutek zmiany strumienia magnetycznego oraz obracającego się z dużą prędkością wirnika, wymusza wykonanie pakietowanego stojana oraz pakietowanej bieźni siłownika łożyska magnetycznego.



**Rys. 1. Aktywne łożysko magnetyczne:**

a) rysunek poglądowy, b) konfiguracja uzwojeń oraz wymiary mechaniczne

Uzwojenia siłownika zasilane są z elektronicznego układu zasilania PWM [4]. W wyniku zmiany prądu sterującego wytwarzana jest siła magnetyczna oddziałująca na wał, generowana przez cztery elektromagnesy rozmieszczone symetrycznie w stojanie (rys. 1b).

Podstawowe parametry łożyska magnetycznego przedstawiono w tabeli 1. Szczególnie ważne w analizie numerycznej jest dokładne uwzględnienie geometrii obwodu magnetycznego. Najważniejszy parametr geometryczny to długość szczeliny powietrznej, czyli odległość pomiędzy wałem a stojanem, która zwykle wynosi od kilkudziesięciu mikrometrów do jednego milimetra [7].

**TABELA 1**

Podstawowe parametry geometrii łożyska magnetycznego

Parametr	Wartość
Promień zewnętrzny	$r_1 = 52,70$ mm
Promień wewnętrzny	$r_2 = 17,50$ mm
Wysokość jarzma łożyska	$h_j = 7,60$ mm
Wysokość nabiegunnika	$h_n = 9,50$ mm
Szerokość nabiegunnika	$a = 9,40$ mm
Długość łożyska	$b = 56,30$ mm
Długość szczeliny powietrznej	$g_0 = 0,45$ mm

### 3. MODELE NUMERYCZNE BADANEGO OBIEKTU

Aby wykazać różnice w wartościach parametrów całkowitych otrzymanych w wyniku analizy 2D i 3D, wykonano dwa modele numeryczne aktywnego łożyska magnetycznego. Analiza pola modelu dwuwymiarowego (2D) została przeprowadzona z użyciem programu FEMM wersja 4.2 [5]. Model trójwymiarowy (3D) rozpatrywano z użyciem komercyjnego pakietu Maxwell 3D w wersji 12 [2].

#### 3.1 Dwuwymiarowy model obliczeniowy

W dwuwymiarowym modelu łożyska rozkład pola magnetycznego wyznaczono na podstawie analizy pola w przekroju poprzecznym siłownika. Algorytm działania programu opiera się na Metodzie Elementów Skończonych (MES).

W obszarze zdyskretyzowanym siatką elementów skończonych rozwiązywane jest eliptyczne równanie różniczkowe cząstkowe względem wektorowego potencjału magnetycznego  $\vec{A}$ :

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu(\vec{B})} \nabla \times \vec{A} \right) = \vec{J} \quad (1)$$

gdzie:

- $\mu$  – przenikalność magnetyczna,
- $\vec{B}$  – wektor indukcji pola magnetycznego,
- $\vec{A}$  – wektorowy potencjał magnetyczny,
- $\vec{J}$  – gęstość prądu.

W obliczeniach uwzględniono nieliniową charakterystykę  $\mu(B)$  magnesowania stali. Rozwiązanie powyższego równania pozwala na wyznaczenie nie tylko rozkładu pola, lecz także parametrów całkowych łożyska magnetycznego. Do jego parametrów należą m.in. indukcyjność uzwojeń oraz sztywność prądowa i sztywność przemieszczeniowa. Indukcyjność uzwojeń można obliczyć ze wzoru:

$$L_s = \frac{\psi}{I} = \frac{N^* \Phi}{I} = \frac{N \cdot \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}}{I} \quad (2)$$

gdzie  $N$  jest liczbą zwojów uzwojenia, a  $\Phi$  to strumień przenikający jeden zwoj.

