

Andrzej Boboń, Bronisław Drak, Roman Niestrój, Piotr Zientek
 Politechnika Śląska, Gliwice

OBLICZANIE NAPIĘCIA WAŁOWEGO W SILNIKU INDUKCYJNYM METODĄ ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

SHAFT VOLTAGE CALCULATIONS IN A CAGE INDUCTION MOTOR BY THE FINITE ELEMENT METHOD

Abstract: In the paper results of finite-element calculations of the shaft voltage in a squirrel-cage induction motor were presented. A two-dimensional field-circuit model of the 300 kW induction motor was developed taking into account supplying the stator winding from the voltage source and the rotary motion of the rotor. Calculations of transient waveforms of the shaft voltage and other electromagnetic and electromechanical quantities were performed during starting under no-load and rated load conditions. An influence of static and dynamic air-gap eccentricity was examined. Ways of the improvement in the accuracy of calculations were discussed.

1. Wstęp

W obliczeniach napięć wałowych i prądów łożyskowych w maszynach elektrycznych stosowane są zarówno modele obwodowe jak i polowe. Ze względu na złożoność zjawisk elektromagnetycznych i mechanicznych oraz skomplikowaną strukturę maszyny, największą dokładność obliczeń zapewniają metody polowe, polegające na wyznaczaniu czasowych i przestrzennych rozkładów pola elektromagnetycznego i powiązanych z nimi wielkości elektromagnetycznych maszyny.

W literaturze technicznej w kilku ostatnich latach pojawiły się nieliczne prace, w których podjęto próby wyznaczenia napięć wałowych i prądów łożyskowych na podstawie dwuwymiarowych [1] i trójwymiarowych [6] modeli polowych rozwiązywanych metodą elementów skończonych (MES). Wyznaczenie napięć wałowych na podstawie takich modeli w ustalonych warunkach pracy maszyny jest zadaniem bardzo czasochłonnym, wymagającym komputerów o dużej mocy obliczeniowej, ponieważ konieczna jest dyskretyzacja czasu i rozwiązywanie równań polowo-obwodowych dla stanu nieustalonego. Obliczenia polowo-obwodowe mogą być jednak wartościowym uzupełnieniem badań pomiarowych, ponieważ umożliwiają wykonywanie wielu eksperymentów trudnych lub niemożliwych do przeprowadzenia na rzeczywistej maszynie.

W artykule przedstawiono dwuwymiarowy model polowo-obwodowy silnika indukcyjnego klatkowego dużej mocy wykorzystany do

obliczeń napięć indukowanych w wale metodą elementów skończonych. Wyznaczono przebiegi napięcia wałowego podczas rozruchu silnika przy biegu jałowym i przy obciążeniu znamionowym. Przebiegi napięcia wałowego w ustalonym stanie biegu jałowego porównano z przebiegami napięcia w silniku z mimośrodkowym położeniem osi wirnika względem osi stojana (ekscentryczność statyczna i dynamiczna).

2. Model polowo-obwodowy maszyny indukcyjnej

Model polowo-obwodowy maszyny indukcyjnej tworzą równania pola elektromagnetycznego, równania obwodów elektrycznych uzwojeń oraz równania ruchu mechanicznego. Pole elektromagnetyczne w częściach nieruchomych maszyny (stojan) i w częściach ruchomych (wirnik) opisane jest w stacjonarnych układach współrzędnych za pomocą równania dla wektorowego potencjału magnetycznego \mathbf{A} i skalarnego potencjału elektrycznego V

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\mathbf{A}\right)=\mathbf{J}_s-\gamma\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}-\gamma\operatorname{grad}V \quad (1)$$

gdzie:

γ, μ - konduktywność, przenikalność magnetyczna,

\mathbf{J}_s - wektor gęstości prądu zewnętrznych źródeł.

Równanie Kirchhoffa, opisujące stan elektromagnetyczny k -go uzwojenia ma postać

$$u_k = R_k i_k + \frac{d\Psi_k}{dt} \quad (2)$$

gdzie:

u_k, i_k, Ψ_k - chwilowe wartości napięcia, prądu i strumienia sprzężonego k -go uzwojenia.

