Maciej PAŃCZYK
Jan SIKORA

ZASTOSOWANIE ELEMENTÓW BRZEGOWYCH NIESKOŃCZONYCH W MAMMOGRAFII OPTYCZNEJ*)

STRESZCZENIE *Badania związane z wczesnym przesiewowym wykrywaniem nowotworów piersi mogą być wykonywane z zastosowaniem Metody Elementów Brzegowych. MEB wykorzystana do rozwiązywania zadania prostego wymaga określenia warunków brzegowych na powierzchni badanego obszaru. Niestety detektory i źródła światła mogą być rozmieszczone jedynie na skórze pacjenta. Powierzchnia między piersią a klatką piersiową pacjentki pozostaje nieosiągalna pomiarowo. Typowym rozwiązaniem jest rozszerzenie obszaru poszukiwania rozwiązania – tomograficznego obrazu wnętrza piersi – o fragment klatki piersiowej. Pozwala to na utworzenie sztucznej granicy, na której przyjmujemy, że badane zjawisko zanika. Zbytnie powiększenie obszaru badań jest równoznaczne ze zwiększeniem siatki i związanym z tym wzrostem kosztów obliczeniowych zwielokrotnianych w zadaniu odwrotnym. Z kolei przyjęcie sztucznej granicy obszaru położonej zbyt blisko właściwego obszaru zainteresowań może skutkować błędami niweczącymi poprawność rozwiązania. Alternatywnym rozwiązaniem jest zastosowanie elementów brzegowych nieskończonych pozwalających na stworzenie modelu o otwartym brzegu i uniknięciu problemu właściwego doboru położenia granicy rozszerzanego obszaru oraz przyjętych na niej warunków brzegowych. Rozważania przeprowadzono na bazie modelu piersi stosowanego w mammografii optycznej.*

Słowa kluczowe: *Elementy nieskończone, Metoda Elementów Brzegowych, tomografia optyczna, mammografia optyczna.*

*) Niniejsza praca jest finansowana przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego, jako część projektu nr N N519 120333.

mgr inż. Maciej PAŃCZYK[1)]
e-mail: maciejp@cs.pollub.pl

prof. dr hab. inż. Jan SIKORA[1, 2)]
e-mail: j.sikora@iel.waw.pl

1) Instytut Informatyki, Wydział Elektrotechniki i Informatyki,
Politechnika Lubelska

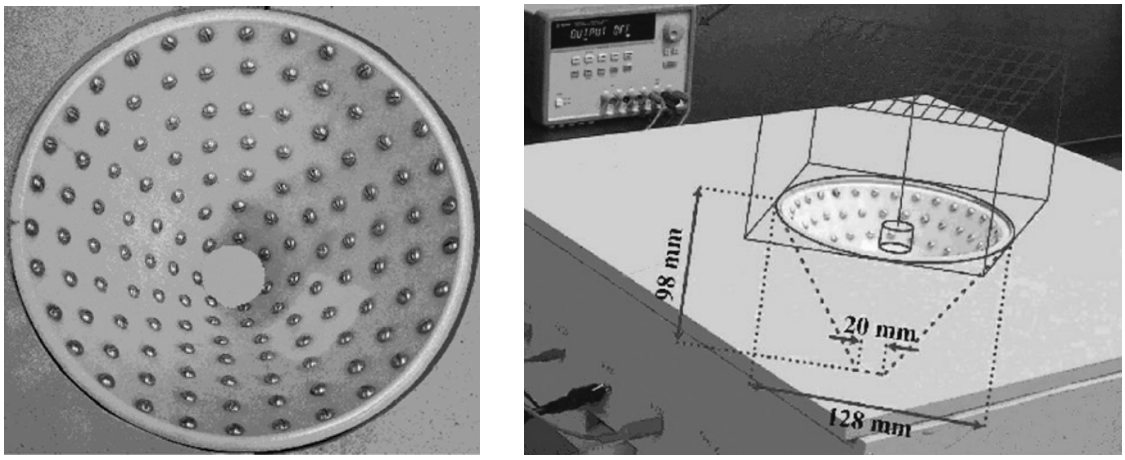
2) Zakład Systemów Pomiarowo-Diagnostycznych,
Instytut Elektrotechniki

