

Adam Warzecha  
Politechnika Krakowska

## WIELOMIANOWA APROKSYMACJA STRUMIENIA MAGNETYCZNEGO W MASZYNIE ASYNCHRONICZNEJ Z UWZGLĘDNIENIEM PIERWSZEJ I TRZECIEJ HARMONICZNEJ SMM

### POLYNOMIAL APPROXIMATION OF MAGNETIC FLUX IN ASYNCHRONOUS MACHINE INCLUDING THE FIRST AND THE THIRD MMF HARMONIC

**Abstract:** The paper describes a precise method of approximation the relations between the flux linkages of the windings and the first and the third harmonic of MMF, generated by the windings currents. These nonlinear functions are approximated by a Fourier series of the first harmonic position and by the two-variable polynomials of the amplitudes of the both harmonics. They were formulated basing on the co-energy function of main magnetic field. The parameters of the polynomials are estimated base on the results of the field modelling. Shown results of the direct and indirect estimation method confirm the correctness of the proposed ways of the calculations. Presented method is designed to more precise modelling with circuit methods, the saturation effects in asynchronous machine.

#### 1. Wstęp

Modelowanie efektów nasyceniowych w maszynie asynchronicznej zasilanej w sposób dopuszczający obecność składowej zerowej prądów fazowych wymaga uwzględnienia w modelu matematycznym harmonicznych przepływu wypadkowego uzwojeń przynajmniej rzędu  $p$  oraz  $3p$ . [1].[2]. Główne strumienie skojarzone z uzwojeniami należy wtedy traktować jako funkcje pięciu zmiennych: amplitudy i fazy pierwszej i trzeciej harmonicznej wypadkowej SMM w szczelinie oraz kąta położenia osi magnetycznej uzwojenia [2]. Celem pracy jest przedstawienie metody aproksymacji tych funkcji na bazie pierwotnej funkcji koenergii głównego pola magnetycznego oraz zilustrowanie ich własności na przykładzie silnika pierścieniowego małej mocy o nieliniowym obwodzie magnetycznym. Pola rozprożeń będą uwzględniane oddzielnie przy założeniu liniowości ich obwodów magnetycznych.

#### 2. Określenie funkcji aproksymujących strumienie skojarzone uzwojeń względem zmiennych kątowych

Ogólną postać szeregu trygonometrycznego aproksymującego funkcję koenergii głównego pola magnetycznego w maszynach cylindrycznych o nieliniowym obwodzie magnetycznym podaje praca [2]. Jego najprostsza postać uwzględniająca tylko pierwszy składnik modelujący nieliniowość jest następująca:

$$E_{\text{co\mu}}(\varphi, i_1, \dots, i_N) \approx E_{\text{co\mu}}(i_{\mu,p}, i_{\mu,3p}, \alpha_{\mu,p}, \alpha_{\mu,3p}) \\ = E_{\text{co\mu}0}(i_{\mu,p}, i_{\mu,3p}) + \\ + E_{\text{co\mu}3p}(i_{\mu,p}, i_{\mu,3p}) \cos 3p(\alpha_{\mu,3p} - \alpha_{\mu,p}) \quad (1)$$

gdzie  $i_{\mu,p}, i_{\mu,3p}$  oznaczają prąd magnesujący harmonicznej rzędu  $p$  oraz  $3p$  równoważny odpowiednio harmonicznej podstawowej i harmonicznej trzeciej przepływu wypadkowego, natomiast kąty  $\alpha_{\mu,p}, \alpha_{\mu,3p}$  określają fazy tych harmonicznych względem stojana. Te zastępcze zmienne są znanymi funkcjami zmiennych podstawowych  $\varphi, i_1, \dots, i_N$ . Szeregi aproksymujące strumienie skojarzone z uzwojeniami są pochodnymi cząstkowymi funkcji koenergii pola głównego:

$$\Psi_{\mu n}(i_{\mu,p}, i_{\mu,3p}, \alpha_{\mu,p}, \alpha_{\mu,3p}) = \frac{\partial E_{\text{co\mu}}}{\partial i_n} = \\ \left( \frac{\partial E_{\text{co\mu}}}{\partial i_{\mu,p}} \frac{\partial i_{\mu,p}}{\partial i_n} + \frac{\partial E_{\text{co\mu}}}{\partial (p\alpha_{\mu,p})} \frac{\partial (p\alpha_{\mu,p})}{\partial i_n} \right) + \\ \left( \frac{\partial E_{\text{co\mu}}}{\partial i_{\mu,3p}} \frac{\partial i_{\mu,3p}}{\partial i_n} + \frac{\partial E_{\text{co\mu}}}{\partial (3p\alpha_{\mu,3p})} \frac{\partial (3p\alpha_{\mu,3p})}{\partial i_n} \right) \quad (2)$$