Średnia wartość strumienia skojarzonego z k -tym uzwojeniem wyrażona jest przez zależność:

$$\Psi_k = \sum_i \frac{l_z}{s_i} \int_{s_i} A_i ds_i \quad (3)$$

gdzie:

A_i - średnia wartość potencjału magnetycznego w przekroju poprzecznym s_i przewodnika uzwojenia o czynnej długości l_z .

Równanie ruchu mechanicznego ma postać

$$J \frac{d\omega}{dt} = T_e + T_m \quad (4)$$

gdzie:

J - moment bezwładności,

ω - kątowna prędkość mechaniczna wirnika,

T_e, T_m - moment elektromagnetyczny i mechaniczny.

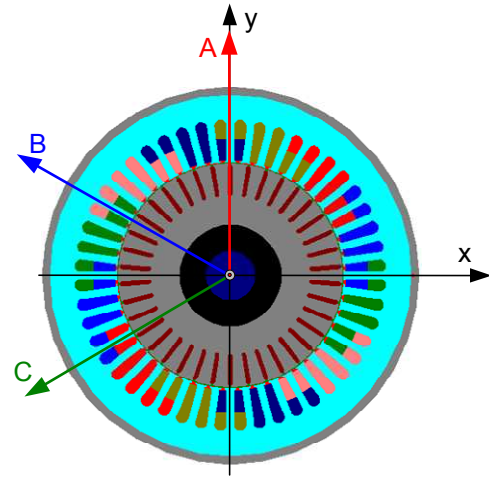
Równania (1)-(4) są zaimplementowane w programie Maxwell-2D firmy Ansoft przeznaczonym do obliczeń pól elektromagnetycznych metodą elementów skończonych.

3. Model obliczeniowy MES maszyny indukcyjnej

Obliczenia polowo-obwodowe przeprowadzono w solverze Transient programu Maxwell-2D dla silnika indukcyjnego klatkowego o danych znamionowych: $P_N = 300$ kW, $U_N = 1000$ V, $I_N = 210$ A, $\cos\phi_N = 0,86$, $n_N = 1484$ obr/min, przeznaczonego do napędu organów urabiających górniczych kombajnów ścianowych. W silnikach tych napędów stwierdzono wysoki poziom napięć wałowych w stanach dynamicznych podczas rozruchu [3, 4].

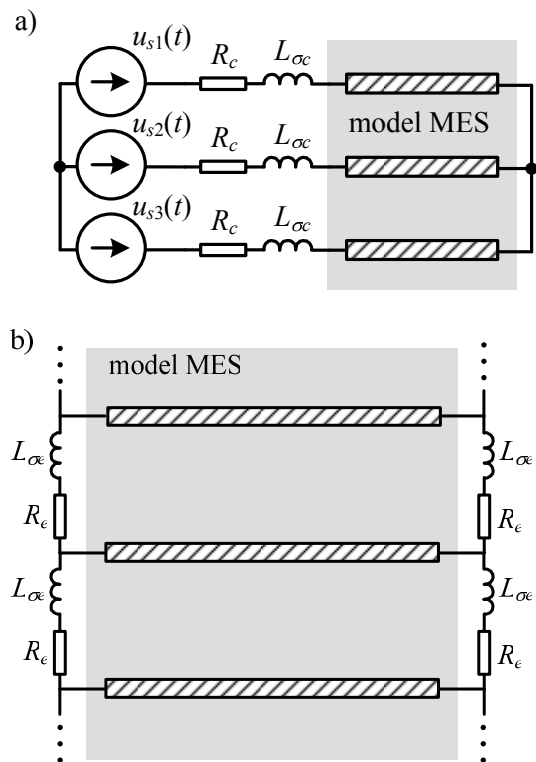
Przy tworzeniu modelu obliczeniowego silnika przyjęto następujące założenia:

- dwuwymiarowy rozkład pola elektromagnetycznego w przekroju poprzecznym silnika (rys. 1),
- nieliniowe charakterystyki magnesowania rdzeni magnetycznych stojana i wirnika,
- pominięto zjawisko wypierania prądu w uzwojeniach stojana i uwzględniono - w prętach klatki wirnika,
- pominięto prądy wirowe indukowane w pakiecie blach stojana.