PRACE INSTYTUTU ELEKTROTECHNIKI, zeszyt 246, 2010

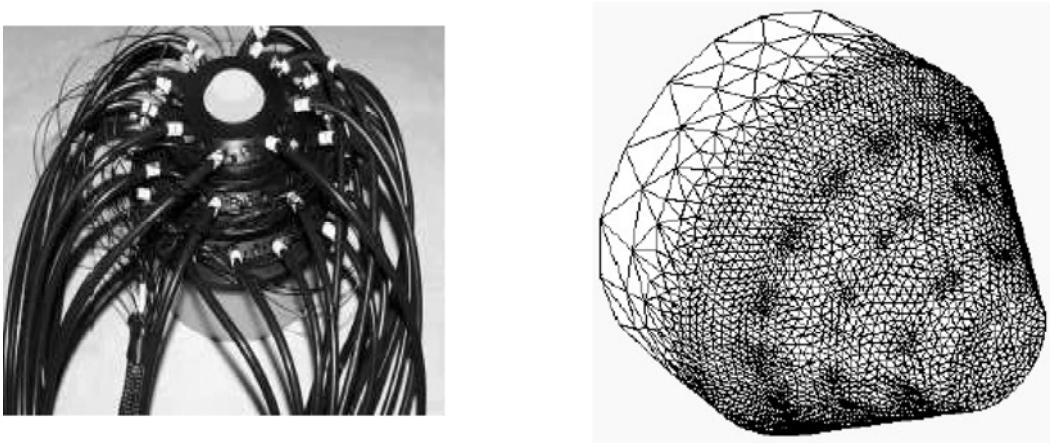
1. WSTĘP

Dyfuzyjna tomografia optyczna w zastosowaniu do badań mammograficznych jest metodą nieinwazyjną, komfortową dla pacjentek z uwagi na wyeliminowanie kompresji piersi i szacunkowo niedrogą w porównaniu do dokładniejszych, ale inwazyjnych i kosztownych metod jak tomografia Rentgenowska RTG czy rezonans magnetyczny MRI. Detektory i punktowe źródła światła umieszczane są na skórze piersi pacjentki. Niestety granica pomiędzy tkanką piersi a klatką piersiową pozostaje nieosiągalna pomiarowo i niejednoznaczna w sensie warunków brzegowych. Typowym rozwiązaniem jest zastosowanie tzw. metody balooningu polegającej na stopniowym rozszerzaniu obszaru badań i siatki elementów poprzez dodanie do analizy dodatkowego fragmentu klatki piersiowej. Wielkość, kształt i przyjęte na brzegach tego obszaru warunki brzegowe są wynikiem doświadczenia badających i informacji o właściwościach tkanek ludzkiego ciała. Generalnie stanowią efekt końcowy metody prób i błędów w stopniowym rozszerzaniu obszaru i doboru warunków brzegowych na jego powierzchniach. Tomografy używane w dyfuzyjnej tomografii optycznej i tomografii impedancyjnej piersi najczęściej wykorzystują formę w postaci półsfery lub stożka, wewnątrz której rozmieszczone są źródła i detektory. Przykłady takich urządzeń prezentują zdjęcia z rysunku 1 i 2. Warto zwrócić uwagę, że siatki elementów w obu przypadkach zawierają dodatkowe obszary - sześcienny z siatką czworokątną i cylindryczny z siatką trójkątną, o mniejszej gęstości dyskretyzacji, obejmujące dodatkowy obszar poza strefą pomiarów.

a) b)

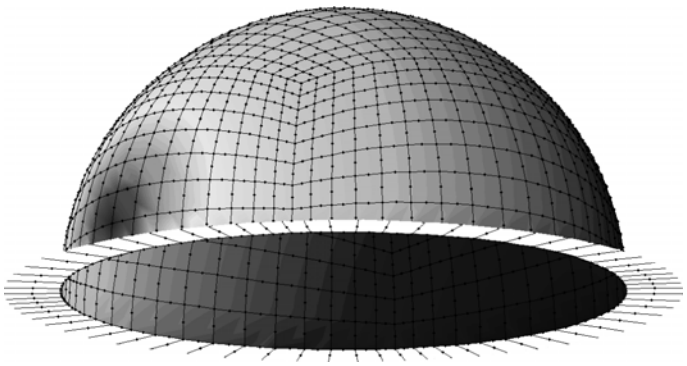


Rys. 1. Przykład geometrii formy z elektrodami (a) oraz siatki elementów (b) stosowanych w tomografii impedancyjnej piersi [10]



Rys. 2. Przykład geometrii formy i siatki modelu stosowanego w mammografii optycznej piersi

Z obliczeniowego punktu widzenia Metoda Elementów Brzegowych wymaga, aby warunki brzegowe określone były na wszystkich powierzchniach badanego obiektu. Siatkę elektrod lub detektorów zliczania fotonów światła można rozmieścić jedynie na powierzchni skóry pacjenta. Trudno również dla każdego pacjenta czy ułożenia ciała precyzyjnie określić granicę tkanki piersi i tkanek mięśniowo-kostnych klatki piersiowej. Należy przy tym pamiętać, że nawet niewielkie błędy w określeniu warunków brzegowych na powierzchi skutkują w MEB dużymi błędami w wyznaczanym obrazie wnętrza obiektu. Dyskutowany na tle standardowego podejścia model piersi o otwartym brzegu, wykorzystujący elementy brzegowe nieskończone przedstawiony jest na rysunku 3.

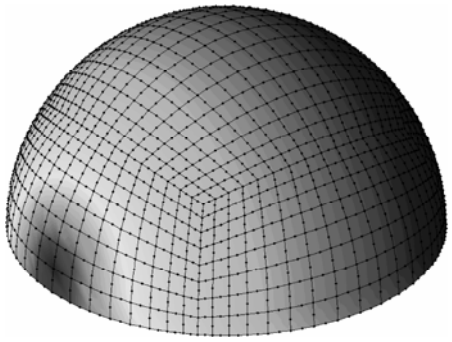


Rys. 3. Model piersi o otwartym brzegu, wykorzystujący elementy nieskończone zamiast sztucznie rozszerzonego obszaru na granicy piersi i klatki piersiowej

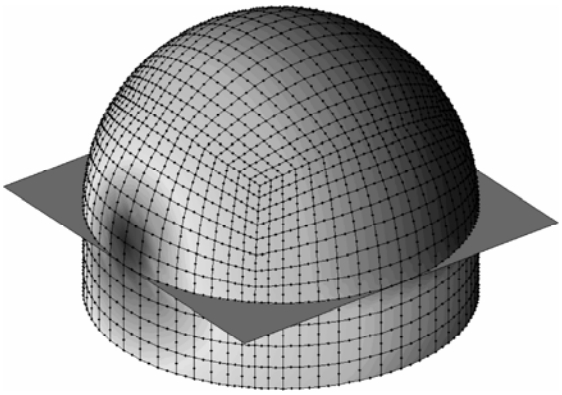
2. DYFUZYJNA TOMOGRAFIA OPTYCZNA I ZASTOSOWANE MODELE PIERSI

W celu przeanalizowania wpływu obcięcia siatki porównano cztery modele piersi. Dla wszystkich przypadków pojedyncze źródło światła umiesz-

