

Tomasz SZCZEGIELNIAK  
Zygmunt PIĄTEK  
Dariusz KUSIAK

# STRATY MOCY W EKSTRANIE TRÓJFAZOWEGO SYMETRYCZNEGO TORU WIELKOPRĄDOWEGO<sup>\*)</sup>

**STRESZCZENIE**      *W pracy przedstawiono obliczenia strat mocy czynnej i biernej w ekranie symetrycznego trójfazowego toru wielkoprowadowego. Obliczenia wykonano korzystając z twierdzenia Poyntinga oraz z prawa Joule'a-Lenza. Uwzględniono przy tym zjawisko naskórkowości oraz wewnętrzne zjawisko zbliżenia.*

**Słowa kluczowe:** *pole elektromagnetyczne, moc czynna, moc bierna, tory wielkoprowadowe*

## 1. WSTĘP

---

Do przesyłu energii elektrycznej o dużych prądach stosuje się m.in. osłonięte tory wielkoprowadowe. Jednym z rozwiązań konstrukcyjnych torów wielkoprowadowych jest tzw. symetryczny tor trójbiegunowy [1-5]. W takim torze

---

\*) Praca finansowana przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego jak projekt badawczy N N510 002838

---

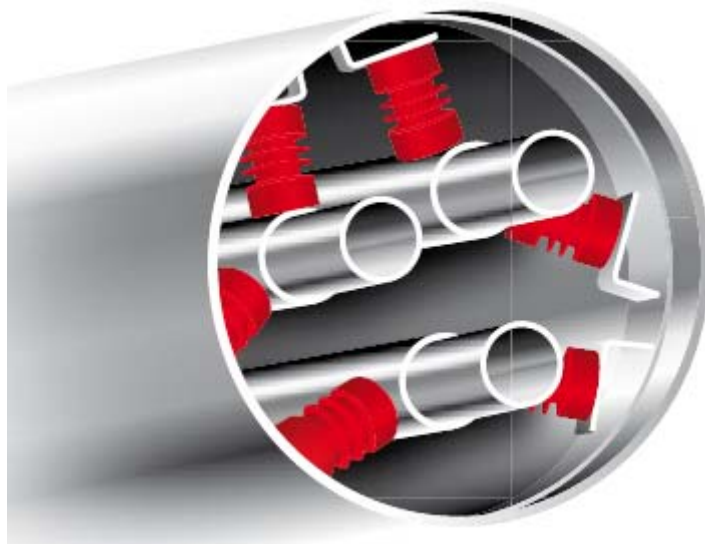
**mgr inż. Tomasz SZCZEGIELNIAK<sup>1)</sup>**  
e-mail: szczegielniakt@interia.pl

**prof. dr hab. inż. Zygmunt PIĄTEK<sup>1)</sup>, dr inż. Dariusz KUSIAK<sup>2)</sup>**  
e-mail: zygmunt.piatek@interia.pl, dariuszkusiak@wp.pl

1) Instytut Inżynierii Środowiska  
Wydział Inżynierii i Ochrony Środowiska, Politechnika Częstochowska

2) Instytut Elektrotechniki Przemysłowej  
Wydział Elektryczny, Politechnika Częstochowska

aluminiowe rurowe przewody fazowe umieszczone są w wierzchołkach trójkąta równobocznego i są osłonięte aluminiowym rurowym ekranem. Są to m.in. trójfazowe szynoprzewody typu EHON [6] stosowane jako niezawodne połączenie silnoprądowe (do 9 kA) w zakresie średnich napięć (do 24 kV) (rys. 1).

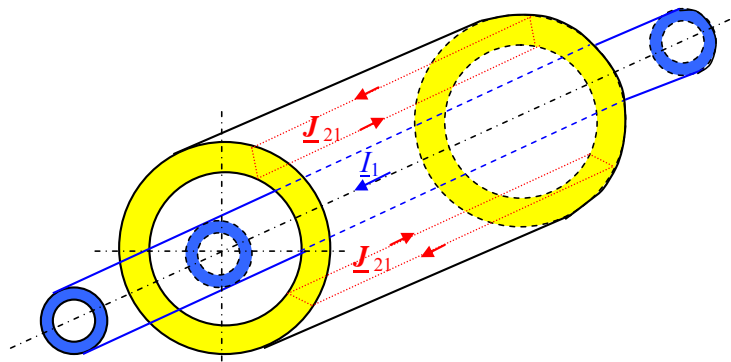


**Rys. 1. Szynoprzewód trójfazowy typu EHON [6]**

Przeływ prądu przemiennego w urządzeniach elektroenergetycznych wywołuje efekty natury elektromagnetycznej, termicznej i dynamicznej, takie jak: straty mocy, nagrzewanie się konstrukcji układu i otoczenia, siły między poszczególnymi elementami układu [1]. W przypadku torów wielkoproudowych określenie parametrów elektrodynamicznych ma duże znaczenie praktyczne. Znajomość np. strat mocy spowodowanych przez indukowane prądy wirowe jest niezbędna szczególnie wówczas, gdy straty te stanowią znaczną część całkowitych strat mocy w analizowanej konstrukcji.

Analiza zjawisk elektromagnetycznych zachodzących w torach wielkoproudowych jest skomplikowana. Przeprowadzone badania potwierdziły przypuszczenie, iż niedopuszczalne jest pomijanie kształtu przewodów roboczych. Nawet niewielkie zmiany kształtu przekrojów torów powodują zauważalne zmiany wartości strat mocy, temperatury czy naprężeń elektrycznych [1-5].