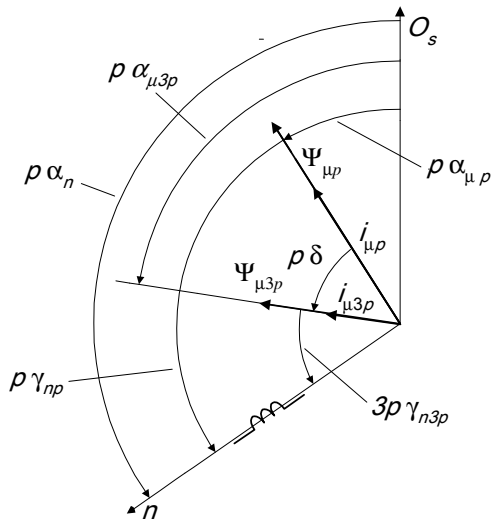
gdzie

$$\frac{\partial i_{\mu,p}}{\partial i_n} = v_{n,p} \cos(p\alpha_n - p\alpha_{\mu,p}) \\ \frac{\partial p\alpha_{\mu,p}}{\partial i_n} = \frac{1}{i_{\mu,p}} v_{n,p} \sin(p\alpha_n - p\alpha_{\mu,p}) \quad (3a,b)$$

$$\frac{\partial i_{\mu,3p}}{\partial i_n} = v_{n,3p} \cos(3p\alpha_n - 3p\alpha_{\mu,3p})$$

$$\frac{\partial(3p\alpha_{\mu,3p})}{\partial i_n} = \frac{1}{i_{\mu,3p}} v_{n,3p} \sin(3p\alpha_n - 3p\alpha_{\mu,3p}) \quad (4a,b)$$

przy czym  $v_{n,p} = w_n k_{np}$ ,  $v_{n,3p} = w_n k_{n,3p}$ . Symbole  $w_n, k_{np}, k_{n,3p}$  oznaczają liczbę zwojów oraz współczynniki uzwojenia dla harmonicznej  $p$  oraz  $3p$ .



Rys.1. Przyjęte oznaczenia kątowe dla harmonicznych rzędu  $p$  i  $3p$  wypadkowej SMM

Na tej podstawie po wprowadzeniu oznaczeń:

$$\Psi_{\mu,p} = \frac{\partial E_{co\mu}}{\partial i_{\mu,p}}; \quad \Gamma_{\mu,p} = \frac{\partial E_{co\mu}}{\partial p\alpha_{\mu,p}} \frac{1}{i_{\mu,p}} \quad (5a,b)$$

$$\Psi_{\mu,3p} = \frac{\partial E_{co\mu}}{\partial i_{\mu,3p}}; \quad \Gamma_{\mu,3p} = \frac{\partial E_{co\mu}}{\partial 3p\alpha_{\mu,3p}} \frac{1}{i_{\mu,3p}} \quad (6a,b)$$

główny strumień skojarzony z  $n$ -tym uzwojeniem można zapisać w zwartej postaci:

$$\Psi_{\mu n} = v_{n,p} [\Psi_{\mu,p} \cos p\gamma_{n,p} + \Gamma_{\mu,p} \sin p\gamma_{n,p}] + v_{n,3p} [\Psi_{\mu,3p} \cos 3p\gamma_{n,3p} + \Gamma_{\mu,3p} \sin 3p\gamma_{n,3p}] \quad (7)$$

gdzie

$$p\gamma_{n,p} = p(a_n - a_{\mu,p}); \quad 3p\gamma_{n,3p} = 3p(a_n - a_{\mu,3p})$$