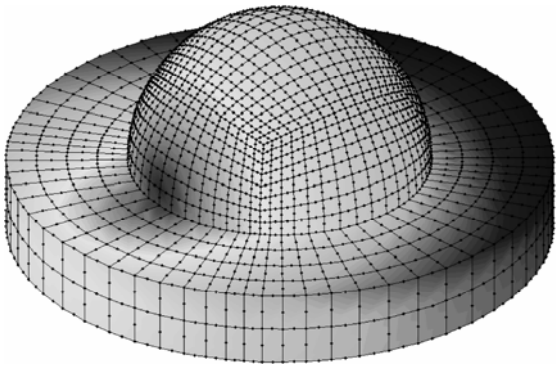
czono w tym samym miejscu w pobliżu podstawy półsfery. Pierwszy model przedstawiony na rysunku 4 stanowi półsfera. Drugi model rozszerzono dodając walec odpowiadający objęciu siatką elementów fragmentu klatki piersiowej (rys. 5). Trzeci model stanowi dalsze rozwinięcie tej idei. Dodany walec ma w tym przypadku większą średnicę podstawy (rys. 6). Wszystkie wymienione modele zbudowane są z 1536 czworokątnych, ośmiowęzłowych elementów brzegowych drugiego rzędu [4, 7] i 4610 węzłów. W każdym z tych przypadków połowa elementów pokrywa półsferę. Ostatni model przedstawiony na rysunku zbudowany jest z takiej samej liczby elementów ulokowanych na półsferze tj. 768 oraz z 64 pięciowęzłowych elementów nieskończonych odwzorowanych bazujących na ośmiowęzłowych czworokątnych elementach standardowych drugiego rzędu. Liczba węzłów została w tym przypadku zredukowana z 4610 do 2433.



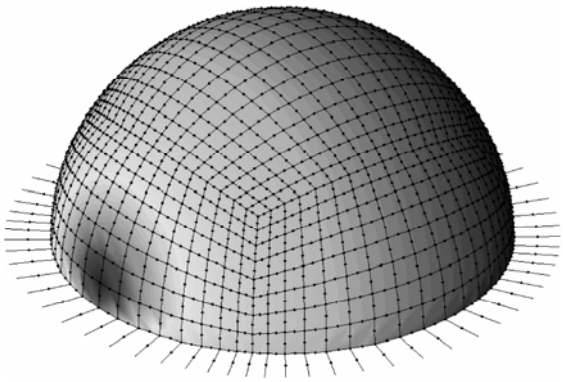
Rys. 4. Model piersi w postaci półsfery



Rys. 5. Model piersi w postaci półsfery z dodanym obszarem cylindrycznym odpowiadającym fragmentowi klatki piersiowej



Rys. 6. Model piersi w postaci półsfery z dodanym rozszerzonym obszarem cylindrycznym odpowiadającym fragmentowi klatki piersiowej



Rys. 7. Model piersi w postaci półsfery z otwartym brzegiem i elementami nieskończonymi

Badane zagadnienie opisane jest równaniem dyfuzji w dziedzinie częstotliwości [1, 7, 8] (równaniem Helholtza przy założeniu, że tkanki są jednorodne z punktu widzenia współczynników odbicia i rozpraszania światła):

$$\nabla^2\Phi(r,\omega) - k^2\Phi(r,\omega) = -\frac{q_0(r,\omega)}{D}, \quad \forall r \in \Omega/\Gamma, \tag{1}$$

gdzie Φ odpowiada gęstości fotonów, $k = \sqrt{\frac{\mu_a}{D} - j\frac{\omega}{cD}}$ to liczba falowa, $D = \left[3(\mu_a + \mu_S')\right]^{-1}[\mathrm{mm}^{-1}]$ współczynnik dyfuzji, μ_S' tzw. zredukowany współczynnik rozpraszania, μ_a współczynnik pochłaniania, c prędkość światła w medium a q_0 punktowe źródło światła (liczba fotonów na jednostkę objętości emitowana przez punktowe źródło światła znajdujące się w pozycji r o częstotliwości modulacji ω).

Generalnie w tomografii optycznej piersi a ściśle w dyfuzyjnej tomografii optycznej poszukuje się rozkładu μ_a i μ_s'.

Stosowne warunki brzegowe to warunki Robina [1, 7, 8]:

$$\Phi(r,\omega) + 2\alpha D\frac{\partial\Phi(r,\omega)}{\partial n} = 0, \quad \forall r \in \Gamma. \tag{2}$$

W analizowanych przykładach przyjęto zgodnie z literaturą przedmiotu [1, 7] $\mu_a = 0.025[\mathrm{mm}^{-1}]$, $\mu_s' = 2[\mathrm{mm}^{-1}]$, $\alpha = 1$, $f = 100\,\mathrm{MHz}$ dla tkanki piersi.

Równanie całkowo brzegowe dla modelu z elementami nieskończonymi można zapisać następująco:

$$\begin{aligned} &C(r)\Phi(r) + \int_{\Omega}\frac{\partial G(|r-r'|,\omega)}{\partial n}\Phi(r')d\Omega + \\ &+ \int_{\Omega_\infty}\frac{\partial G(|r-r'|,\omega)}{\partial n}\Phi(r')d\Omega_\infty = \int_{\Omega}G(|r-r'|,\omega)\frac{\partial\Phi(r')}{\partial n}d\Omega + \\ &+ \int_{\Omega_\infty}G(|r-r'|,\omega)\frac{\partial\Phi(r')}{\partial n}d\Omega_\infty - \sum_{S=0}^{n_S-1}Q_S G(|r_S - r|,\omega) \end{aligned} \tag{3}$$

gdzie Q_S odpowiada amplitudzie punktowego źródła światła ($q_0 = Q_S\delta(r_S)$) a n_S odpowiada liczbie tych źródeł. Dla równania dyfuzji w przestrzeni 3D rozwiązanie podstawowe ma postać:

$$G\left(\left|r-r'\right|,\omega\right)=\frac{1}{4\pi\left|r-r'\right|}e^{-k\left|r-r'\right|}. \tag{4}$$