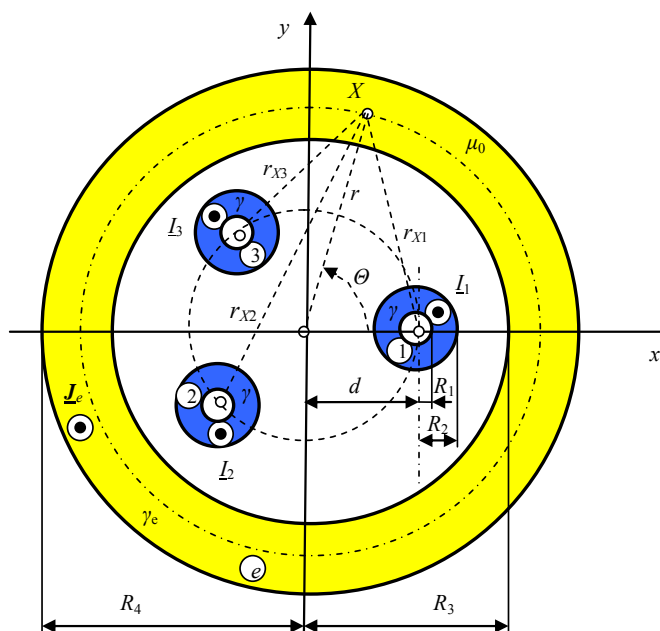
Przekroje poprzeczne ekranu oraz przewodów fazowych są duże dlatego przy wyznaczaniu strat mocy nawet dla częstotliwości przemysłowej należy uwzględnić zjawisko naskórkowości oraz wewnętrzne zjawisko zbliżenia. Wewnętrzne zjawisko zbliżenia polega na indukowaniu prądów wirowych w rozważanym ekranie przez przemienne pole magnetyczne wytworzone przez prądy w przewodach fazowych [7-12] – rysunek 2.



Rys. 2. Prądy wirowe indukowane w ekranie przez pole magnetyczne prądu własnego przewodu fazowego

## 2. POLE ELEKTROMAGNETYCZNE W EKRANIE TRÓJFAZOWEGO SYMETRYCZNEGO TORU WIELKOPROWADOWEGO

Rozpatrzmy pole elektromagnetyczne w ekranie trójfazowego symetrycznego toru wielkoprowadowego przedstawionego na rysunku 3.



Rys. 3. Trójfazowy symetryczny tor wielkoprowadowy

W przypadku symetrycznej trójbiegunowej linii ekranowanej przedstawionej na rysunku 3 całkowita gęstość prądu w ekranie jest sumą gęstości prądów wytworzonych przez każdy z przewodów, czyli [3]

$$\underline{J}_e(r, \Theta) = \underline{J}_{e1}(r, \Theta) + \underline{J}_{e2}(r, \Theta) + \underline{J}_{e3}(r, \Theta) \quad (1)$$

Całkowita gęstość prądu  $\underline{J}_e(r, \Theta)$  zależy od prądów  $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ . Jeśli prądy te tworzą symetryczną trójkę prądów układu trójfazowego, tzn.

$$\underline{I}_2 = \exp[-j\frac{2}{3}\pi] \underline{I}_1 \quad \text{oraz} \quad \underline{I}_3 = \exp[j\frac{2}{3}\pi] \underline{I}_1 \quad (2)$$

to gęstość prądu  $\underline{J}_{e1}(r, \Theta)$  wyraża się wzorem [3]

$$\underline{J}_{e1}(r, \Theta) = \underline{J}_0(r) + \frac{\Gamma_e \underline{I}_1}{\pi R_3} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{g}_n(r) \cos n\Theta \quad (3)$$

w którym

$$\underline{J}_0(r) = \frac{\Gamma_e \underline{I}_1}{2\pi R_3} \frac{\underline{b}_0 I_0(\Gamma_e r) + \underline{c}_0 K_0(\Gamma_e r)}{\underline{d}_0} = J_0(r) \exp[j\varphi_0(r)] \quad (4)$$

gdzie

$$\underline{d}_0 = I_1(\Gamma_e R_4) K_1(\Gamma_e R_3) - I_1(\Gamma_e R_3) K_1(\Gamma_e R_4) \quad (4a)$$

$$\underline{b}_0 = \beta_e K_1(\Gamma_e R_3) - K_1(\Gamma_e R_4) \quad (4b)$$

$$\underline{c}_0 = \beta_e I_1(\Gamma_e R_3) - I_1(\Gamma_e R_4) \quad (4c)$$

$$\beta_e = \frac{R_3}{R_4} \quad (0 \leq \beta_e \leq 1) \quad (4d)$$

oraz

$$\underline{g}_n(r) = -\left(\frac{d}{R_3}\right)^n \frac{K_{n-1}(\Gamma_e R_4) I_n(\Gamma_e r) + I_{n-1}(\Gamma_e R_4) K_n(\Gamma_e r)}{\underline{d}_n} \quad (4e)$$

$$\underline{d}_n = I_{n-1}(\Gamma_e R_4) K_{n+1}(\Gamma_e R_3) - I_{n+1}(\Gamma_e R_3) K_{n-1}(\Gamma_e R_4) \quad (4f)$$

przy czym funkcje  $I_0(\Gamma_e r)$ ,  $K_0(\Gamma_e r)$ ,  $I_1(\Gamma_e r)$ ,  $K_1(\Gamma_e r)$ ,  $I_n(\Gamma_e r)$ ,  $K_n(\Gamma_e r)$ ,  $I_{n-1}(\Gamma_e r)$ ,  $K_{n-1}(\Gamma_e r)$ ,  $I_{n+1}(\Gamma_e r)$  i  $K_{n+1}(\Gamma_e r)$  są zmodyfikowanymi funkcjami Bessela odpowiednio pierwszego i drugiego rodzaju, rzędu 0, 1,  $n$ ,  $n-1$  oraz  $n+1$ , obliczane również dla  $r = R_3$  oraz  $r = R_4$  [13].