Uwzględniając sumę (1) we wzorach (5) i (6) otrzymuje się:

$$\Psi_{\mu,p} = \Psi_{\mu,p,0} + \Psi_{\mu,p,3p} \cos 3p\delta$$

$$\Gamma_{\mu,p} = 3\Gamma_{\mu,p,3p} \sin 3p\delta \quad (8a,b)$$

$$\Psi_{\mu,3p} = \Psi_{\mu,3p,0} + \Psi_{\mu,3p,3p} \cos 3p\delta$$

$$\Gamma_{\mu,3p} = -\Gamma_{\mu,3p,3p} \sin 3p\delta \quad (9a,b)$$

gdzie  $p\delta = p(a_{\mu,3p} - a_{\mu,p})$ . Wprowadzone współczynniki  $\Psi_{\mu,p,0}, \Psi_{\mu,p,3p}, \Psi_{\mu,3p,0}, \Psi_{\mu,3p,3p}$  oraz  $\Gamma_{\mu,p,3p}, \Gamma_{\mu,3p,3p}$  posiadają wymiar strumienia i są funkcjami obu prądów magnesujących  $i_{\mu,p}, i_{\mu,3p}$  spełniającymi następujące warunki wynikające z własności fizycznych:

$$\Psi_{\mu,p,0}(0, i_{\mu,3p}) = 0$$

$$\Psi_{\mu,3p,0}(i_{\mu,p}, 0) = 0 \quad (10a,b)$$

$$\Psi_{\mu,p,3p}(i_{\mu,p}, 0) = \Psi_{\mu,p,3p}(0, i_{\mu,3p}) = 0$$

$$\Gamma_{\mu,p,3p}(i_{\mu,p}, 0) = \Gamma_{\mu,p,3p}(0, i_{\mu,3p}) = 0 \quad (11a,b)$$

$$\Psi_{\mu,3p,3p}(0, i_{\mu,3p}) = 0$$

$$\Gamma_{\mu,3p,3p}(0, i_{\mu,3p}) = 0 \quad (12a,b)$$

natomiast w szczególności nie można wykluczyć:

$$\Psi_{\mu,3p,3p}(i_{\mu,p}, 0) \neq 0$$

$$\Gamma_{\mu,3p,3p}(i_{\mu,p}, 0) \neq 0 \quad (13a,b)$$

Po uwzględnieniu w (7) wzorów (8) i (9) otrzymuje się najprostszą postać szeregu aproksymującego strumienie główne:

$$\Psi_{\mu n} = v_{n,p} [\Psi_{\mu,p,0} \cos(p\alpha_n - p\alpha_{\mu,p}) + \frac{1}{2}(\Psi_{\mu,p,3p} + 3\Gamma_{\mu,p,3p}) \cos(3p\alpha_{\mu,3p} - 2p\alpha_{\mu,p} - p\alpha_n) + \frac{1}{2}(\Psi_{\mu,p,3p} - 3\Gamma_{\mu,p,3p}) \cos(3p\alpha_{\mu,3p} - 4p\alpha_{\mu,p} + p\alpha_n)] + v_{n,3p} [\Psi_{\mu,3p,0} \cos(3p\alpha_n - 3p\alpha_{\mu,3p}) + \frac{1}{2}(\Psi_{\mu,3p,3p} - 3\Gamma_{\mu,3p,3p}) \cos(6p\alpha_{\mu,3p} - 3p\alpha_{\mu,p} - 3p\alpha_n) + \frac{1}{2}(\Psi_{\mu,3p,3p} + 3\Gamma_{\mu,3p,3p}) \cos(-3p\alpha_{\mu,p} + 3p\alpha_n)] \quad (14)$$

zawierającą harmoniczne rzędów  $0, p, 2p, 3p, 4p$  względem zmiennej kątowej  $\alpha_{\mu,p}$  przy stałych wartościach  $i_{\mu,p}, i_{\mu,3p}$ . W szczególności, gdy trzecia harmoniczna wypadkowej SMM nie występuje to szereg (14) redukuje się do postaci:

$$\Psi_{\mu n} = v_{n,p} \Psi_{\mu,p,0} \cos(p\alpha_n - p\alpha_{\mu,p}) + v_{n,3p} \Psi_{\mu,3p,3p} \left[ \cos(3p\alpha_{\mu,p} + 3p\alpha_n) + \cos(3p\alpha_{\mu,p} - 3p\alpha_n) \right] \quad (15)$$

wskazującej na możliwość generowania trzeciej harmonicznej nasyceniowej strumienia skojarzonego przez harmoniczną podstawową SMM.