Rys. 1. Przekrój poprzeczny badanego silnika indukcyjnego klatkowego o mocy 300 kW

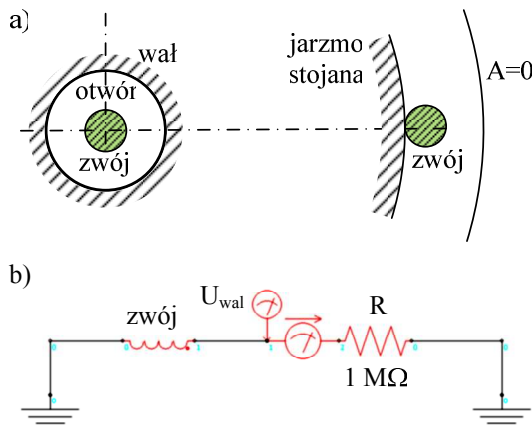
W obwodach elektrycznych uzwojenia stojana, zasilanego ze źródła trójfazowego napięcia, uwzględniono parametry czoł uzwojeń w postaci zewnętrznych, skupionych rezystancji i indukcyjności (rys. 2a).



Rys. 2. Obwody zewnętrzne uzwojenia stojana (a) i wirnika (b) dołączone do modelu MES. $R_c, L_{\sigma c}, R_e, L_{\sigma e}$ - rezystancje i indukcyjności rozproszenia czoł uzwojenia stojana i pierścieni końcowych wirnika.

W podobny sposób uwzględniono rezystancje i indukcyjności rozproszenia segmentów

pierścieni zwierających klatkę wirnika (rys. 2b). Parametry te zostały obliczone w programie RMxprt firmy Ansoft przeznaczonym do obliczeń projektowych maszyn elektrycznych. Do wyznaczenia napięcia wałowego wykorzystano jednozwojną cewkę próbną, której jeden bok umieszczono w osi obrotu wirnika, a drugi bok – na zewnętrznej powierzchni stojana (rys. 3a). Dla tego przewodu zdefiniowano zewnętrzny obwód elektryczny przedstawiony na rys. 3b.



Rys. 3. Model cewki próbnej (zwój) przeznaczony do obliczania napięcia wałowego

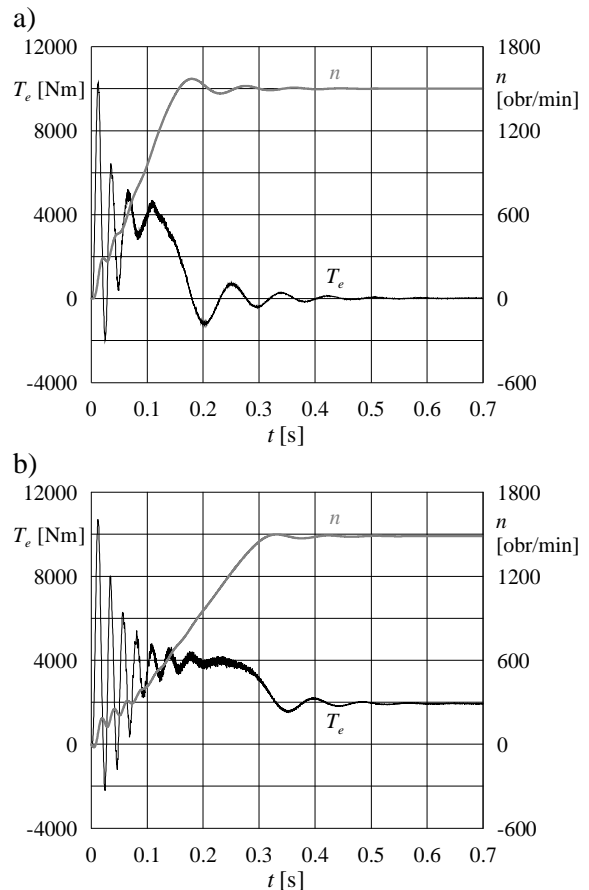
W programie Maxwell 2D wszystkie obiekty ruchome (wirnik) zostały objęte przez specjalny region oznaczony jako "band" (okrąg w szczelinie powietrznej). Moment elektromagnetyczny obliczany jest za pomocą zmodyfikowanej metody prac wirtualnych. Rozważany przekrój poprzeczny modelu obliczeniowego maszyny poddano dyskretyzacji za pomocą trójkątnych elementów skończonych drugiego rzędu. Na zewnętrznym brzegu modelu przyjęto zerowy warunek brzegowy Dirichleta dla wektorowego potencjału magnetycznego.