We wzorach (3) i (4) zespolona stała propagacji fali elektromagnetycznej w ośrodku dobrze przewodzącym

$$\underline{\Gamma}_e = \sqrt{j\omega\mu_0\gamma_e} = \sqrt{\omega\mu_0\gamma_e} \exp[j\frac{\pi}{4}] = k_e + jk_e = \sqrt{2j} k_e \quad (5)$$

w którym stała tłumienia

$$k_e = \sqrt{\frac{\omega\mu_0\gamma_e}{2}} = \frac{1}{\delta_e} \quad (6)$$

gdzie  $\delta_e$  jest głębokością wnikania fali elektromagnetycznej do ośrodka dobrze przewodzącego,  $\omega$  jest pulsacją,  $\gamma_e$  oznacza konduktywność ekranu, a przenikalność magnetyczna próżni  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ .

Gęstość prądu  $\underline{J}_{e2}(r, \theta)$  określona jest wzorem [3]

$$\underline{J}_{e2}(r, \theta) = \exp\left[-j\frac{2}{3}\pi\right] \left\{ \underline{J}_0(r) + \frac{\Gamma_e I_1}{\pi R_3} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{g}_n(r) \cos n\left[\frac{2}{3}\pi + \theta\right] \right\} \quad (7)$$

natomiast gęstość prądu  $\underline{J}_{e3}(r, \theta)$  [3]

$$\underline{J}_{e3}(r, \theta) = \exp\left[j\frac{2}{3}\pi\right] \left\{ \underline{J}_0(r) + \frac{\Gamma_e I_1}{\pi R_3} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{g}_n(r) \cos n\left[\frac{2}{3}\pi - \theta\right] \right\} \quad (8)$$

Wobec powyższego całkowita gęstość prądu indukowanego w ekranie rurowym przez symetryczną linię trójfazową ma postać

$$\underline{J}_e(r, \theta) = \frac{\Gamma_e I_1}{\pi R_3} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{O}_n \underline{g}_n(r) \quad (9)$$

przy czym

$$\underline{O}_n = \cos n\theta + \exp\left[-j\frac{2}{3}\pi\right] \cos n\left[\frac{2}{3}\pi + \theta\right] + \exp\left[j\frac{2}{3}\pi\right] \cos n\left[\frac{2}{3}\pi - \theta\right] \quad (9a)$$

Całkowite natężenie pola elektrycznego w ekranie rurowym ma zatem postać

$$\underline{E}_e(r, \Theta) = \frac{\underline{\Gamma}_e I_1}{\gamma_e \pi R_3} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{Q}_n \underline{g}_n(r) \quad (10)$$

Pole magnetyczne w ekranie rurowym ( $R_3 \leq r \leq R_4$ ) określone jest wzorem [5]

$$\underline{H}_e(r, \Theta) = \underline{H}_{e1}(r, \Theta) + \underline{H}_{e2}(r, \Theta) + \underline{H}_{e3}(r, \Theta) \quad (11)$$

Składowa promieniowa wektora  $\underline{H}_{e1}(r, \Theta)$  ma postać [5]

$$\underline{H}_{e1r}(r, \Theta) = \frac{I_1}{\pi R_3} \frac{1}{\underline{\Gamma}_e r} \sum_{n=1}^{\infty} n \underline{g}_n(r) \sin n\Theta \quad (12)$$

Zaś składowa styczna jest sumą składowych dla  $n=0$  i  $n \geq 1$ , zatem [5]

$$\underline{H}_{e1\Theta}(r, \Theta) = \underline{H}_{e1\Theta 0}(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \underline{H}_{e1\Theta n}(r, \Theta) \quad (13)$$

przy czym

$$\underline{H}_{e1\Theta 0}(r) = \frac{I_1}{2\pi R_3} \frac{b_0 I_1(\underline{\Gamma}_e r) - c_0 K_1(\underline{\Gamma}_e r)}{d_0} \quad (13a)$$

oraz

$$\underline{H}_{e1\Theta n}(r, \Theta) = \frac{I_1}{\pi R_3} \frac{1}{\underline{\Gamma}_e r} f_n(r) \cos n\Theta \quad (13b)$$

gdzie

$$\underline{f}_n(r) = \left( \frac{d}{R_3} \right)^n \frac{1}{d_n} \{ K_{n-1}(\underline{\Gamma}_e R_4) [n I_n(\underline{\Gamma}_e r) - \underline{\Gamma}_e r I_{n-1}(\underline{\Gamma}_e r)] + I_{n-1}(\underline{\Gamma}_e R_4) [n K_n(\underline{\Gamma}_e r) + \underline{\Gamma}_e r K_{n-1}(\underline{\Gamma}_e r)] \} \quad (13c)$$