W metodzie elementów skończonych do obliczenia siły magnetycznej działającej na wał wykorzystuje się tensor naprężeń Maxwella. Całkowita siła magnetyczna wyrażona jest wzorem:

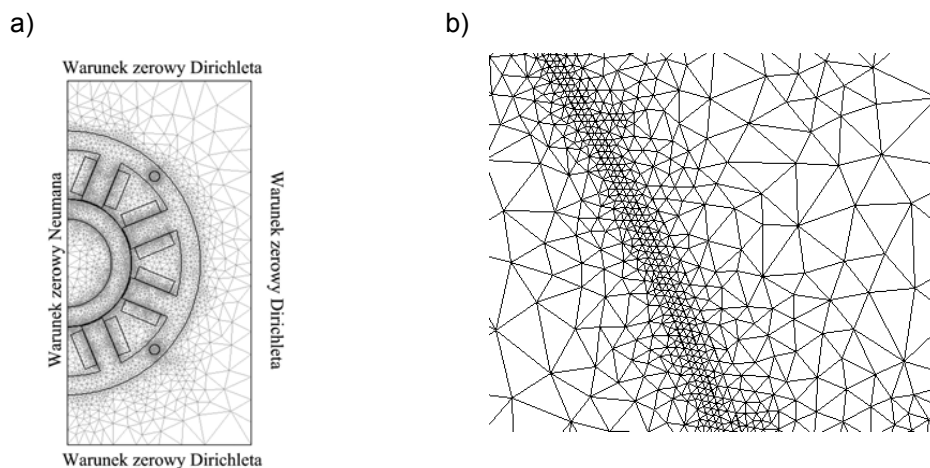
$$F = \frac{1}{2} \oint_S \left\{ \vec{H}(\vec{n} \cdot \vec{B}) + \vec{B}(\vec{n} \cdot \vec{H}) - \vec{n}(\vec{H} \cdot \vec{B}) \right\} d\vec{s} \quad (3)$$

gdzie:

- $\vec{n}$  – wektor normalny do powierzchni całkowania,
- $\vec{H}$  – wektor natężenia pola magnetycznego,
- $\vec{B}$  – wektor indukcji pola magnetycznego.

Dwuwymiarowy obszar obliczeniowy aktywnego łożyska magnetycznego dyskretyzowano przy pomocy około 40 tysięcy elementów skończonych pierwszego rzędu (rys. 2a). Obliczanie siły z wykorzystaniem tensora naprężeń

Maxwella wymaga miejscowego zagęszczenia siatki. Dlatego też szczególną uwagę zwrócono na dyskretyzację szczeliny powietrznej poprzez wprowadzenie tzw. warstwy pomocniczej w obrębie wirnika (rys. 2b) [7]. Na zewnętrznych krawędziach obszaru obliczeniowego założono zerowe warunki brzegowe Dirichleta ( $\vec{A} = 0$ ).



**Rys. 2. Model 2D:**

a) siatka dyskretyzacyjna, b) fragment siatki dyskretyzacyjnej w okolicy szczeliny powietrznej

### 3.2 Trójwymiarowy model obliczeniowy

Do wyznaczenia rozkładu pola magnetycznego w obszarze trójwymiarowym wykorzystano program Maxwell 3D oparty na metodzie T- $\Omega$  [7]. W węzłach siatki rozwiązywane są dwa podstawowe równania różniczkowe cząstkowe względem potencjału wektorowego  $\vec{T}$ :

$$\nabla^2 \vec{T} = j\omega\mu\gamma\vec{H}_s \quad (4)$$

oraz skalarnego potencjału magnetycznego  $\Omega$ :

$$\nabla \cdot (\mu(B)\nabla\Omega) = 0 \quad (5)$$

z uwzględnieniem nieliniowej przenikalności  $\mu(B)$  oraz przewodności elektrycznej  $\gamma$ , dla pulsacji  $\omega$ . Indukcyjność uzwojeń obliczana jest z wcześniej przedstawionej zależności (2).