4. Przebiegi nieustalone podczas rozruchu silnika indukcyjnego

Na podstawie opracowanego modelu obliczeniowego silnika indukcyjnego przeprowadzono obliczenia przebiegów nieustalonych podczas bezpośredniego rozruchu po załączeniu znamionowego napięcia w stanie biegu jałowego i przy obciążeniu stałym momentem o wartości znamionowej. Obliczenia kontynuowano w przedziale czasu gwarantującym osiągnięcie stanu ustalonego. Przyjęto stały krok czasowy całkowania równań równy

0.2 ms. Liczba trójkątnych elementów skończonych wynosiła około 55000. W kolejnych chwilach czasu, zmiany siatki elementów skończonych wynikały tylko z ruchu obrotowego wirnika.

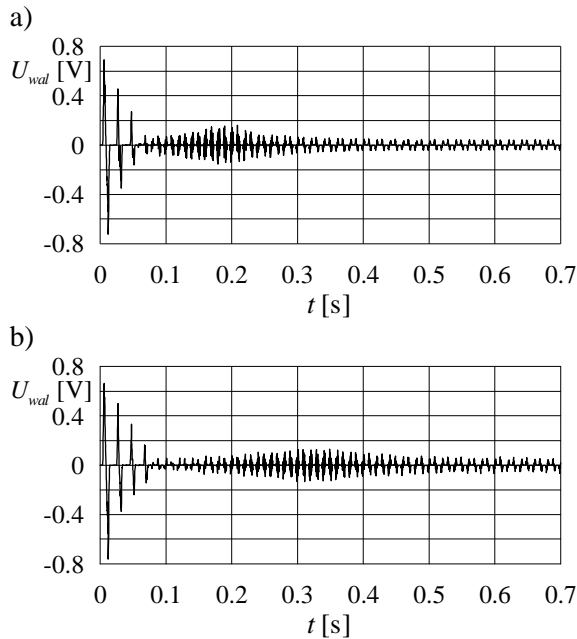
Na rys. 4 przedstawiono przebiegi momentu elektromagnetycznego i prędkości obrotowej badanego silnika indukcyjnego podczas rozruchu na biegu jałowym i przy obciążeniu znamionowym momentem.



Rys. 4. Przebiegi momentu elektromagnetycznego i prędkości obrotowej podczas rozruchu silnika indukcyjnego na biegu jałowym (a) oraz przy obciążeniu znamionowym momentem ($T_m = T_n = \text{const}$) (b)

5. Przebiegi napięcia wałowego

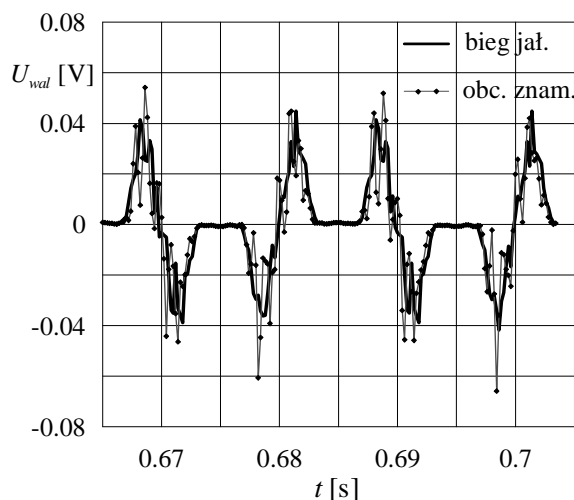
Przyjęto, że napięcie wałowe równe jest napięciu indukowanemu w jednozwojnej cewce próbnej, której jeden bok umieszczony jest w osi obrotu wirnika (rys. 3a). Na rys. 5 przedstawiono przebiegi napięcia wałowego obliczone metodą elementów skończonych podczas rozruchu silnika na biegu jałowym i przy znamionowym obciążeniu.