Pochodna normalna funkcji Greena wynosi:

$$n\cdot\nabla G=n\cdot\frac{r-r'}{\left|r-r'\right|}\left(\frac{-1}{4\pi\left|r-r'\right|^2}-\frac{k}{4\pi\left|r-r'\right|}\right)e^{-k\left|r-r'\right|}. \tag{5}$$

Pochodne względem poszczególnych współrzędnych przedstawiają się następująco:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial G}{\partial x}&=\frac{-k-\dfrac{1}{\left|r-r'\right|}}{4\pi\left|r-r'\right|}\left(x-x'\right)e^{-k\left|r-r'\right|},\\
\frac{\partial G}{\partial y}&=\frac{-k-\dfrac{1}{\left|r-r'\right|}}{4\pi\left|r-r'\right|}\left(y-y'\right)e^{-k\left|r-r'\right|},\\
\frac{\partial G}{\partial z}&=\frac{-k-\dfrac{1}{\left|r-r'\right|}}{4\pi\left|r-r'\right|}\left(z-z'\right)e^{-k\left|r-r'\right|}
\end{aligned} \tag{6}$$

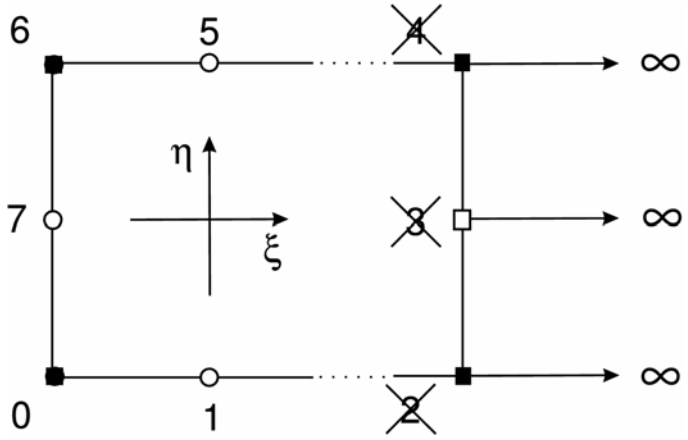
3. ELEMENTY BRZEGOWE NIESKOŃCZONE

Istnieją dwie zasadnicze grupy elementów nieskończonych: elementy nieskończone z funkcjami zaniku (ang. decay function infinite elements) wykorzystujące standardowe bazowe funkcje interpolacji w połączeniu z tzw. funkcjami zaniku oraz elementy nieskończone odwzorowane (ang. mapped infinite elements) transformujące geometrię elementu z postaci skończonej do nieskończonej. Oba typy oferują podobną dokładność. Do dalszych rozważań wybrano odwzorowane elementy brzegowe nieskończone bazujące na standardowych ośmiowęzłowych czworokątnych elementach drugiego rzędu. Oczywiście siatka opisująca model piersi z elementami nieskończonymi składa się z obu typów elementów standardowych i nieskończonych. Bazowe funkcje interpolacji dla elementów standardowych N określone są zależnościami:

$$
\begin{aligned}
N_0(\xi,\eta) &= -(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta)/4, \\
N_1(\xi,\eta) &= (1-\xi^2)(1-\eta)/2, \\
N_2(\xi,\eta) &= -(1+\xi)(1-\eta)(1-\xi+\eta)/4, \\
N_3(\xi,\eta) &= (1+\xi)(1-\eta^2)/2, \\
N_4(\xi,\eta) &= -(1+\xi)(1+\eta)(1-\xi-\eta)/4, \\
N_5(\xi,\eta) &= (1-\xi^2)(1+\eta)/2, \\
N_6(\xi,\eta) &= -(1-\xi)(1+\eta)(1+\xi-\eta)/4, \\
N_7(\xi,\eta) &= (1-\xi)(1-\eta^2)/2,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Wybór elementów brzegowych nieskończonych bazujących na standardowych czworokątnych izoparametrycznych elementach 8-węzłowych pociąga za sobą zastosowanie tzw. przypadkowych (ang. serendipity type) bazowych funkcji interpolacji. Pomimo złudnej nazwy proces ich wyznaczania jest logiczny (C. O. Zienkiewicz [13], rozdział 7 i P. Bettess [4], rozdział 4).

Ośmiowęzłowy element brzegowy i jego przekształcenie do 5-węzłowego elementu brzegowego nieskończonego przedstawia rysunek 10. Należy zaznaczyć, że element nieskończony zgodny z rysunkiem 10 składać się będzie z jedynie 5 węzłów o numerach 0, 1, 5, 6 i 7. Węzły 2, 3 i 4 „uciekają do nieskończoności" i nie biorą udziału w obliczeniach. Operujemy dwoma zestawami bazowych funkcji interpolacji. Nieskończone bazowe funkcje interpolacji M są używane do trans-formacji geometrii a standardowe bazowe funkcje interpolacji N jedynie do interpolacji wartości zmiennej stanu.