Składowe pola magnetycznego  $\underline{H}_{e2}(r, \Theta)$  mają postać [5]

$$\underline{H}_{e2r}(r, \Theta) = \frac{I_2}{\pi R_3} \frac{1}{\underline{\Gamma}_e r} \sum_{n=1}^{\infty} n \underline{g}_n(r) \sin n \left( \frac{2}{3} \pi + \Theta \right) \quad (14)$$

oraz

$$\underline{H}_{e2\theta}(r, \theta) = \underline{H}_{e2\theta0}(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \underline{H}_{e2\theta n}(r, \theta) \quad (15)$$

przy czym

$$\underline{H}_{e2\theta0}(r) = \frac{\underline{I}_2}{2\pi R_3} \frac{\underline{b}_0 I_1(\underline{\Gamma}_e r) - \underline{c}_0 K_1(\underline{\Gamma}_e r)}{\underline{d}_0} \quad (15a)$$

oraz

$$\underline{H}_{e2\theta n}(r, \theta) = \frac{\underline{I}_2}{\pi R_3} \frac{1}{\underline{\Gamma}_e r} f_n(r) \cos n\left(\frac{2}{3}\pi + \theta\right) \quad (15b)$$

Natomiast pole magnetyczne  $\underline{H}_{e3}(r, \theta)$  ma składowe [5]

$$\underline{H}_{e3r}(r, \theta) = \frac{\underline{I}_3}{\pi R_3} \frac{1}{\underline{\Gamma}_e r} \sum_{n=1}^{\infty} n \underline{g}_n(r) \sin n\left(\frac{2}{3}\pi - \theta\right) \quad (16)$$

oraz

$$\underline{H}_{e3\theta}(r, \theta) = \underline{H}_{e3\theta0}(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \underline{H}_{e3\theta n}(r, \theta) \quad (17)$$

przy czym

$$\underline{H}_{e3\theta0}(r) = \frac{\underline{I}_3}{2\pi R_3} \frac{\underline{b}_0 I_1(\underline{\Gamma}_e r) - \underline{c}_0 K_1(\underline{\Gamma}_e r)}{\underline{d}_0} \quad (17a)$$

oraz

$$\underline{H}_{e3\theta n}(r, \theta) = \frac{\underline{I}_3}{\pi R_3} \frac{1}{\underline{\Gamma}_e r} f_n(r) \cos n\left(\frac{2}{3}\pi - \theta\right) \quad (17b)$$

Całkowite pole magnetyczne  $\underline{H}_e(r, \theta)$  zależy zatem od prądów  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$ ,  $\underline{I}_3$ . Jeśli prądy te tworzą symetryczną trójkę prądów układu trójfazowego, wówczas składowa promieniowa wektora  $\underline{H}_e(r, \theta)$  ma postać

$$\underline{H}_{er}(r, \theta) = \frac{\underline{I}_1}{\pi R_3} \frac{1}{\underline{\Gamma}_e r} \sum_{n=1}^{\infty} n \underline{g}_n(r) \underline{T}_n \quad (18)$$

gdzie

$$\underline{T}_n = \sin n\Theta + \exp\left[-j\frac{2}{3}\pi\right] \sin n\left(\frac{2}{3}\pi + \Theta\right) + \exp\left[j\frac{2}{3}\pi\right] \sin n\left(\frac{2}{3}\pi - \Theta\right) \quad (18a)$$

natomiast składowa styczna

$$\underline{H}_{e\Theta}(r, \Theta) = \frac{I_1}{\pi R_3} \frac{1}{\underline{\Gamma}_e r} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{Q}_n \underline{f}_n(r) \quad (19)$$

### 3. STRATY MOCY W EKRANIE TRÓJFAZOWEGO SYMETRYCZNEGO TORU WIELKOPRĄDOWEGO

Strumień mocy zespolonej wnikającej do obszaru ekranu rurowego przez jego brzeg określony jest wzorem [14]

$$\underline{S}_e(r, \Theta) = \underline{E}_e(r, \Theta) \times \underline{H}_e^*(r, \Theta) \quad (20)$$

Zespolona moc pozorną ekranu wynosi

$$\underline{S}_e = -\iint_S [\underline{E}_e(r) \times \underline{H}_e^*(r)] \cdot d\mathbf{S} = P_e + jQ_e \quad (21)$$

Iloczyn zespolonej składowej pola elektrycznego i sprzężonej zespolonej składowej pola magnetycznego

$$\underline{E}_e(r, \Theta) \underline{H}_{e\Theta}^*(r, \Theta) = \left\{ \frac{\underline{\Gamma}_e I_1}{\gamma_e \pi R_3} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{Q}_n \underline{g}_n(r) \right\} \times \left\{ \frac{I_1^*}{\pi R_3} \frac{1}{\underline{\Gamma}_e^* r} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{Q}_n^* \underline{f}_n^*(r) \right\} \quad (22)$$

jest szeregiem, który zawiera wyrazy z czynnikami  $\cos m\Theta \cos n\Theta$ ,

$$\cos m\Theta \cos n\left(\frac{2}{3}\pi - \Theta\right), \cos m\Theta \cos n\left(\frac{2}{3}\pi + \Theta\right), \cos m\left(\frac{2}{3}\pi + \Theta\right) \cos n\left(\frac{2}{3}\pi + \Theta\right).$$