Rys. 5. Przebiegi napięcia wałowego podczas rozruchu silnika indukcyjnego na biegu jałowym (a) i przy znamionowym obciążeniu (b)

Największe chwilowe wartości napięcia wałowego występują w początkowych chwilach rozruchu. Po zaniku początkowych składowych przejściowych momentu elektromagnetycznego, napięcie wałowe przyjmuje najmniejsze wartości, po czym rośnie osiągając największe wartości pod koniec rozruchu, gdy prędkość obrotowa ma największą wartość.

Na rys. 6 pokazano porównanie przebiegów napięcia wałowego w stanie ustalonego biegu jałowego i przy znamionowym obciążeniu.

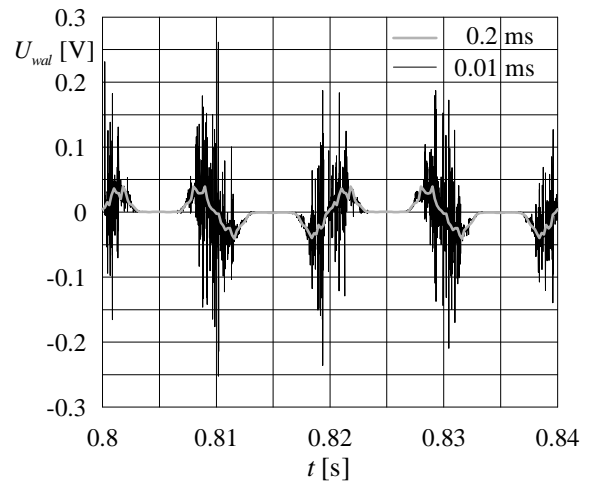


Rys. 6. Przebiegi napięcia wałowego w stanie ustalonego biegu jałowego i przy obciążeniu znamionowym

Przy obciążeniu znamionowym chwilowe wartości napięcia wałowego są o około 30%

większe. Przedstawione przebiegi napięcia obejmują dwa okresy napięcia zasilania i odpowiadają jednemu obrotowi wirnika.

Przebieg napięcia wałowego zawiera wiele składowych szybkozmiennych, których odwzorowanie w modelu polowym silnika wymaga stosowania małych kroków dyskretyzacji czasu. Na rys. 7 porównano przebiegi napięcia wałowego obliczone dla kroku czasowego 0.2 ms i 0.01 ms. Widoczny jest wyraźny wpływ długości kroku czasowego na dokładność odwzorowania napięcia wałowego.

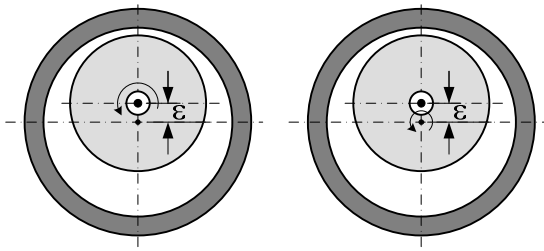


Rys. 7. Wpływ kroku dyskretyzacji czasu na dokładność odwzorowania napięcia wałowego

Jedną z przyczyn powstawania napięć wałowych w silnikach indukcyjnych są niesymetrie obwodów elektrycznych i magnetycznych w maszynie. Korzystając z opracowanego modelu polowo-obwodowego silnika indukcyjnego przeprowadzono obliczenia napięcia wałowego dla nierównomiernej szczeliny powietrznej. Rozpatrzono dwa przypadki mimośrodowego położenia wirnika względem stojana:

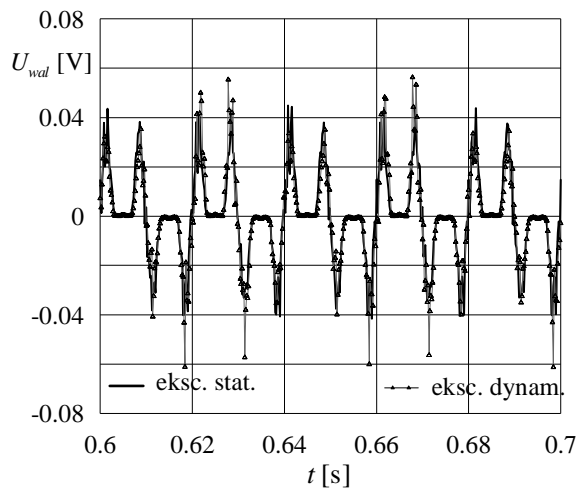
- ekscentryczność statyczna, gdy oś obrotu wirnika przesunięta jest względem osi stojana,
- ekscentryczność dynamiczna, gdy oś wirnika nie pokrywa się z osią jego obrotu. Położenie minimalnej szczeliny powietrznej przemieszcza się po obwodzie stojana.