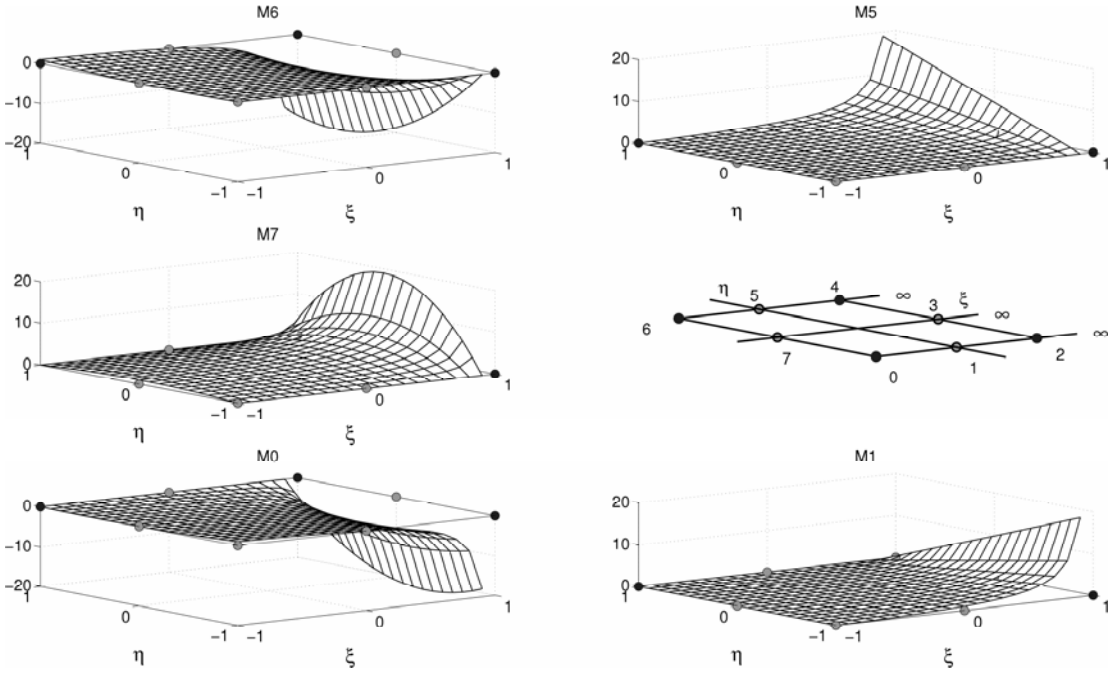


Rys. 10. Czworokątny 8-węzłowy element brzegowy i bazujący na nim odwzorowany element nieskończony

Bazowe funkcje interpolacji dla odwzorowanych elementów brzegowych nieskończonych możemy zapisać:

$$
\begin{aligned}
M_0 &= \frac{-1-\xi+\xi\eta+\eta^2}{1-\xi}, \\
M_1 &= \frac{1+\xi}{1-\xi}\cdot\frac{1}{2}(1-\eta), \\
M_5 &= \frac{1+\xi}{1-\xi}\cdot\frac{1}{2}(1+\eta), \\
M_6 &= \frac{-1-\xi-\xi\eta+\eta^2}{1-\xi}, \\
M_7 &= \frac{2}{1-\xi}\cdot(1-\eta^2),
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Graficzna prezentacja nieskończonych bazowych funkcji interpolacji M w przypadku zanikania w dodatnim kierunku osi ξ i η przedstawia się jak na rysunku 11.



Rys. 11. Graficzna prezentacja funkcji interpolacyjnych dla odwzorowanego elementu nieskończonego bazującego na standardowym czworokątnym 8-węzłowym elemencie brzegowym dla przypadku zanikania w dodatnim kierunku osi ξ

Rozważając elementy brzegowe (powierzchniowe) w przestrzeni trójwymiarowej należy określić sposób przejścia z globalnego kartezjańskiego układu współrzędnych xyz do lokalnego system ξ,η,ζ gdzie ξ,η są niezbędnymi współrzędnymi a ζ odpowiada kierunkowi wektora normalnego do powierzchni elementu. Transformacja funkcji Φ jest określona następująco:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{bmatrix}, \tag{3}$$

gdzie macierz kwadratowa stanowi Jakobian przekształcenia.

Transformacja ta pozwala nam przedstawić różniczkę powierzchni w dwuwymiarowym krzywoliniowym układzie współrzędnych ξ i η:

$$dS = nd\xi d\eta = \left| \frac{\partial r}{\partial \xi} \times \frac{\partial r}{\partial \eta} \right| d\xi d\eta = \sqrt{n_x{}^2 + n_y{}^2 + n_z{}^2}\, d\xi d\eta, \tag{4}$$

gdzie

$$\begin{aligned} n_x &= \frac{\partial y}{\partial \xi}\frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \eta}\frac{\partial z}{\partial \xi}, \\ n_y &= \frac{\partial x}{\partial \xi}\frac{\partial z}{\partial \eta} - \frac{\partial z}{\partial \eta}\frac{\partial x}{\partial \xi}, \\ n_z &= \frac{\partial x}{\partial \xi}\frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta}\frac{\partial y}{\partial \xi}. \end{aligned} \tag{5}$$

Niezbędne pierwsze pochodne nieskończonych bazowych funkcji interpolacji M po zmiennej ξ i η przedstawiają się następująco:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_7}{\partial \xi} &= \frac{2}{(1-\xi)^2} \cdot (1-\eta^2), \\ \frac{\partial M_1}{\partial \xi} &= \frac{1-\eta}{(1-\xi)^2}, \\ \frac{\partial M_5}{\partial \xi} &= \frac{1+\eta}{(1-\xi)^2}, \\ \frac{\partial M_0}{\partial \xi} &= \frac{-2+\eta+\eta^2}{(1-\xi)^2}, \\ \frac{\partial M_6}{\partial \xi} &= \frac{-2-\eta-\eta^2}{(1-\xi)^2}. \end{aligned} \tag{6}$$

a po zmiennej η jak poniżej:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial M_7}{\partial \eta} &= \frac{-4\eta}{1-\xi}, \\
\frac{\partial M_1}{\partial \eta} &= -\frac{1}{2}\cdot\frac{1+\xi}{1-\xi}, \\
\frac{\partial M_5}{\partial \eta} &= \frac{1}{2}\cdot\frac{1+\xi}{1-\xi}, \\
\frac{\partial M_0}{\partial \eta} &= \frac{\xi-2\eta}{1-\xi}, \\
\frac{\partial M_6}{\partial \eta} &= \frac{2\eta-\xi}{1-\xi},
\end{aligned} \tag{7}$$