### 3. Określenie funkcji aproksymujących strumienie skojarzone uzwojeń względem prądów magnesujących

Do aproksymacji składników funkcji koenergii wydzielonych we wzorze (1) względem dwóch prądów magnesujących można zastosować wielomiany parzyste względem wektora prądów w następującej ogólnej postaci:

$$E_{co}(i_{\mu,p}, i_{\mu,3p}) = \frac{1}{2!} (W_{20} i_{\mu,p}^2 + 2W_{11} i_{\mu,p} i_{\mu,3p} + W_{02} i_{\mu,3p}^2) + \frac{1}{4!} (W_{40} i_{\mu,p}^4 + 4W_{31} i_{\mu,p}^3 i_{\mu,3p} + 6W_{22} i_{\mu,p}^2 i_{\mu,3p}^2 + 4W_{13} i_{\mu,p} i_{\mu,3p}^3 + W_{04} i_{\mu,3p}^4) + \dots \quad (16)$$

Postaci zredukowane dla uwzględnienia warunków (10), (11), (12) są następujące:

$$E_{co\mu 0}(i_{\mu,p}, i_{\mu,3p}) = (D_{20} i_{\mu,p}^2 + D_{02} i_{\mu,3p}^2) + (D_{40} i_{\mu,p}^4 + D_{22} i_{\mu,p}^2 i_{\mu,3p}^2 + D_{04} i_{\mu,3p}^4) + (D_{60} i_{\mu,p}^6 + D_{42} i_{\mu,p}^4 i_{\mu,3p}^2 + D_{33} i_{\mu,p}^3 i_{\mu,3p}^3 + D_{24} i_{\mu,p}^2 i_{\mu,3p}^4 + D_{06} i_{\mu,3p}^6) + \dots \quad (17)$$

$$E_{co\mu 3p}(i_{\mu,p}, i_{\mu,3p}) = (G_{31} i_{\mu,p}^3 i_{\mu,3p} + G_{22} i_{\mu,p}^2 i_{\mu,3p}^2) + (G_{51} i_{\mu,p}^5 i_{\mu,3p} + G_{42} i_{\mu,p}^4 i_{\mu,3p}^2 + G_{33} i_{\mu,p}^3 i_{\mu,3p}^3 + G_{24} i_{\mu,p}^2 i_{\mu,3p}^4) + \dots \quad (18)$$

Na tej podstawie formułuje się wielomiany aproksymujące funkcje strumieni (5a,b) (6a,b), które uwzględniają związki pomiędzy nimi wynikające z własności pierwotnej funkcji koenergii. Wielomiany posiadające wspólne współczynniki układają się w dwie grupy:

$$\begin{cases} \Psi_{\mu,p,0} = \frac{\partial E_{co\mu 0}}{\partial i_{\mu,p}} \\ \Psi_{\mu,3p,0} = \frac{\partial E_{co\mu 0}}{\partial i_{\mu,3p}} \end{cases} \quad (19a,b)$$

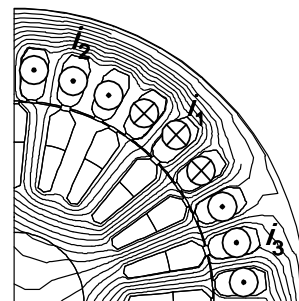
$$\begin{cases} \Psi_{\mu,p,3p} = \frac{\partial E_{co\mu 3p}}{\partial i_{\mu,p}} \\ \Gamma_{\mu,p,3p} = \frac{E_{co\mu,3p}}{i_{\mu,p}} \\ \Psi_{\mu,3p,3p} = \frac{\partial E_{co\mu 3p}}{\partial i_{\mu,3p}} \\ \Gamma_{\mu,3p,3p} = \frac{E_{co\mu,3p}}{i_{\mu,3p}} \end{cases} \quad (20a,b,c,d)$$

Współczynniki tych wielomianów mogą być wyznaczone na podstawie widm amplitudowych strumieni fazowych lub koenergii pola głównego w maszynie.