Jeśli zatem wykonamy całkowanie takiego szeregu względem zmiennej  $\Theta$ , to otrzymamy szereg



$$\int_0^{2\pi} \underline{E}_e(r, \theta) \underline{H}_{e\theta}^*(r, \theta) d\theta = \frac{\Gamma_e I_1^2}{\pi \gamma_e R_3^2} \frac{1}{\Gamma_e^*} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{r} \underline{g}_n(r) \underline{f}_{-n}^*(r) \left[ 3\pi - 3\pi \cos \frac{2n\pi}{3} \right] \quad (23)$$

wtedy ze wzoru (21) otrzymujemy

$$\underline{S}_e = \frac{j I_1^2 l}{\pi \gamma_e R_3^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \underline{g}_n(R_4) \underline{f}_{-n}^*(R_4) - \underline{g}_n(R_3) \underline{f}_{-n}^*(R_3) \right] \left[ 3\pi - 3\pi \cos \frac{2n\pi}{3} \right] \quad (24)$$

Analityczne wyodrębnienie we wzorze (24) części rzeczywistej (mocy czynnej) i części urojonej (mocy biernej) jest trudne ze względu na zespoloną stałą propagacji i zespolone zmodyfikowane funkcje Bessela. Dlatego też do wyznaczenia mocy czynnej posłużymy się wzorem [14]

$$P_e = \iiint_V \frac{1}{\gamma} \underline{J}_e(r) \underline{J}_e^*(r) dV \quad (25)$$

Iloczyn zespolonej składowej gęstości prądu i jej wielkości sprzężonej

$$\underline{J}_e(r, \theta) \underline{J}_e^*(r, \theta) = \left\{ \frac{\Gamma_e I_1}{\pi R_3} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{O}_n \underline{g}_n(r) \right\} \times \left\{ \frac{\Gamma_e I_1}{\pi R_3} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{O}_n^* \underline{g}_n^*(r) \right\} \quad (26)$$

jest szeregiem, który zawiera wyrazy z czynnikami  $\cos m\theta \cos n\theta$ ,  $\cos m\theta \cos n\left(\frac{2}{3}\pi - \theta\right)$ ,  $\cos m\theta \cos n\left(\frac{2}{3}\pi + \theta\right)$ ,  $\cos m\left(\frac{2}{3}\pi + \theta\right) \cos n\left(\frac{2}{3}\pi + \theta\right)$ .

Jeśli zatem wykonamy całkowanie takiego szeregu względem zmiennej  $\theta$ , to otrzymamy szereg

$$\int_0^{2\pi} \underline{J}_e(r, \theta) \underline{J}_e^*(r, \theta) d\theta = \frac{\Gamma_e^2 I_1^2}{\pi^2 R_3^2} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{g}_n^2(r) \left[ 3\pi - 3\pi \cos \frac{2n\pi}{3} \right] \quad (27)$$

Zatem zgodnie ze wzorem (25) mamy

$$P_e = \frac{l \Gamma_e^2 I_1^2 R_4}{2\pi \gamma_e R_3^2} \sum_{n=1}^{\infty} U_n \left( \frac{d}{R_3} \right)^{2n} \frac{a_{nn}}{\underline{d}_n \underline{d}_n^*} \quad (28)$$

gdzie

$$\begin{aligned}
 \underline{a}_{nm} = & K_{n-1}(\underline{\Gamma}_e R_4) K_{n-1}^*(\underline{\Gamma}_e R_4) \left\{ \left[ I_n^*(\underline{\Gamma}_e R_4) I_{n+1}(\underline{\Gamma}_e R_4) + j I_n(\underline{\Gamma}_e R_4) I_{n+1}^*(\underline{\Gamma}_e R_4) \right] + \right. \\
 & \left. - \beta_e \left[ I_n^*(\underline{\Gamma}_e R_3) I_{n+1}(\underline{\Gamma}_e R_3) + j I_n(\underline{\Gamma}_e R_3) I_{n+1}^*(\underline{\Gamma}_e R_3) \right] \right\} + \\
 & + I_{n-1}(\underline{\Gamma}_e R_4) I_{n-1}^*(\underline{\Gamma}_e R_4) \left\{ - \left[ K_n^*(\underline{\Gamma}_e R_4) K_{n+1}(\underline{\Gamma}_e R_4) + j K_n(\underline{\Gamma}_e R_4) K_{n+1}^*(\underline{\Gamma}_e R_4) \right] + \right. \\
 & \left. + \beta_e \left[ K_n^*(\underline{\Gamma}_e R_3) K_{n+1}(\underline{\Gamma}_e R_3) + j K_n(\underline{\Gamma}_e R_3) K_{n+1}^*(\underline{\Gamma}_e R_3) \right] \right\} + \\
 & + K_{n-1}(\underline{\Gamma}_e R_4) I_{n-1}^*(\underline{\Gamma}_e R_4) \left\{ \left[ I_{n+1}(\underline{\Gamma}_e R_4) K_n^*(\underline{\Gamma}_e R_4) - j I_n(\underline{\Gamma}_e R_4) K_{n+1}^*(\underline{\Gamma}_e R_4) \right] + \right. \\
 & \left. - \beta_e \left[ I_{n+1}(\underline{\Gamma}_e R_3) K_n^*(\underline{\Gamma}_e R_3) - j I_n(\underline{\Gamma}_e R_3) K_{n+1}^*(\underline{\Gamma}_e R_3) \right] \right\} + \\
 & + I_{n-1}(\underline{\Gamma}_e R_4) K_{n-1}^*(\underline{\Gamma}_e R_4) \left\{ - \left[ I_n^*(\underline{\Gamma}_e R_4) K_{n+1}(\underline{\Gamma}_e R_4) - j K_n(\underline{\Gamma}_e R_4) I_{n+1}^*(\underline{\Gamma}_e R_4) \right] + \right. \\
 & \left. + \beta_e \left[ I_n^*(\underline{\Gamma}_e R_3) K_{n+1}(\underline{\Gamma}_e R_3) - j K_n(\underline{\Gamma}_e R_3) I_{n+1}^*(\underline{\Gamma}_e R_3) \right] \right\}
 \end{aligned} \quad (28a)$$