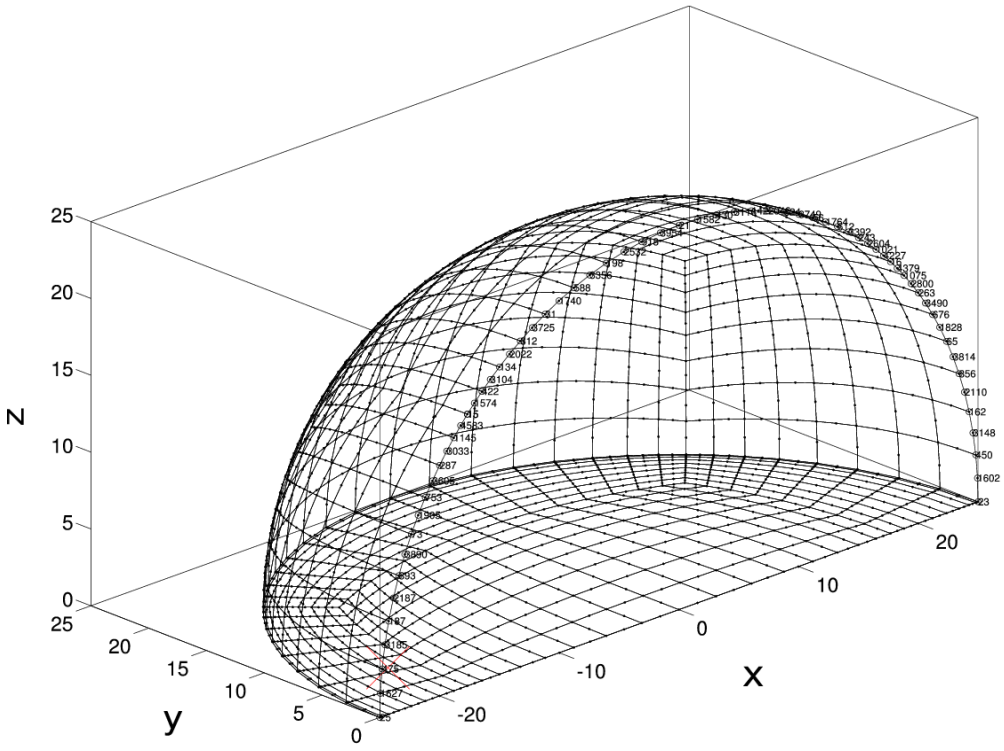
Równanie całkowo brzegowe zawierające oba podobszary – skończony i nie-skończony w postaci zdyskretyzowanej wraz ze standardowymi bazowymi funkcjami interpolacji N (stosowanymi jedynie do interpolacji wartości zmiennej stanu) i nieskończonymi bazowymi funkcjami interpolacji M (transformującymi geometrię) jest następujące:

$$\begin{aligned}
&c(r)\Phi_i(r) + \sum_{i=0}^{n-1}\sum_{k=0}^{7}\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1}\Phi(r')N_k(\xi,\eta)\frac{\partial G(|r-r'|)}{\partial n}J^N(\xi,\eta)d\xi d\eta + \\
&+\sum_{j=0}^{m-1}\sum_{l=0}^{4}\int_{-1}^{\infty}\int_{-1}^{+1}\Phi(r')M_l(\xi,\eta)\frac{\partial G(|r-r'|)}{\partial n}J^M(\xi,\eta)d\xi d\eta = \\
&=\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{k=0}^{7}\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1}\frac{\partial\Phi(r')}{\partial n}G(|r-r'|)N_k(\xi,\eta)J^N(\xi,\eta)d\xi d\eta + \\
&+\sum_{j=0}^{m-1}\sum_{l=0}^{4}\int_{-1}^{\infty}\int_{-1}^{+1}\frac{\partial\Phi(r')}{\partial n}G(|r-r'|)M_l(\xi,\eta)J^M(\xi,\eta)d\xi d\eta.
\end{aligned} \tag{8}$$

Problemy osobliwości rozwiązywano z zastosowaniem metody regularyzacji [6]. Zaleta takiego podejścia polega na tym, że schemat obliczeniowy pozostaje niezmieniony, taki jak przy zastosowaniu klasycznych elementów ośmiowęzłowych, za wyjątkiem pominięcia w obliczeniach „uciekających do nieskończoności” węzłów elementów nieskończonych.