Rys. 8 ilustruje obydwa przypadki ekscentryczności wirnika. Przyjęto przesunięcie osi wirnika względem osi stojana o $\varepsilon = 0.8$ mm.



Rys. 8. Ekscentryczność statyczna i dynamiczna wirnika

Na rys. 9 przedstawiono porównanie przebiegów napięcia wałowego dla ekscentryczności statycznej i dynamicznej wirnika. Mimo znacznej ekscentryczności wynoszącej $\varepsilon = 0.8$ mm w stosunku do nominalnej grubości szczeliny powietrznej wynoszącej $\delta = 1.4$ mm, jej wpływ na przebieg napięcia wałowego jest niewielki. W przypadku ekscentryczności dynamicznej napięcie wałowe jest o około 45% większe od napięcia dla przypadku ekscentryczności statycznej. Nieznacznie zmienia się również kształt przebiegu. Ekscentryczność statyczna praktycznie nie wpływa na wartość napięcia wałowego. Przebiegi napięcia wałowego bez ekscentryczności wirnika i z ekscentrycznością statyczną praktycznie pokrywają się i nie zostały porównane na rys. 9.



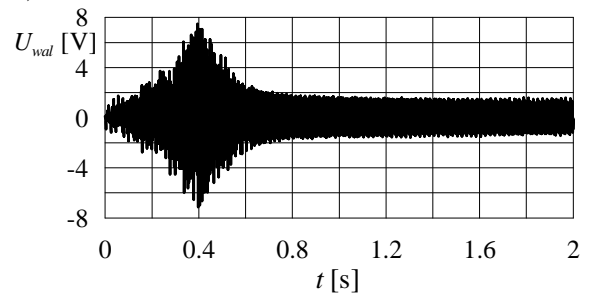
Rys. 9. Przebiegi napięcia wałowego w przypadku ekscentryczności statycznej i dynamicznej

Przeprowadzone pomiary napięć wałowych w badanych silniku indukcyjnym 300 kW, których wyniki zostały opublikowane w pracach [2-5], potwierdzają wniosek z wyników obliczeń o małym wpływie ekscentryczności statycznej na napięcie wałowe.

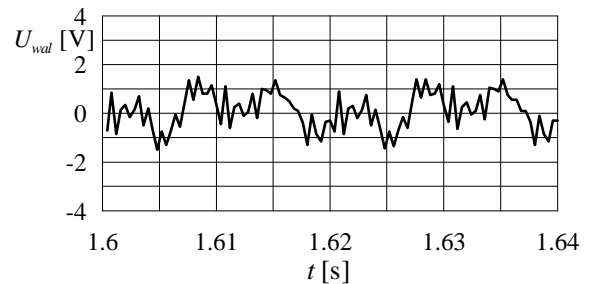
Na rys. 10. przedstawiono zmierzony przebieg napięcia wałowego podczas rozruchu silnika

indukcyjnego na biegu jałowym, zmierzony na zaciskach przewodu umieszczonego w otworze wału. Różni się on znacznie od napięcia obliczonego metodą MES. Przyczyny tych rozbieżności można upatrywać w wielu czynnikach i zjawiskach, których nie uwzględnia przyjęty do obliczeń model maszyny.

a)



b)



Rys. 10. Zmierzony przebieg napięcia wałowego podczas rozruchu silnika indukcyjnego (a) i w stanie ustalonym biegu jałowego (b) [2-5]

5. Wnioski

Opisany dwuwymiarowy model polowo-obwodowy silnika indukcyjnego umożliwia obliczanie napięć indukowanych w wale silnika w różnych warunkach symetrycznego i niesymetrycznego zasilania oraz w warunkach niesymetrii obwodu elektrycznego i magnetycznego. Głównym problemem przy stosowaniu tego modelu jest zapewnienie odpowiedniej dokładności odwzorowania zjawisk i czynników wpływających na wartość indukowanych napięć wałowych. Poprawę dokładności obliczeń można zapewnić przez:

- wybór małego kroku dyskretyzacji czasu, aby odwzorować szybkozmienne składowe napięcia wałowego indukowane przez wyższe harmoniczne pola magnetycznego,
- wygenerowanie zagęszczonej siatki elementów skończonych w szczelinie powietrznej i w wirniku, w szczególności w wale.