oraz

$$\underline{U}_n = 3 - 3 \cos \frac{2n\pi}{3} \quad (28b)$$

Moc czynna wydzielana w ekranie bez uwzględnienia zjawiska naskórkowości

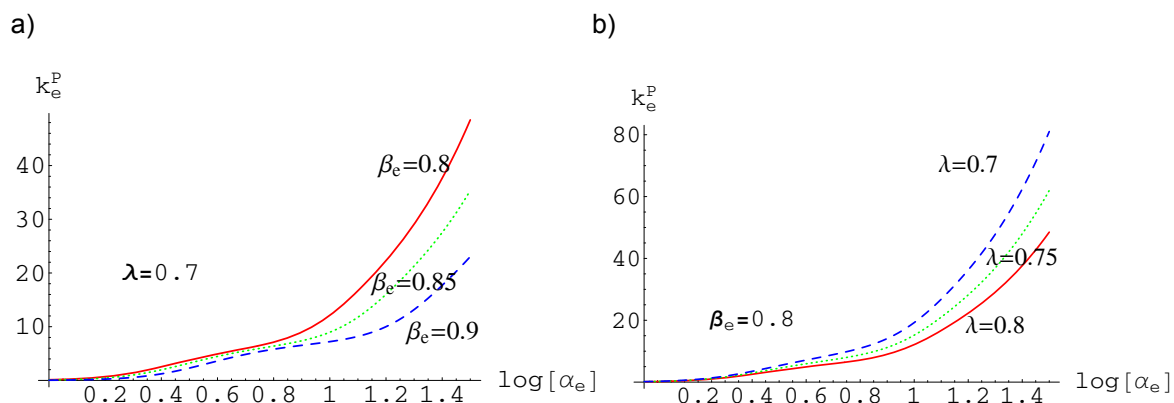
$$P_{0ew} = \frac{l I_1^2}{\pi \gamma_e (R_4^2 - R_3^2)} = \frac{l I_1^2}{\pi \gamma_e (1 - \beta_e^2) R_4^2} \quad (29)$$

Zatem moc czynną wydzielaną w ekranie w wyniku wewnętrznego zjawiska zbliżenia możemy wyrazić w wielkościach względnych jako stosunek

$$k_e^{(P)} = \frac{P_e}{P_{0ew}} = \frac{\sqrt{-2j} \alpha_e (1 - \beta_e^2)}{2 \beta_e^2} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{U}_n(\lambda)^{2n} \frac{\underline{a}_{nn}}{\underline{d}_n \underline{d}_n^*} \quad (30)$$

przy czym  $\alpha_e = k_e R_4$ , oraz  $\lambda = \frac{d}{R_3}$  ( $0 \leq \lambda < 1$ ).

Zależność współczynnika (30) od parametru  $\alpha_e$  dla różnych wartości względnej grubości  $\beta_e$  ścianki ekranu rurowego oraz dla różnych wartości względnej odległości  $\lambda$  między osiami przewodów przedstawiamy na rysunku 4.



**Rys. 4.** Zależność względnej mocy czynnej wydzielanej w ekranie rurowym w wyniku wewnętrznego zjawiska zbliżenia od parametru  $\alpha_e$ : a) dla stałej wartości parametru  $\lambda$ , b) dla stałego parametru  $\beta_e$ .

Moc bierną wydzielaną na reaktancji wewnętrznej ekranu rurowego wyznaczmy ze wzoru (21), otrzymując

$$Q_e = \frac{l I_2^2}{\pi \gamma_e R_3^2} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \underline{U}_n \left[ \underline{g}_n(R_4) \underline{f}_n^*(R_4) - \underline{g}_n(R_3) \underline{f}_n^*(R_3) \right] + j \frac{\Gamma_e^* R_4}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{U}_n \left( \frac{d}{R_3} \right)^{2n} \frac{\underline{a}_{nn}}{\underline{d}_n \underline{d}_n^*} \right\} \quad (31)$$

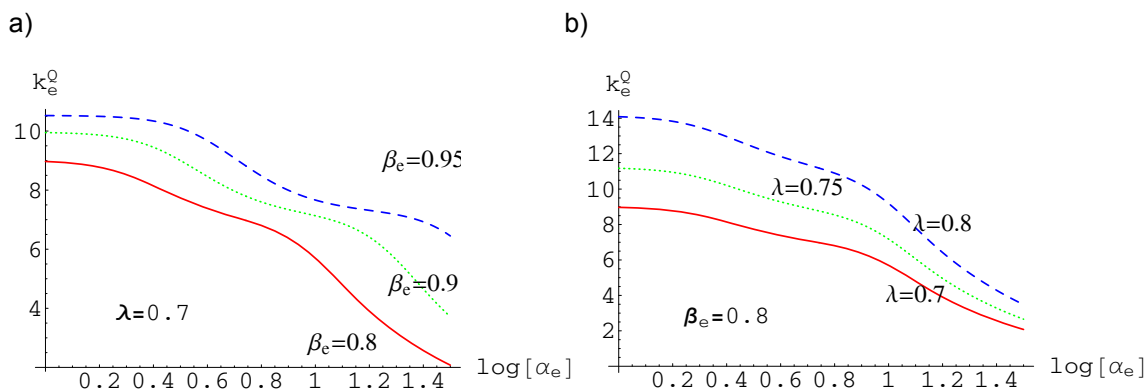
Jeśli wprowadzimy moc bierną odniesienia [11]