Siłę wyznaczoną za pomocą analizy 3D obliczono z wykorzystaniem tzw. jednokrokowej metody prac wirtualnych. Metoda ta jest modyfikacją klasycznej metody prac wirtualnych:

$$F_y = -\frac{\Delta W'}{\Delta y} = \frac{W'_2 - W'_1}{y_2 - y_1} \quad (6)$$

Właściwy dobór siatki dyskretyzacyjnej w przypadku obliczeń trójwymiarowych ma szczególnie duże znaczenie [6]. Należy wybrać taką gęstość siatki, która sprosta wymaganiom dotyczącym dokładności obliczeń oraz czasu ich trwania. W tym celu przeanalizowano pięć wariantów siatki dyskretyzacyjnej trójwymiarowego modelu numerycznego:

- a) Siatka 1: jest to domyślna siatka generowana poprzez program Maxwell 3D.
- b) Siatka 2: ten wariant siatki zawiera ograniczenie wielkości elementów w stojanie i wirniku oraz w uzwojeniach, polegające na tym, że długość maksymalnego boku elementu czworościennego nie przekracza 6 mm.
- c) Siatka 3: podobna do siatki 2, przy czym dodatkowo zwiększono liczbę elementów w szczelinie powietrznej. Maksymalna długość boku elementu czworościennego nie przekracza 0,7 mm.
- d) Siatka 4: podobna do siatki 3, przy czym najdłuższy bok elementów czworościennych w stojanie i wirniku oraz w uzwojeniach nie przekracza 3 mm.
- e) Siatka 5: podobna do siatki 4, z tą różnicą, że maksymalna długość boków elementów czworościennych w stojanie i wirniku oraz uzwojeniu nie przekracza 2,5 mm, natomiast najdłuższe boki elementów czworościennych w szczelinie powietrznej nie przekraczają 0,5 mm.

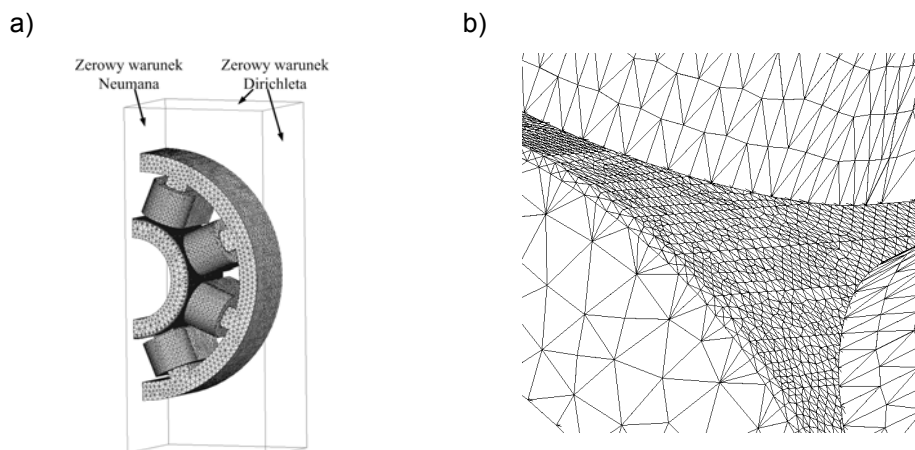
Jako wyznacznik dokładności obliczeń przyjęto procentowy błąd energii pola magnetycznego (tab. 2).

**TABELA 2**

Porównanie wariantów siatki dyskretyzacyjnej modelu trójwymiarowego

Wariant siatki dyskretyzacyjnej	Koenergia pola magnetycznego [J]	Procentowy błąd energii [%]	Liczba elementów	Czas obliczeń [s]
1	0,056936	34,2420	14 017	86
2	0,056663	9,1547	56 795	245
3	0,056472	5,1534	199 080	1105
4	0,055882	0,9066	454 752	1930
5	0,055775	0,5175	914 592	4940

Biorąc pod uwagę akceptowalny czas obliczeń oraz błąd energii pola magnetycznego, dyskretyzowano trójwymiarowy model numeryczny 4 wariantem siatki przedstawionym na rysunku 3.