Obydwa czynniki powodują znaczne wydłużenie czasu obliczeń co narzuca większe wymagania dla wykorzystywanego sprzętu komputerowego.

Poziom obliczonych napięć wałowych różni się od napięć zmierzonych. Przyczyną tych różnic mogą być m.in. nieokreślone i nierozpoznane czynniki technologiczne wprowadzające niewielkie asymetrie w obwodzie elektrycznym i magnetycznym maszyny, wynikające z niedokładności montażu, z niejednorodności materiałów, jak również inne zjawiska elektromagnetyczne i mechaniczne, których nie uwzględnia przyjęty do obliczeń model maszyny.

Literatura

- [1] de Canha D., Cronje W.A., Meyer A.S., Hoffe S.J.: *The use of an electromagnetic finite elements package to aid in understanding shaft voltages in a synchronous generator*. IEEE PES PowerAfrica 2007, Conference and Exposition, Johannesburg, South Africa, 16-20 July 2007, pp. 1-6.
- [2] Drak B., Zientek P., Niestrój R., Boboń A., Kwak J., Lipiński J.M.: *Wpływ asymetrii szczeliny powietrznej na wartość napięć i prądów wałowych w silnikach indukcyjnych dużej mocy*. Zeszyty Problemowe "Maszyny Elektryczne" Komel-BOBRME Nr. 81, Katowice 2009, ss.73-82.
- [3] Drak B., Zientek P., Niestrój R., Kwak J.: *Uszkodzenia łożysk w silnikach indukcyjnych użytych w organach urabiających kombajnów górniczych*. Zeszyty Problemowe "Maszyny Elektryczne", Komel-BOBRME Nr. 75, Katowice 2006, ss. 137-146.

[4] Drak B., Zientek P., Niestrój R., Kwak J.: *Napięcia i prądy wałowe w silnikach indukcyjnych dużej mocy użytych w organach urabiających kombajnów górniczych*. Zeszyty Problemowe "Maszyny Elektryczne", Komel-BOBRME Nr. 76, Katowice 2007, ss. 55-62.

[5] Drak B., Zientek P., Niestrój R., Kwak J., Lipiński J.M.: *Analiza porównawcza napięć wałowych w różnych silnikach indukcyjnych dużej mocy*. Zeszyty Problemowe "Maszyny Elektryczne", Komel-BOBRME Nr. 79, Katowice 2008, ss.117-125.

[6] Gołębiowski L., Gołębiowski M., Mazur D.: *Voltages in the shaft of the induction motor in 3D FEM formulation*. IEEE International Symposium on "Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives", SDEMPED'2007, 6-8 Sep 2007, pp.142-145.

Autorzy

Politechnika Śląska, Instytut Elektrotechniki i Informatyki, Zakład Maszyn Elektrycznych i Inżynierii Elektrycznej w Transporcie,
ul. Akademicka 10a, 44-100 Gliwice

Dr inż. Andrzej Boboń, tel: 032-2372548
e-mail: Andrzej.Bobon@polsl.pl

Dr hab. inż. Bronisław Drak, prof. Pol. Śl.,
tel: 032-2371447, e-mail: Bronislaw.Drak@polsl.pl

Mgr inż. Roman Niestrój, tel: 032-2372526
e-mail: Roman.Niestroj@polsl.pl

Dr inż. Piotr Zientek, tel: 032-2372652
e-mail: Piotr.Zientek@polsl.pl

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2009-2011 jako projekt badawczy Nr N N510 351236N510 012 31/0806

Recenzent

dr hab. inż. Sławomir Szymaniec, prof. P.O.