### 4. Procedura wyznaczania widma funkcji koenergii pola i strumieni skojarzonych uzwojeń

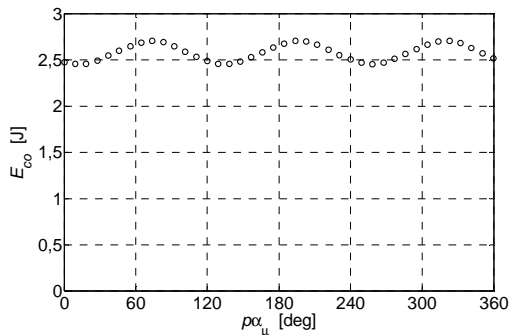
Przyjęte w modelu maszyny o nieliniowym obwodzie magnetycznym widmo amplitudowe funkcji koenergii pola (1) zawiera dwuargumentowe funkcje prądów magnesujących  $E_0(i_{\mu,p}, i_{\mu,3p})$ ;  $E_{3p}(i_{\mu,p}, i_{\mu,3p})$

W widmie amplitudowym strumieni (14) występują dwie skorelowane funkcje (19) i cztery skorelowane funkcje (20) tych samych zmiennych. Do wyznaczenia tych funkcji wykorzystuje się wyniki obliczeń polowych koenergii pola całkowitego lub fazowych strumieni skojarzonych względem trzech zmiennych  $i_{\mu,p}, i_{\mu,3p}, \alpha_{\mu,p} - \alpha_{\mu,3p}$ . Obliczenia te są wykonywane dla zadanych prądów w uzwojeniach wytwarzających wypadkową SMM w szczelinie o równomiernie rozłożonych pozycjach harmonicznego podstawowej przy zadanych wartościach harmonicznego trzeciej o ustalonej pozycji kątowej  $\alpha_{\mu,3p} = \text{const}$ . [3].

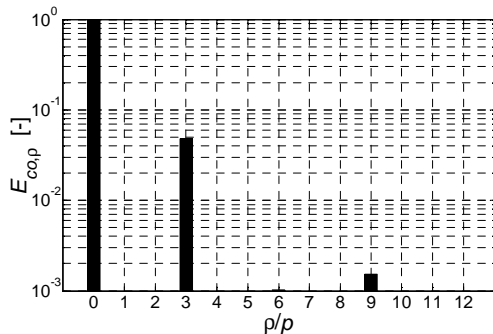


Rys.2. Przykładowy rozkład pola wytwarzanego przez trójfazowe prądy stojana w silniku pierścieniowym małej mocy

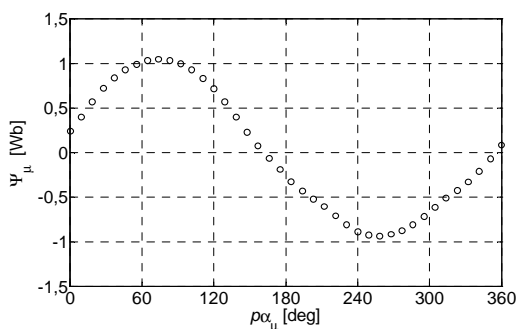
Analiza *FFT* obliczonej funkcji koenergii pomniejszonej o koenergię pól rozproszenia wyznacza funkcje  $E_0(i_{\mu,p}, i_{\mu,3p})$ ,  $E_{3p}(i_{\mu,p}, i_{\mu,3p})$ . Analogiczna analiza fazowego strumienia skojarzonego wyznacza amplitudy szeregu aproksymującego (14). Wybrane wyniki otrzymane dla silnika pierścieniowego 1.1 kW przy zasilaniu uzwojeń stojana prądami sinusoidalnymi ze składową stałą równą połowie amplitudy składowej zmiennej przedstawiają rysunki 3 i 4.