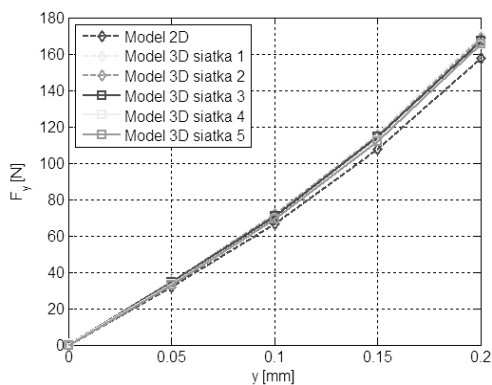


**Rys. 3. Model 3D:**

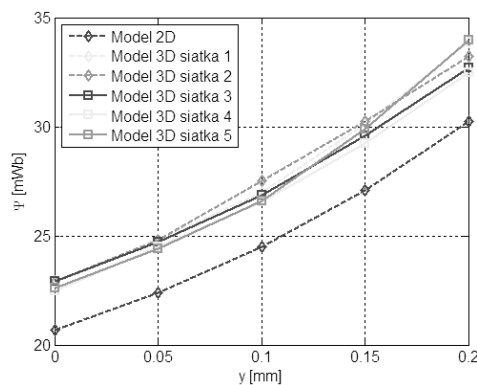
a) siatka dyskretyzacyjna, b) fragment siatki dyskretyzacyjnej w okolicy szczeliny powietrznej

## 4. PORÓWNANIE WYNIKÓW ANALIZY 2D I 3D

Wpływ gęstości siatki dyskretyzacyjnej modelu 3D na wyznaczoną wartość siły zaprezentowano na rysunku 4. Dodatkowo, na rysunku tym przedstawiono wykres siły otrzymany w wyniku analizy modelu dwuwymiarowego. Różnica w wartościach siły wyznaczonej w wyniku analizy 2D i 3D jest nieznacząca.