$$Q_{0ew} = X_{0ew} I^2 = \omega \frac{\mu_0 l}{2 \pi} \left[ \frac{R_3^4}{(R_4^2 - R_3^2)^2} \ln \frac{R_4}{R_3} - \frac{1}{4} \frac{3R_3^2 - R_4^2}{R_4^2 - R_3^2} \right] I_1^2 = \frac{\alpha_e^2 l I^2}{\pi \gamma_e R_4^2} \left[ \frac{\beta_e^4}{(1 - \beta_e^2)^2} \ln \frac{1}{\beta_e} - \frac{1}{4} \frac{3\beta_e^2 - 1}{1 - \beta_e^2} \right] \quad (32)$$

wówczas moc bierną możemy wyrazić w wielkościach względnych jako stosunek

$$k_e^{(Q)} = \frac{Q_e}{Q_{0ew}} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \underline{U}_n \left[ \underline{g}_n(R_4) \underline{f}_n^*(R_4) - \underline{g}_n(R_3) \underline{f}_n^*(R_3) \right] + j \frac{\sqrt{-2j} \alpha_e}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (\lambda)^{2n} \underline{U}_n \frac{\underline{a}_{nn}}{\underline{d}_n \underline{d}_n^*}}{\alpha_e^2 \beta_e^2 \left[ \frac{\beta_e^4}{(1 - \beta_e^2)^2} \ln \frac{1}{\beta_e} - \frac{1}{4} \frac{3\beta_e^2 - 1}{1 - \beta_e^2} \right]} \quad (33)$$

Zależność współczynnika (33) od parametru  $\alpha_e$  dla różnych wartości względnej grubości  $\beta_e$  ścianki ekranu rurowego oraz różnych wartości względnej odległości  $\lambda$  między osiami przewodów przedstawiamy na rysunku 5



**Rys. 5. Zależność względnej mocy biernej wydzielanej na indukcyjności wewnętrznej ekranu rurowego od parametru  $\alpha_e$ :** a) dla stałej wartości parametru  $\lambda$ , b) dla stałego parametru  $\beta_e$

Należy zaznaczyć, że całkowite straty mocy biernej w ekranie trójfazowego symetrycznego toru wieloprądowego są sumą mocy biernej (31) związanej z indukcyjnością wewnętrzną ekranu rurowego oraz mocy biernej związanej z indukcyjnością zewnętrzną i indukcyjnością wzajemną. Ponieważ w rozważanym układzie prądy fazowe spełniają symetryczną trójkę prądów, zatem moc bierna związana z indukcyjnością zewnętrzną i wzajemną zależy tylko od indukcyjności zewnętrznej ekranu rurowego określonej wzorem [3]

$$L_z = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( \ln \frac{2l}{R_4} - 1 \right) \quad (34)$$

Zatem moc bierna zewnętrzna

$$Q_z = X_z I^2 = \omega L_z I^2 = \omega \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( \ln \frac{2l}{R_4} - 1 \right) I^2 \quad (35)$$

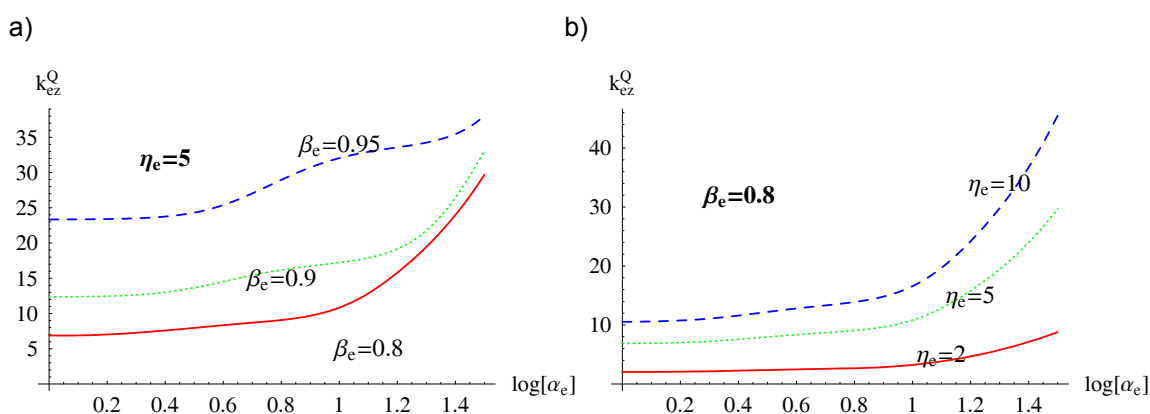
Udział tej mocy biernej w całkowitych stratach mocy biernej wyznaczymy poprzez porównanie jej z mocą bierną wewnętrzną, czyli

$$k_{ez}^{(Q)} = \frac{Q_z}{Q_c} = \frac{\pi \alpha_e^2 \beta_e^2 \ln(2\eta_e - 1)}{\sum_{n=1}^{\infty} U_n [\underline{g}_n(R_4) \underline{f}_n^*(R_4) - \underline{g}_n(R_3) \underline{f}_n^*(R_3)] + j \frac{\sqrt{-2j\alpha_e}}{2} \sum_{n=1}^{\infty} U_n(\lambda)^{2n} \frac{a_{nn}}{d_n d_n^*}} \quad (36)$$

gdzie

$$\eta_e = \frac{l}{R_4} \quad (36a)$$

Zależność współczynnika (36) od parametru  $\alpha_e$  dla różnych wartości względnej grubości  $\beta_e$  ścianki ekranu rurowego oraz dla różnych wartości względnej długości  $\eta_e$  ekranu przedstawiamy na rysunku 6.