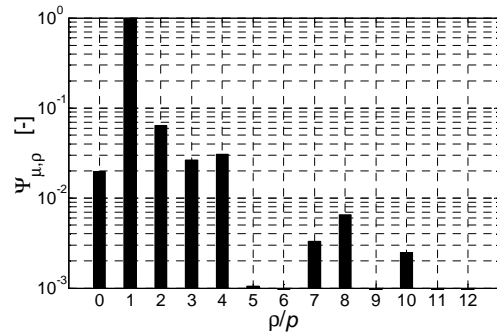
Rys.3a. Funkcja koenergii pola głównego względem pozycji osi harmonicznej podstawowej wypadkowej SMM



Rys.3b. Widmo amplitudowe funkcji koenergii odniesione do składowej stałej



Rys.4a. Funkcja głównego strumienia skojarzonego względem pozycji osi harmonicznej podstawowej wypadkowej SMM



Rys.4b. Widmo amplitudowe strumienia głównego odniesione do harmonicznej podstawowej

Obecność harmonicznych parzystych w widmie strumienia wynika z wprowadzenia do prądów fazowych składowej stałej w celu identyfikacji funkcji (19) (20).

## 5. Estymacja parametrów wielomianów aproksymujących

Wielomiany (19) i (20) aproksymujące amplitudy szeregu strumienia (14) są ze sobą skorelowane poprzez wspólne współczynniki. Te same współczynniki występują w wielomianach (16) i (17) aproksymujących składniki szeregu koenergii (1). Z tych powiązań wynikają dwie metody estymacji parametrów funkcji aproksymujących strumienie: pośrednia i bezpośrednia. Metoda pośrednia bazująca na widmach koenergii obejmuje tylko dwie nieskorelowane funkcje, ale wykorzystuje tylko niewielką część danych uzyskiwanych z obliczeń połowych. Wymaga też dużej precyzji obliczeń, aby wyznaczyć poprawnie funkcje pochodne. Metoda bezpośrednia bazuje na widmach strumieni fazowych i obejmuje dwie skorelowane funkcje aproksymujące odpowiednio składową stałą i harmoniczną podstawową strumieni fazowych oraz cztery skorelowane funkcje aproksymujące amplitudy harmonicznych  $2p, 3p, 4p$  tych strumieni.

Zagadnienie aproksymacji funkcji koenergii pola  $E_{co}$  względem zmiennych ( $i$ ) za pomocą funkcji  $f$ , o parametrach  $W$  jest opisane równaniem:

$$E_{co} = f(W, i) + \varepsilon \quad (21)$$

Analogiczne zagadnienie aproksymacji  $N$  funkcji skorelowanych strumieni skojarzonych za pomocą funkcji  $f_n$  opisuje układ równań [4]:

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \vdots \\ \Psi_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1(\mathbf{W}_1, \mathbf{i}) \\ \mathbf{f}_2(\mathbf{W}_2, \mathbf{i}) \\ \vdots \\ \mathbf{f}_N(\mathbf{W}_N, \mathbf{i}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_N \end{bmatrix} \quad (22)$$

Obliczanie współczynników  $\mathbf{W}$  minimalizujących błędy aproksymacji  $\boldsymbol{\varepsilon}$  polega na minimalizacji funkcji celu określonej jako błąd średniokwadratowy odpowiednio dla funkcji koenergii i układu funkcji strumieni:

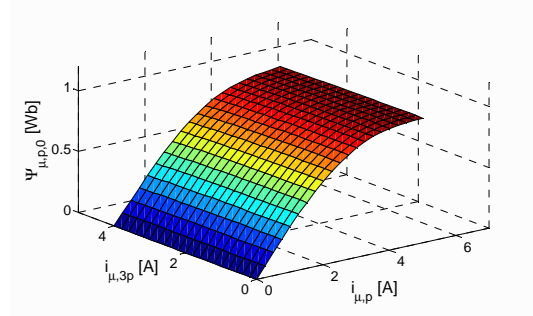
$$\begin{aligned} \varepsilon_E(\mathbf{W}) &= \sum_{p=1}^P (E_{co,p}(\mathbf{i}_p) - f(\mathbf{W}, \mathbf{i}_p))^2 \\ \varepsilon_\Psi(\mathbf{W}) &= \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^P (\psi_{np}(\mathbf{i}_p) - f_n(\mathbf{W}_n, \mathbf{i}_p))^2 \end{aligned} \quad (23)$$

W pracy do tych obliczeń wykorzystano algorytm Gaussa-Newtona stosowany w identyfikacji obiektów dynamicznych. Przyjęto aproksymację koenergii wielomianem 6 stopnia oraz aproksymację strumieni wielomianami 5 stopnia. Bazę do obliczeń stanowiły wyniki obliczeń polowych w  $(5 \times 5 \times 40)$  punktach przestrzeni parametrów  $i_{\mu,p}, i_{\mu,3p}, \alpha_{\mu,p}$  dla  $\alpha_{\mu,3p} = 0$ .