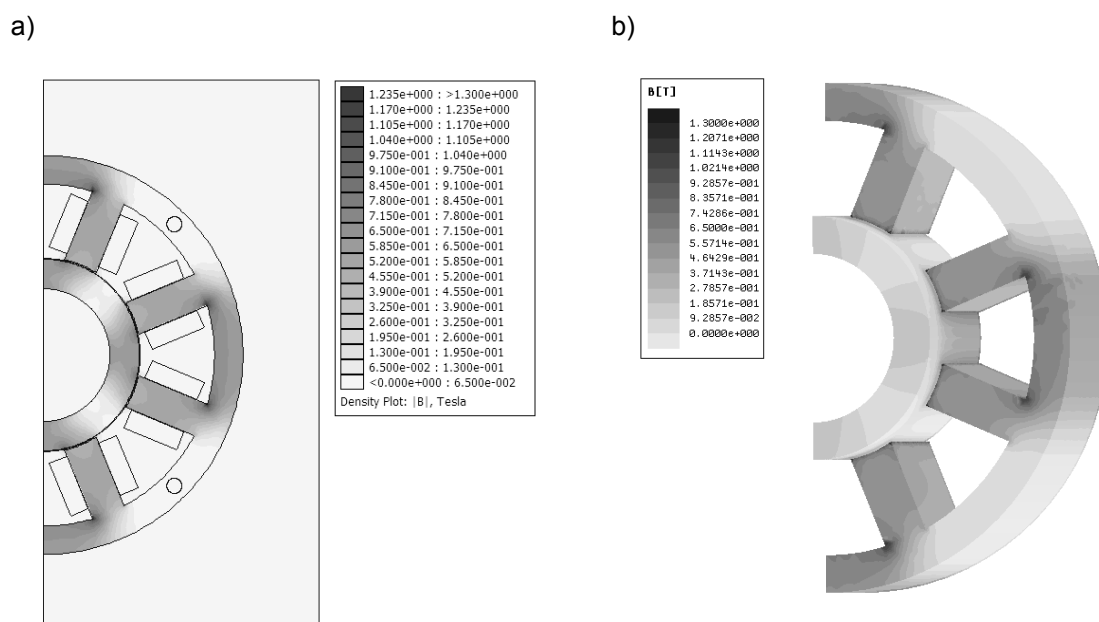


**Rys. 4. Wartości siły działającej na wał uzyskane w wyniku analizy 2D i 3D**



**Rys. 5. Wartości strumienia magnetycznego uzyskane w wyniku analizy 2D i 3D**

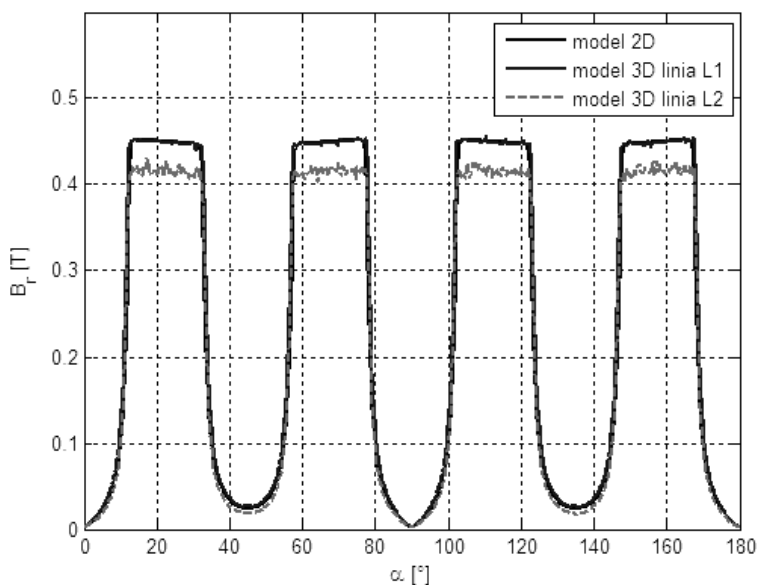
Wartość strumienia magnetycznego uzyskana w wyniku analizy 3D wykazuje większą podatność na gęstość siatki dyskretyzacyjnej (rys. 5). W tym przypadku niezmiernie ważne jest poprawne zdyskretyzowanie uzwojeń oraz stojana i wirnika. Wartość strumienia magnetycznego wyznaczona w wyniku analizy 2D różni się o około 8% od wartości uzyskanej za pomocą analizy 3D. Natomiast koenergia pola magnetycznego obliczona z wykorzystaniem metody dwuwymiarowej jest o 10% mniejsza w stosunku do modelu 3D. Przedstawiony na rysunku 6 rozkład pola magnetycznego w obu przypadkach różni się nieznacznie.



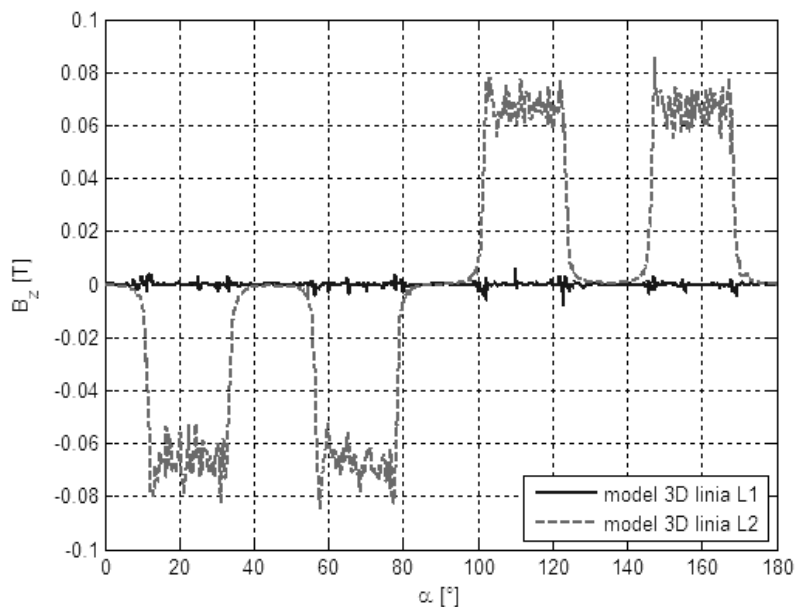
**Rys. 6. Rozkład indukcji dla centralnego położenia wału oraz dla  $I_{sy} = 0$  A**  
a) model 2D, b) model 3D