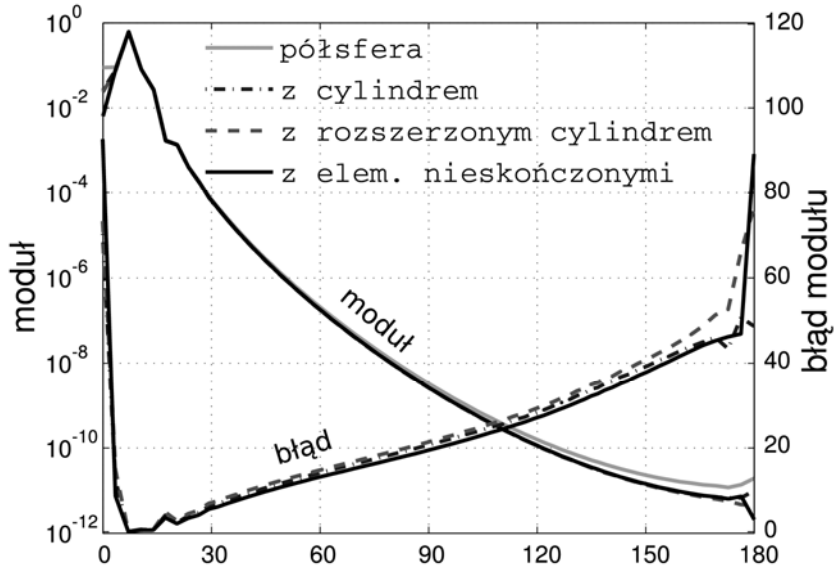
4. WYNIKI

Porównano wartości brzegowe uzyskane w węzłach siatki znajdujące się na łuku przekroju poprzecznego półsfery wzdłuż $y = 0$ jak to przedstawiono na rysunku 8.

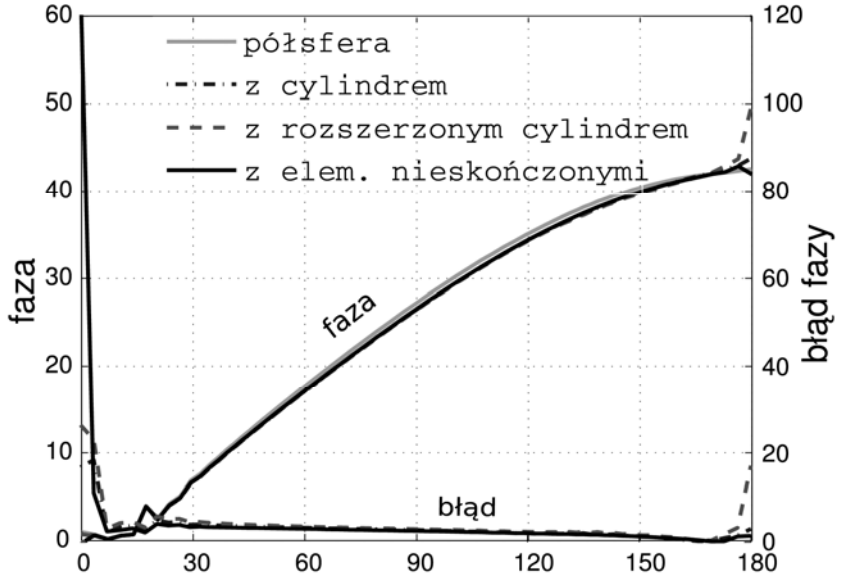


Rys. 8. Przekrój półsfery w płaszczyźnie *y=0* na łuku, którego porównywano uzyskane wartości $\partial\Phi/\partial n(\Psi)$

Porównanie wyników modułu i fazy w odniesieniu do podstawowego modelu półsfery przedstawiają rysunki 9 i 10.



Rys. 9. Porównanie wyników dla modułu $\partial\Phi/\partial n(\Psi)$ **w odniesieniu do podstawowego modelu półsfery**



Rys. 10. Porównanie wyników dla fazy $\partial\Phi/\partial n(\Psi)$ w odniesieniu do podstawowego modelu półsfery

5. DYSKUSJA WYNIKÓW

Istota porównania czterech rozważanych modeli piersi polega po pierwsze na sprawdzeniu czy wyniki uzyskane z obliczeń modeli uwzględniających fragment klatki piersiowej, (w którym w wyniku rozpraszania i pochłaniania propagacja światła zostaje zatrzymana, przedstawione na rysunkach 5, 6 i 7) są znacząco różne od uzyskanych z modelu piersi, w którym dokonano obcięcia siatki na styku tkanki piersi i klatki piersiowej (rys. 4). Drugą poszukiwaną informacją jest odpowiedź na pytanie czy modele wykorzystujące metodę balooningu (rys. 5 i 6) wymagające uprzedniego doboru wielkości i kształtu obszaru rozszerzonego będą oferowały podobną dokładność jak mniej kosztowny obliczeniowo model o otwartym brzegu z zaimplementowanymi elementami brzegowymi nieskończonymi (przedstawiony na rys. 7).

Rysunek 9 przedstawia graficznie uzyskane w kolejnych węzłach siatki wartości modułu $\partial\Phi/\partial n$ związane z unormowaną w stosunku do źródła liczbą zliczanych kwantów światła. Kolejne węzły leżą na przecięciu półsfery i płaszczyzny wyznaczonej przez położenie źródła światła i średnicę podstawy półsfery. Kąt ψ odpowiada kątowi utworzonemu pomiędzy podstawą półsfery a promieniem wodzącym „przeskakującym” między wspomnianymi kolejnymi węzłami siatki na łuku półsfery. Rysunek 10 przedstawia podobną zależność

$\partial\Phi/\partial n$ odpowiadającą fazie rozumianej, jako opóźnienie czasu dotarcia fotonów do kolejnych punktów zgodnych z położeniem węzłów siatki.

Narastająca niemal liniowo do ponad 40% różnica w wynikach odnoszących się do modułu $\partial\Phi/\partial n$, wskazuje, że model w postaci półsfery generuje znacząco inne wartości od modeli rozszerzonych. Wpływ na zmianę fazy $\partial\Phi/\partial n$, jest nieznaczny – nie przekracza 5%. Warto też zauważyć, że wykres modułu $\partial\Phi/\partial n$ ma skalę logarytmiczną.