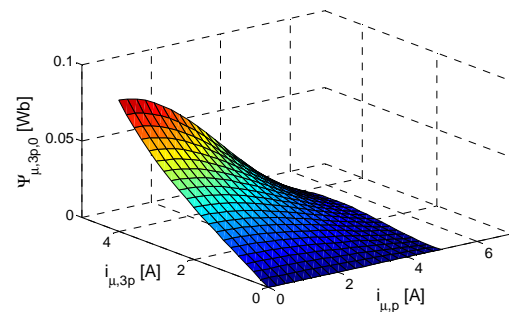
## 6. Prezentacja dwuwymiarowych charakterystyk magnesowania

Funkcje aproksymujące reprezentatywne charakterystyki strumieni względem prądów  $i_{\mu,p}, i_{\mu,3p}$  o współczynnikach obliczonych metodą pośrednią przedstawiają rysunki 5a,b,c,d. Składniki strumieni wynikające z występowania trzeciej harmonicznej koenergii nie przekraczają 5% wartości harmonicznej podstawowej. Z tego względu dokładność ilościowa tej metody nie jest wystarczająca. Ponadto przy większych nasyceniach ujawniają się wady aproksymacji wielomianowej, których nie da się usunąć przez podniesienie stopnia wielomianów.

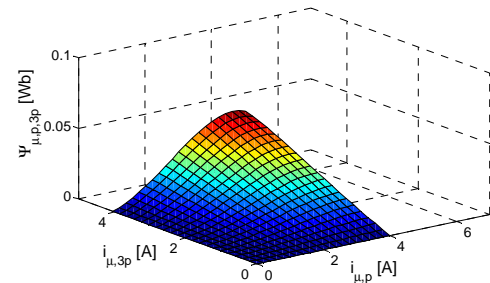
Rysunki 6a,b pozwalają ocenić dokładność aproksymacji o współczynnikach wyznaczonych metodą bezpośrednią. Rozproszenie punktów odwzorowujących trzecią harmoniczną strumieni na rys.6b przy różnych wartościach prądu  $i_{\mu,3p}$  stanowi miarę niedokładności danych źródłowych pochodzących z obliczeń pola.



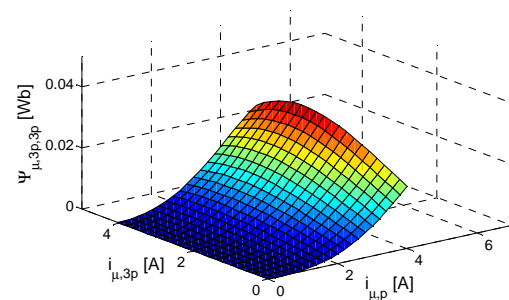
Rys.5a. Aproksymacja funkcji  $\Psi_{\mu,p,0} = \frac{\partial E_{co\mu,0}}{\partial i_{\mu,p}}$



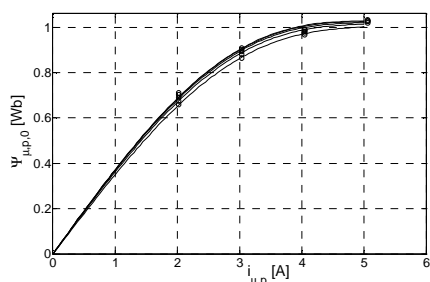
Rys.5b. Aproksymacja funkcji  $\Psi_{\mu,3p,0} = \frac{\partial E_{co\mu,0}}{\partial i_{\mu,3p}}$



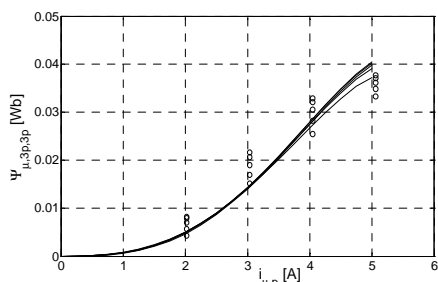
Rys.5c. Aproksymacja funkcji  $\Psi_{\mu,p,3p} = \frac{\partial E_{co\mu,3p}}{\partial i_{\mu,p}}$