Wykresy składowej promieniowej  $B_r$  indukcji magnetycznej wzdłuż szczeliny powietrznej dla obydwu modeli pokrywają się ze sobą w punktach leżących na środku długości wału (linia  $L1$ ). Natomiast na końcu pakietu blach stojana (linia  $L2$ ) indukcja ta jest mniejsza (rys. 7). Zgodnie z oczekiwaniem, w modelu 3D (podobnie jak w modelu 2D) składowa osiowa indukcji magnetycznej  $B_z$ , wykreślona w środku długości wału (linia  $L1$ ), jest równa zero. Rozkład indukcji magnetycznej wykreślony dla linii  $L2$  pokazuje, że na końcu pakietu blach stojana składowa  $B_z$  przyjmuje do 15% wartości składowej promieniowej indukcji  $B_r$  (rys. 8).



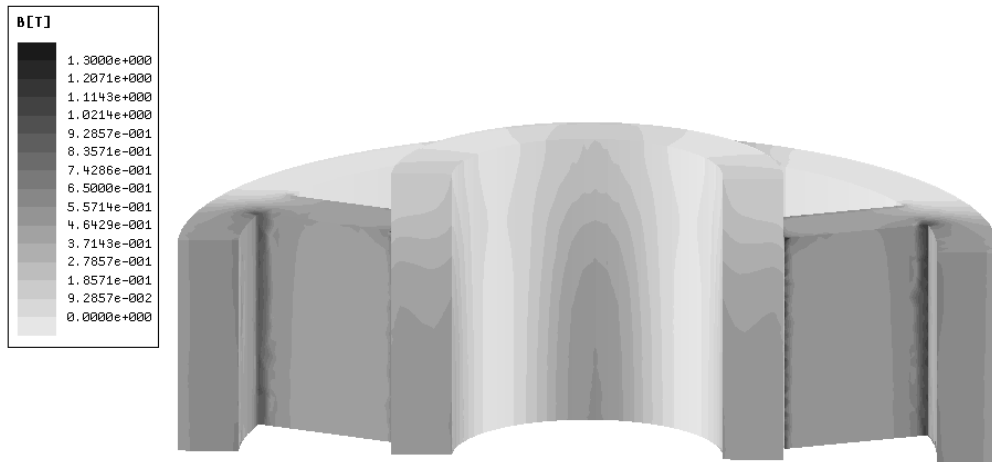


Rys. 7. Składowa  $B_r$  indukcji magnetycznej wzdłuż szczeliny pomiędzy bieżnią łożyska a stojanem



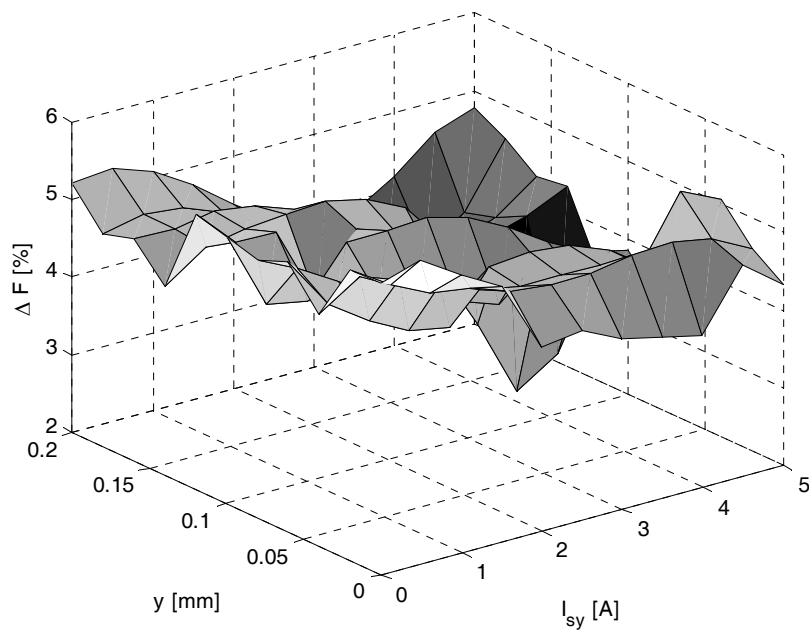
Rys. 8. Składowa  $B_z$  indukcji magnetycznej wzdłuż szczeliny pomiędzy bieżnią łożyska a stojanem