Należy przy tym zaznaczyć, że rozszerzenie obszaru służy zniwelowaniu błędów w faktycznie interesującym nas obszarze poszukiwania rozwiązania – u nas obrazu tomograficznego piersi, czyli w przestrzeni półsfery. Wartości uzyskane w dodatkowych węzłach siatki związanych czy to z metodą balooningu czy też w węzłach elementów nieskończonych nie są analizowane czy prezentowane, jako fragment obrazu tomograficznego. Tak, więc skrajne wartości z rysunków 9 i 10 związane z elementami nieskończonymi i stosowną deformacją elementu brzegowego nie podlegają interpretacji fizycznej i są odrzucane.

Wyniki wszystkich trzech modeli rozszerzonych oferują bardzo zbliżone wartości rozwiązania. Metoda balooninu wymaga doboru wielkości dodatkowego obszaru. Ewentualnie może być to kwestią doboru specjalnych warunków brzegowych [5]. Wymaga też uwzględnienia w obliczeniach dodatkowych węzłów wpływających na wzrost zapotrzebowania na pamięć RAM i wydłużenie obliczeń zwielokrotniane w procesie rozwiązywania zadania odwrotnego (poszukiwania obrazu tomograficznego wnętrza piersi). Czasy obliczeń zadania prostego modelu 1536 elementowego z 4610 węzłami, wynosił 4 minuty i 47 sekund. Zastosowanie elementów nieskończonych z łącznie 832 elementami odpowiadającego gęstością siatki klasycznemu modelowi z 1536 elementami zredukowało czas obliczeń do 1 minuty i 24 sekund. W ogólnym przypadku wadą modeli z elementami nieskończonymi jest brak generatora siatek pozwalającego na tworzenie obiektów o otwartym brzegu i zawierającym elementy nieskończone. W przypadku mammografii i ustalonych form – półsfery czy stożka (jak na rys. 1 i 2) nie jest jednak problemem w sumie jednorazowe uzupełnienie modelu o elementy nieskończone. Niższe koszty obliczeniowe przy niemal identycznej dokładności i bardzo logicznym procesie hybrydyzacji MEB z elementami nieskończonymi przemawiają za ich implementacją.

LITERATURA

1. S. R. Arridge: Optical tomography in medical imaging, Inverse Problems, vol.15, No.2 (1999), pp.R41--R93.
2. G. Beer and J. O. Watson, Infinite Boundary Elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol.28 (1989), pp. 1233 – 1247.

3. G. Beer, J. O. Watson and G. Swoboda: Three-dimensional analysis of tunnels using infinite boundary elements, Computers and Geotechnics, vol.3 (1987), pp. 37 – 58.
4. P. Bettess: Infinite Elements, Penshaw Press, 1992.
5. St. Gratkowski, Asymptotyczne warunki brzegowe dla stacjonarnych zagadnień elektromagnetycznych w obszarach nieorganicznych – algorytmy metody elementów skończonych, Wydawnictwo Uczelniane Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie, 2009.
6. W. Moser and Ch. Duenser and G. Beer: Mapped infinite elements for three-dimensional multi-region boundary element analysis, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol.61 (2004), pp. 317 – 328.
7. J. Sikora: Boundary Element Method for Impedance and Optical Tomography, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warsaw (2007).
8. T. Tarvainen: Computational Methods for Light Transport in Optical Tomography, PhD Thesis, Department of Physics, University of Kuopio, (2006), http://physics.uku.fi/vilhunen/phdthesis_ttarvainen.pdf
9. J. O. Watson: Advanced implementation of the boundary element method for two- and three-dimensional elastostatics, Developments in Boundary Element Methods - 1 (Editors P.K. Banerjee and R. Butterfield), Elsevier Applied Science Publishers, vol.61 (1979), pp. 31 – 63.
10. Ybarra G.A., Liu Q.H., Ye G., Lim K.H., Lee J.H., Joines W.T., and Rhett T.G. Breast imaging using electrical impedance tomography (eit). American Scientific Publishers, 2007. Chapter 15, http://people.ee.duke.edu/~gary/ASP/Chapter15_color.pdf.
11. A. Zacharopoulos, S. R. Arridge, O. Dorn, V. Kolehmainen and J. Sikora: Three-dimensional reconstruction of shape and piecewise constant region values for optical tomography using spherical harmonic parametrization and a boundary element method, Inverse Problems, vol.22 (2006), pp.1—24.
12. C. O. Zienkiewicz and C. Emson and P. Bettess: A novel boundary infinite element, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol.16 (1983), pp. 393 – 404.
13. C. O. Zienkiewicz: The Finite Element Method, MCGraw-Hill, 4th edition, New York 1993.

Rękopis dostarczono dnia 11.05.2010 r.
Opiniował: dr hab. inż. Jacek Starzyński

INFINITE BOUNDARY ELEMENTS USAGE IN OPTICAL MAMMOGRAPHY

Maciej PAŃCZYK, Jan SIKORA

ABSTRACT *Early detection or screening examination of breast cancer can be done using Optical Tomography. Using Boundary Element Method for forward problem solution we can not make measurements or precisely define boundary conditions on the surface*

between breast and chest. A simple solution is to extend the mesh outside the region of interest and to truncate it in some distance from the investigated human breast. Wrong boundary conditions or improper placement of such artificial boundary can introduce an unknown error if the truncation occurs too near. On the other hand excessive mesh increases number of boundary elements and decreases the computational efficiency especially annoying while calculating inverse problem solution. Some discussion on a few simple models of the breast will be presented. Last model contains infinite boundary elements. Implementation of such elements can reduce the mesh and avoid the problem of setting incorrect boundary conditions by creating an open boundary model.

Mgr inż. Maciej Pańczyk – ukończył studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Lubelskiej. Pracował, jako asystent w Katedrze Podstaw Elektrotechniki Politechniki Lubelskiej, następnie był pracownikiem Departamentu Informatyki banku BDK S.A. Od 2004 r. pracuje w Instytucie Informatyki Politechniki Lubelskiej.