Rys.5d. Aproksymacja funkcji  $\Psi_{\mu,3p,3p} = \frac{\partial E_{co\mu,3p}}{\partial i_{\mu,3p}}$



Rys.6a. Aproksymacja funkcji  $\psi_{\mu,p,0}(i_{\mu,p})$  przy  $i_{\mu,3p} = \text{const}$ . 'o' - punkty z obliczeń połowych



Rys.6b. Aproksymacja funkcji  $\psi_{\mu,3p,3p}(i_{\mu,p})$  przy  $i_{\mu,3p} = \text{const}$ . 'o' - punkty z obliczeń połowych

## 7. Podsumowanie

Model obwodowy maszyny asynchronicznej uwzględniający nieliniowość głównego obwodu magnetycznego oraz pierwszą i trzecią harmoniczną rozkładu wypadkowej SMM w szczelinie zawiera dwuwymiarowe charakterystyki głównych strumieni skojarzonych z uzwojeniami określone względem amplitud tych harmonicznnych. Poprawną postać funkcji aproksymujących strumienie otrzymuje się na podstawie aproksymacji pierwotnej funkcji koenergii głównego pola magnetycznego względem kąta pomiędzy osiami pierwszej i trzeciej harmonicznnej SMM oraz względem ich amplitud wyrażanych przez odpowiednie prądy magnesujące. Trudności w sformułowaniu funkcji bazowych dostosowanych do aproksymacji tych charakterystyk powodują, że konieczne jest zastosowanie aproksymacji wielomianowej względem prądów pomimo ograniczonego przedziału jej poprawności. Wyznaczanie współczynników tych wielomianów bazuje na wynikach serii obliczeń połowych strumieni skojarzonych uzwojeń lub koenergii pola w maszynie zasilanej symetrycznym układem prądów ze składową stałą. Danymi dla procedury estymującej

są widma amplitudowe strumienia fazowego w metodzie bezpośredniej lub widma koenergii pola w metodzie pośredniej. Obliczenia wykonane dla silnika małej mocy wykazały, że metoda pośrednia jest zdecydowanie prostsza, ale jej dokładność jest wystarczająca tylko dla charakterystyk modelujących harmoniczną podstawową strumieni. Wynika to z niewielkiego udziału charakterystyk wyższych harmonicznnych. Przedstawiony sposób formułowania i wyznaczania dwuwymiarowych charakterystyk magnesowania jest dedykowany dla modeli obwodowych maszyn z równomierną szczeliną uwzględniających odkształcenie pola szczelinowego w skutek nieliniowości obwodu magnetycznego i obecności trzeciej harmonicznnej SMM w szczelinie

## Literatura

- [1] Moreira J.C., Lipo T.A., *Modelling of Saturated AC Machines Including Air Gap Flux Harmonic Components*, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 28, No. 2, 1992, pp. 343-349.
- [2] Sobczyk T.J., *Mathematical Model of Induction Machines Accounting for Saturation due to the First and the Third MMF Harmonics*, Proceedings of ICEM'98, Vol. 3/3, Istanbul, 1998, pp. 1504-1509.
- [3] Warzecha A., *Computation of co-energy function for non-linear model of wound rotor induction motor*, Czasopismo Techniczne, seria Elektrotechnika, zeszyt 4/98, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków, 1998, s. 143 – 152.
- [4] Korbaś G., Macek-Kamińska K., *Badanie przydatności wybranych gradientowych i bezgradientowych metod minimalizacji do wyznaczania parametrów modelu matematycznego silnika indukcyjnego*, Materiały Konferencyjne SME'03, Gdańsk, 2003.
- [5] Kudła J., *Modele matematyczne maszyn elektrycznych prądu przemiennego uwzględniające nasycenie magnetyczne rdzeni*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2005.

## Autor

dr inż. Adam Warzecha, Politechnika Krakowska, Instytut Elektromechanicznych Przemian Energii, tel. (12) 628 20 44, pewarzec@cyf-kr.edu.pl

## Recenzent

Dr inż. Wojciech Pietrowski