Jak widać na rysunku 9, rozkład indukcji magnetycznej w wirniku wzdłuż osi z jest nierównomierny. Wynika to z trójwymiarowości rozkładu pola magnetycznego, czego nie sposób zamodelować w układzie dwuwymiarowym.

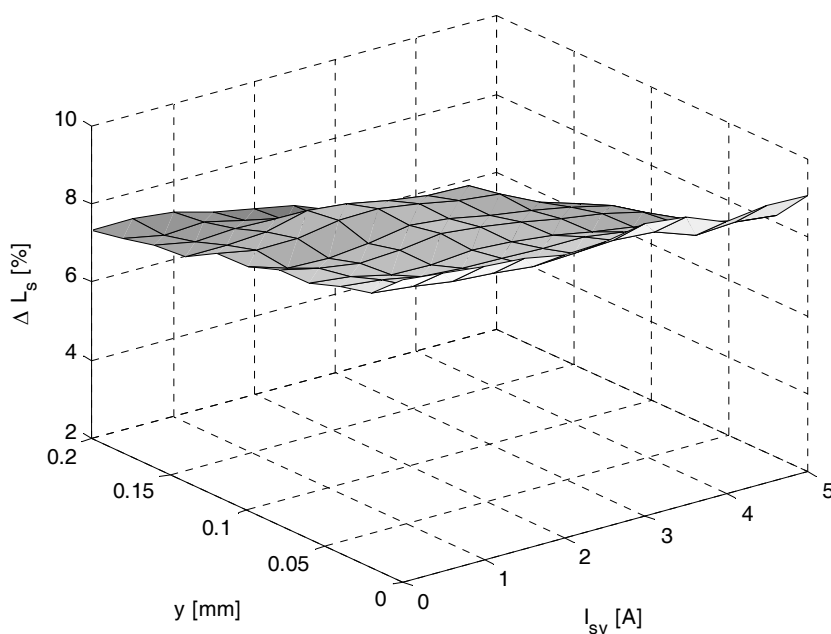


**Rys. 9. Przestrzenny rozkład indukcji magnetycznej**

Największa różnica w wartościach siły obliczonej w wyniku analiz 2D i 3D występuje dla zerowego prądu sterującego (rys. 10). W tym punkcie pracy błąd wyznaczenia siły w wyniku analizy 2D jest na poziomie 6%. Najmniejsza różnica obliczonych (w wyniku analiz 2D i 3D) indukcyjności statycznych występuje dla maksymalnego wychylenia wału oraz maksymalnego prądu sterującego.



**Rys. 10. Procentowa różnica siły wyznaczona w wyniku analiz 3D i 2D**



**Rys. 11. Procentowa różnica indukcyjności statycznej wyznaczonej w wyniku analiz 3D i 2D**

## 5. PODSUMOWANIE

W dwuwymiarowej analizie rozkładu pola magnetycznego pomija się wpływ strumienia magnetycznego, wzbudzanego poprzez połączenia czołowe uzwojeń, na rozkład indukcji w stojanie i wirniku łożyska oraz na parametry całkowite jego pola. W badanym łożysku magnetycznym, którego szczelina jest stosunkowo mała, strumień rozproszenia tylko nieznacznie wpływa na siłę nośną działającą na wał.