**Rys. 6.** Zależność względnej mocy bierniej wydzielanej na indukcyjności zewnętrznej ekranu rurowego od parametru  $\alpha_e$ : a) dla stałej wartości parametru  $\eta_e$ , b) dla stałego parametru  $\beta_e$

## 4. PODSUMOWANIE

Względna moc czynna wydzielana w ekranie rurowym (rys. 4) wzrasta wraz ze wzrostem parametru  $\alpha_e$ . Jest to spowodowane wzrostem rezystancji ekranu na skutek zjawiska naskórkowości. Natomiast moc bierna (rys. 5) maleje wraz ze wzrostem parametru  $\alpha_e$ , a spowodowane to jest zmniejszeniem indukcyjności wewnętrznej ekranu rurowego na skutek zjawiska naskórkowości.

W realizowanych w praktyce torach wieloprądowych, dla częstotliwości przemysłowej, wartość parametru  $\alpha_e$  zawarta jest od 5 do 20. Zatem z rysunków 4 i 5 wynika, że zjawisko naskórkowości i wewnętrzne zjawisko zbliżenia powo-

dują około dziesięciokrotny wzrost mocy czynnej oraz dziesięciokrotne zmniejszenie mocy biernej w porównaniu z przypadkiem, w którym zjawiska te nie są uwzględniane.

Całkowite straty mocy biernej w ekranie trójfazowego symetrycznego toru wieloprądowego zależą przede wszystkim od indukcyjności zewnętrznej ekranu rurowego. Moc bierna związana z indukcyjnością zewnętrzną jest kilkanaście razy większa od mocy biernej związanej tylko z indukcyjnością wewnętrzną ekranu (rys. 6).

## LITERATURA

1. Nawrowski R.: Tory wieloprądowe izolowane powietrzem lub SF<sub>6</sub>. Wyd. Pol. Poznańskiej, Poznań 1998.
2. Piątek Z.: Modelowanie linii, kabli i torów wieloprądowych. Seria Monografie nr 130, Wyd. Pol. Częst., Częstochowa 2007.
3. Piątek Z.: Impedances of Tubular High Current Busducts. Series Progress in High-Voltage technique, Vol. 28, Polish Academy of Sciences, Committee of Electrical Engineering, Wyd. Pol. Częst., Częstochowa 2008.
4. Piątek Z.: Pole magnetyczne w otoczeniu jednobiegunowych osłoniętych torów wieloprądowych. Zesz. Nauk. Pol. Śl. Elektryka, z. 166, 1999.
5. Kusiak D.: Pole magnetyczne dwu i trójbiegunowych torów wieloprądowych. Praca doktorska, Częstochowa, 2008.
6. Holduct: Szynoprzewody trójfazowe okrągłe. Available: <http://www.holduct.com.pl/index.php?menu=p2>.
7. Baron B., Piątek Z.: Impedancja i pole magnetyczne przewodu rurowego o skończonej długości. XXIII IC SPETO, Gliwice-Ustroń 2000, s. 477-484.
8. Piątek Z.: Method of Calculating Total Eddy Currents Induced In Screens of a Symmetrical Three-Phase Single-Pole Gas-Insulated Transmission Line. Acta Technika CSAV, no 53, pp. 103-120, 2008.
9. Piątek Z.: Method of Calculating Eddy Currents Induced In Screens of a Symmetrical Three-Phase Single-Pole Gas-Insulated Transmission Line. Prace Nauk. Pol. Śl., s. Elektryka, R. LIV, z. 2 (206), pp. 107-124, 2008.
10. Piątek Z.: Prądy wirowe indukowane w ekranie trójfazowej symetrycznej linii transmisyjnej. Wiadomości Elektrotechniczne, Rok LXXVI, Nr 3/2008, s. 17-21.
11. Szczegielniak T., Piątek Z.: Power losses of the monophas single-pole high-current busduct. Archives of Electrical Engineering, Vol. LVIII, No. 3-4, pp. 107-125, 2009.
12. Szczegielniak T., Piątek Z., Kusiak D.: Straty mocy symetrycznego trójfazowego toru wieloprądowego. Prace Instytutu Elektrotechniki, zeszyt 242, s. 103-121, 2009.
13. Mc Lachlan N.W.: Funkcje Bessela dla inżynierów. PWN, Warszawa 1964.
14. Krakowski M.: Elektrotechnika teoretyczna. Pole elektromagnetyczne. WN PWN, Warszawa 1995.

*Rękopis dostarczono dnia 11.05.2010 r.*

**Opiniował: prof. dr hab. inż. Marian Pasko**

POWER LOSSES IN THE SCREEN  
OF THE SYMMETRICAL THREE-PHASE  
HIGH CURRENT BUSDUCT

Tomasz SZCZEGIELNIAK, Zygmunt PIĄTEK,  
Dariusz KUSIAK

**ABSTRACT** *In the paper authors present calculations of the active and reactive power in the screen of the symmetrical three phase high current busduct. Calculations were made using the Poynting theorem and Joule-Lenz law. Into account were taken skin and internal proximity effect.*