Dokładność modelu numerycznego w znacznym stopniu zależy od założonej gęstości siatki dyskretyzacyjnej. W analizowanym trójwymiarowym modelu polowym przyjęto, że optymalne (pod względem błędu obliczeniowego i czasu obliczeń) zagęszczenie występuje w 4 wariancie siatki.

Po porównaniu wyników obliczeń 2D i 3D można stwierdzić, że w obliczeniach dwuwymiarowych pola magnetycznego aktywnych łożysk magnetycznych (o szczelinie powietrznej do 0,45 mm) błąd obliczeniowy dla indukcyjności statycznych waha się od 5 do 10%, zaś w przypadku siły wynosi do 6%.

## LITERATURA

1. Antila, M.: Electromechanical Properties of Radial Active Magnetic Bearings, PhD Thesis, Helsinki University of Technology, Finland, 1999.
2. Ansoft.: Maxwell 3D v12 User Guide, Pittsburg, 2008.
3. Gosiewski Z., Falkowski K.: Wielofunkcyjne łożyska magnetyczne, Biblioteka Nauk. Instytutu Lotnictwa, Warszawa, 2003.
4. Maslen E.: Magnetic Bearings, University of Virginia, Virginia, 2000.
5. Meeker D.: FEMM 4.2, User's Manual, Virginia, 2009.
6. Wajnert D.: Determination of Mesh Density for Finite Elements Analysis of Magnetic Bearing, Zeszyty Naukowe Politechniki Opolskiej, Elektryka, Nr 335/2010.
7. Zimon J.: Analiza pola i obliczanie parametrów aktywnego łożyska magnetycznego, Praca doktorska, Opole, 2009.

*Rękopis dostarczono dnia 19.10.2010 r.*

## COMPARISON OF FIELD ANALYSIS IN 2D AND 3D SPACE IN THE ACTIVE MAGNETIC BEARING

Bronisław TOMCZUK, Dawid WAJNERT

**ABSTRACT** *This paper presents the calculation results of an active magnetic bearing with using 2D and 3D FEM method. The basic equations for finite element analysis in two-dimensional and three-dimensional modeling has been presented. For the three-dimensional analysis of the magnetic field we investigated the impact of mesh density on the calculation result of integral parameters of the field. The article underlines the differences in calculation of the field integral parameters for an active magnetic bearing with using the 2D and 3D models.*

**Prof. dr hab. inż. Bronisław TOMCZUK** jest kierownikiem Katedry Elektrotechniki Przemysłowej Politechniki Opolskiej. W latach 1996-99 był prodziekanem ds. nauki Wydziału Elektrotechniki i Automatyki, a w latach 1996-1999 i 2002-2005 członkiem Senatu Politechniki Opolskiej. Jego dorobek naukowy obejmuje ponad sto osiemdziesiąt publikacji, samodzielnych i współautorskich, w renomowanych czasopiśmie zagranicznych i krajowych. Profesor B. Tomczuk był recenzentem prac doktorskich, artykułów w czasopiśmie IEEE Trans. on Magn. z listy filadelfijskiej i artykułów w czasopiśmie krajowych. Jest członkiem wielu towarzystw i stowarzyszeń naukowych, m.in. Sekcji Maszyn Elektrycznych i Transformatorów Komitetu Elektrotechniki PAN, International Compumag Society (ICS), Stowarzyszenia Elektryków Polskich (SEP), Polskiego Towarzystwa Elektrotechniki Teoretycznej i Stosowanej. Od trzydziestu lat prowadzi badania naukowe dotyczące komputerowej analizy i weryfikacji pomiarowej pól trójwymiarowych. Przedmiotem badań są transformatory i dławiki oraz akulatory elektromagnetyczne o ruchu liniowym.



**Mgr inż. Dawid WAJNERT** ukończył studia magisterskie w roku 2008 na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki Politechniki Opolskiej. Obecnie jest słuchaczem studiów doktoranckich. Jego praca naukowo-badawcza wiąże się z modelowaniem numerycznym zawieszek elektromagnetycznych oraz projektowaniem układów sterowania dla tego typu obiektów.

